Yefim Treger & Nikita Panasenko

Math Theory of Chess

S-Version. Part 6.

New York 2021

Math Theory of Chess. S-Version. Part 6

By Yefim Treger and Nikita Panasenko

ISBN 978-0543012807

Printed in the United States of America

Contents

A Preface-Description of the front cover.

This description briefly describes what is depicted on the cover (it turned out to be so extensive as to deserve being called a preface).

In any case, however, it does not completely explain the authors' reasons for depicting these particular objects on the cover. To understand them, one must familiarize oneself with the main text with pictures and other materials (or at least with the general preface).

Also it is suggested that the reader have a general understanding about the concepts and objects of MTC (Math Theory of Chess) that are introduced in early Parts. To that end, it may suffice to look through the "List of main definitions". By the way, capitalized words in this preface-description are all defined in this list; some of these definitions do not coincide with those generally accepted among chessplayers. So, let us begin.

The front cover is partitioned into the following "detailed" fragments (wholesome depictions of objects such as chess position, Graph, etc).

1. Detailed fragments on a white background.
2. Detailed fragments on backgrounds of all other colors except light gray.
3. Detailed fragments on a light gray background.

We will consider them in that order, referring to them as Fragment *1*, Fragment *2*, and Fragment *3*, respectively.

1. Fragment *1* contains the initial position of the front cover and a Graph to its right.

a) The position is numbered as *1*. It is given in white on a red background of the small square. This implies White to move in the position. It also means the position can repeat in some segment of game – as a part of a sequence of positions that begin and end with it (in this preface a "segment of game" is simply called a game).

b) The graph on a white background reflects all such games, each consisting of 5 positions. Here is a sample game in chess notation:

1. ♗h7 ♜e1 2. ♗b1 ♜e2 - it is reflected by the following five positions: {1; 70; 725: 826; 1}.

c) Any game of the Graph that begins and ends with position *1* always contains 5 positions (vertices of the Graph). This is the minimum number of positions in a game with repeating positions (human-imposed rules such as threefold repetition and the fifty-move rule do not apply in our theory).

Moves between positions are given by joining vertices, with the direction of arrows indicating into which position the move is made. In the above case the game is a rectangle whose vertices appear sequentially and whose side form a directed closed contour.

d) The following is done to the contour above: its vertices (positions) are always assigned odd and even numbers that reflect the turn to move. Positions with White to move are numbered odd, while positions with Black to move are numbered even. While the numbers are given arbitrarily, every position has a unique number. The numbered list of all positions is given below.

1.1. To make reading the Graph simpler, we use the following considerations:

a) The graph is divided into 8 main subsets, referred to as circles, and colored light yellow. There are complete and incomplete circles. They reflect all locations of the white bishop in games with repeating positions. Since the white king has no moves initially, it cannot move in the positions of these games, and only the bishop moves.

b) There are 8 locations for the bishop in all game positions of the games. They are given by the following squares: *b1; a2; c2; d3; e4; f5; g6; h7*. These locations are given by the yellow circles. In the centers of these circles we find rectangles with records that reflect these positions.

c) Any positions of one circle contain only given specific locations of the white pieces (only the bishop). White's moves "happen" between circles, while Black's moves "happen" within them. Therefore, only black pieces (the king or the rook) move inside a circle. These movements are reflected by arrows either originating from the center of the circle and directed at its vertices/positions on its circumference, or vice versa.

d) As established, Black's moves occur inside circles, and White's moves occur between circles. In the initial position *1* there are 7 moves of the white bishop. All these moves signify connections from the central position of the "♗b1" circle to any of 7 central positions of the following circles: *a2*; *c2*; *d3*; *e4*; *f5*; *g6*; *h7*. For better readability, only these arrows are marked in red on the ends.

e) In the example of the game above: on the first move, White moves the bishop from the central position of the "♗b1" circle to the central position of the "♗h7" circle. This move leads to the black position *70*. From it, Black moves the rook to *e1* in the game, arriving at the black position *725*.

Then White defends against check with a bishop move to *b1*, which is reflected by movement from the "♗h7" circle back to the "♗b1" circle. This defense against check is a move/connection represented by the arrow from position *725* to position *826*. Finally, from position *826* Black moves the rook from *e1* to *e2*, returning to the initial position *1*.

f) Black, situated in position *70* of the game under analysis, could have made a different move, with either the king or the rook. This move must satisfy the following condition: after it White must return with the bishop to *b1*, while Black must after this return to position *1*. Any of the five king moves (*a3*, *a4*, *b4*, *c3*, *c4*) satisfies this condition, whereas the rook may move to the following 11 squares: *b2, d2*, *e1*, *e3*, *e5*, *e6*, *e7*, *e8*, *f2*, *g2*, *h2*. Therefore, Black has 16 moves that lead to 16 positions on the circumference of the "♗h7" circle.

All these positions are assigned odd numbers that begin with the digit *7*, which the "♗h7" circle reflects. Position *725* has already been analyzed and is among others in this circle. Precisely across it is position *741*, which symbolizes the black rook's location on *e8*.

Here we give the numbers of other positions of the "♗h7" circle and the locations of black pieces corresponding to them. Position *727* - rook *f2*; *729* - rook *g2*; *731* - rook *h2*; *733* - rook *e3*; *735* - rook *e5*; *737* - rook *e6*; *739* - rook *e7*; *723* - rook *d2*; *721* - rook *b2*; *711* – king *a3*; *713* - king *a4*; *715* – king *b4*; *717* – king *c3*; *719* – king *c4*.

g) From any of the 16 positions on the circumference of the yellow "♗h7" circle, White with his second move exits this circle and goes to the "♗b1" circle. At the same time, each position with a specific number that begins with "7" above transits into a position whose number starts with "8" and exceeds the previous one by 101. At the same time these new black positions are located strictly left along the circumference of the new "♗b1" circle on the same analogous spot. Finally, with his last move Black returns his pieces that had moved earlier and returns to the initial position *1*.

Therefore, both the "♗b1" circle and the "♗h7" circle have 16 positions along the circumference. Two positions that are slightly next to the circle (numbered *844* and *846*) will be talked about somewhat later.

h) The circles "♗g6" and "♗f5" are built analogously to the "♗h7" circle. Each of them has 16 positions along the circumference, which come out of the central positions *60* and *50* – after the first bishop move to *g6* and *f5*, respectively.

Here we give the numbers of all other positions of the "♗g6" circle and locations of the black pieces corresponding to them. Position *625* – rook *e1*; *627*- rook *f2*; *629* - rook *g2*; *631*- rook *h2*;

633 - rook *e3*; *635* - rook *e5*; *637* - rook *e6*; *639* - rook *e7*; *641* – rook *e8*; *623* - rook *d2*; *621* - rook *b2*; *611* – king *a3*; *613* - king *a4*; *615* – king *b4*; *617* – king *c3*; *619* – king *c4*.

Here we give the numbers of all other positions of the "♗f5" circle and locations of the black pieces corresponding to them. Position *525* – rook *e1*; *527* - rook *f2*; *529* - rook *g2*; *531*- rook *h2*; *533* - rook *e3*; *535* - rook *e5*; *537* - rook *e6*; *539* - rook *e7*; *541* – rook *e8*; *523* - rook *d2*; *521* - rook *b2*; *511* – king *a3*; *513* - king *a4*; *515* – king *b4*; *517* – king *c3*; *519* – king *c4*.

From each above position, White (on his second move) exits the "♗f5" or "♗g6" circle and transits to a position of the "♗b1" circle. The number of the latter exceeds that of the initial position of the "♗g6" and "♗f5" circles by 201 and 301, respectively.

Simply put, wherever the white bishop is located, it returns to the *b1* square for every specific positioning of the black pieces. After this Black returns his recently moved piece, transiting into initial position *1*.

i) If White plays the bishop to *d3* on his first move, he reaches position *30* of the "♗d3" circle (the "♗e4" circle will be mentioned later).

The "♗d3" circle in almost analogous in the graph sense to the circles "♗f5", "♗g6", and "♗h7". It also has 16 positions along the circumference, which means that from its central position *30* Black has 16 moves (for a quick return to the initial position *1*). There is only one difference between these moves. The bishop on *d3* takes away the *c4* square from the black king, but it also adds the *e4* for the rook, a square that was inaccessible in the circles "♗f5", "♗g6", and "♗h7".

That is why on the circumference of the "♗d3" circle there is position *343*, which instead of the black king's location on *c4* reflects the location of the rook on *e4*. From this position White goes to the "♗b1" circle from position *844*, which is located on the circumference itself but rather next to it. But already from position *844* Black moves the rook to *e2*, returning to the initial position *1*. Of course, from any other position on the circumference of the "♗d3" circle Black returns to the initial position *1* (through the corresponding position of the "♗b1" circle).

Here we give the numbers of all other positions of the "♗d3" circle and locations of the black pieces corresponding to them. Position *325* – rook *e1*; *327* - rook *f2*; *329* - rook *g2*; *331*- rook *h2*; *333* - rook *e3*; *335* - rook *e5*; *337* - rook *e6*; *339* - rook *e7*; *341* – rook *e8*; *343* - rook *e4*; *323* - rook *d2*; *321* – rook *b2*; *311* – king *a3*; *313* – king *a4*; *315* – король *b4*; *317* – king *c3*.

j) Now about incomplete circles. These are the circles "♗a2", "♗c2", and "♗e4", located above and to the left of the "♗b1" circle.

It is obvious that for the "♗a2" and "♗c2" circles Black may only move the king, since he is in check (whereas the bishop cannot be taken, since that would make a return to the initial position *1* impossible). That is why there are 5 positions from the central position *10* of circle "♗a2", which reflect the black king's locations on *a3*, *a4*, *b4*, *c2*, *c3*.

Here we give the numbers of all positions of the "♗a2" circle (located on the circumference) and the locations of the black pieces corresponding to them (the rook is stationary; only the king moves). Position *111* – king *a3*; *113* - king *a4*; *115* – king *b4*; *117* – king *c3*; *145* – king *c2*.

From all positions of the "♗a2" circle of the preceding paragraph White returns the bishop to *b1* with his second move, transitioning to some positions of the "♗b1" circle. Position *111* transitions into position *812*, position *113* – into position *814*, position *115* – into position *816*, position *117* – into position *818*, and position *145* – into position *846*. Note that for convenience the authors have assigned numbers that are 701 apart. This is similar to what was done for other circles, except that the difference between position numbers is greater. Note also that positions

145 and *846* have been assigned numbers that reflect the specific location of the black king on *c2*, which was inaccessible under any other locations of the white bishop. In part, this leads to position *846* being near the circumference of the large "♗b1" circle rather than on it. Although later from it, as from all positions on the circumference of the "♗b1" circle, Black returns to the initial position *1* by moving the king to *b3*.

Here we give the numbers of all positions on the circumference of the "♗c2" circle and locations of the black pieces that correspond to them (the rook is stationary, and only the king moves). Position *211* – king *a3*; *215* - king *b4*; *217* – king *c3*; *219* – king *c4*.

From all positions of the "♗c2" circle of the preceding paragraph white returns the bishop to *b1* with his second move, transitioning to some positions of the "♗b1" circle. Position *211* transitions into position *812*, position *215* – into position *816*, position *217* – into position *818*, and position *219* – into position *820*.

j1) Now let us talk separately about the "♗e4" circle. It is incomplete because after a white bishop move to *e4*, the black rook cannot access the squares *e5*, *e6*, *e7*, *e8* (while the bishop cannot be taken at all). The "♗e4" circle has one central position *40* and 12 positions on the circumference that reflect the moves of black pieces from position *40*.

Here we give the numbers of positions on the circumference of the "♗e4" circle and locations of the black pieces that correspond to them. Position *425* – rook *e1*; *427* - rook *f2*; *429* - rook *g2*; *431* - rook *h2*; *433* - rook *e3*; *423* - rook *d2*; *421* - rook *b2*; *411* – king *a3*; *413* - king *a4*; *415* – king *b4*; *417* – king *c3*; *419* – king *c4*.

1.2. This is the last paragraph dedicated to the Graph of Fragment *1*. We shall say a few words about why this particular Graph was chosen for the front cover of the book.

This Graph is a subset of the entire Graph of all positions of the Sequel of position *1* and their connections (a Sequel is a set of positions that arise from the given one). This Sequel, however, contains over 10 million positions with incredibly complex connections among them (this is found in the main text). Therefore, the authors decided to give only a part of the entire Sequel Graph on the cover.

The authors had conjectured that the Graph depicted would reflect the properties of the entire Sequel Graph. This is true only in part. The main reason for showing the Graph is to illustrate the complexity of the whole impending analysis. At the same time any Graph, even the Sequel Graph, is not the sole or main object of analysis in Part *6* of the theory.

The main objects of the exploration are games and V-Sequences. An aim is a creation of the new methods based on values of positions and V-Sequences.

These objects and aim of the exploration refer to any positions in Chess. But authors have taken for illustrating concrete position *1*. It stands for the fortress or the positional draw for chessplayers. Because the Graph of its Sequel is very complicated authors use a new study of V-Sequences. For understanding a further text one has to know what V-Sequence means.

V-Sequence is a sequence consisting of only values, reflecting the values of positions in a game.

2. Fragment *2* (everything that is given on a background of any color except light gray) consists of the following main parts or detailed fragments.

a) The list of games of the Graph of Fragment *1*, that is, only those games that consist of five positions and begin and end with position *1*. It is easy to compute from the Graph constructed that there are 85 such games. The games themselves are given as sequences of games (5 squares that begin and end with position *1*). At the same time this set is partitioned into the following four subsets.

b) 5 games reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**};
12 games reflected by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**};
32 games reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**};
36 games reflected by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}.

For example, the game (mentioned previously) 1. ♗h7 ♜e1 2. ♗b1 ♜e2, and given by the following five positions: {1; 70; 725; 826; 1}, is reflected by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}.

This game is in the very last column of 36 games, given on a blue background. Before reading further it is necessary to understand what the value of a position means.

The value of a position in the present theory is one of three numbers {"**-1**"; "**0**"; "**+1**"} that reflect the possibility of achieving a win for a given side (White or Black) or a draw. Namely: a value of "**-1**" means that the position is won for Black (or lost for White). "**0**" means that the position is drawn (neither won nor lost for White or for Black). "**+1**" means that the position is won for White (or lost for Black). Adapted definitions are given above. They suffice to understand what follows.

c) All positions in chess must have and do have only one value of the ones listed above. In some cases, some positions have one value of two. This very often also applies to all positions of its Sequel. For example, a position with a lone king for one of the sides has only two values, since the side with a lone king cannot win.

d) Our initial position is a position whose Sequel only has positions with two possible values, either "**0**" or "**-1**" (a bishop cannot win against a rook). For convenience, positions with these values are given on a green and brown background for values of "**0**" and "**-1**", respectively. Do not confuse the background of the positions themselves (represented by small squares) with the backgrounds themselves of Fragment *2*.

This applies to both the Graph of Fragment *1* and the games of Fragment *2*. Let us not forget about the rule that odd numbers are assigned to white positions and even numbers to black positions.

e) Initial position *1* has value "**0**" and is therefore given on a green background, except the case of the Graph, when it is given in red to emphasize it among all green ones.

7 other positions arise from it. Positions *70, 60, 50* (after the bishop moves to *h7*, *g6*, and *f5*, respectively) have a value of "**0**". Positions *40*, *30*, *20*, and *10* have a value of "**-1**". The reasons for this are not explained in the given preface-description for Fragment *1*, at least for now.

f) If we had to construct all games of length 2 positions, then we would have the following set of two-element games: {1; 10}; {1; 20}; {1; 30}; {1; 40}; {1; 50}; {1; 60};{1; 70}.

These games would be reflected by the following V-Sequences: {"**0**"; "**-1**"}, {"**0**"; "**-1**"}, {"**0**"; "**-1**"}, {"**0**"; "**-1**"}, {"**0**"; "**0**"}, {"**0**"; "**0**"}, {"**0**"; "**0**"}, respectively.

g) It is also possible to construct a game of any length from the initial position *1*, and it will be reflected by a specific V-Sequence. This V-Sequence will have as many elements as the game itself but consist of two values, either "**0**" or "**-1**". These values will reflect the values of the positions and occupy the same places as in the game.

h) This also applies to any of 85 5-position games that begin and end with position *1*. Since position *1* has a value of "**0**", any V-Sequence for it will begin and end with a value of "**0**".

It turns out that there are 4 different V-Sequences for any game within the specific repeating set of 85 games. In this preface-description, a "repeating set" is a set of games of length 5 positions that begin and end with position *1*. The number of certain games consistent with a specific V-Sequence is given in item 2.b. This is the so-called GV-Distribution ("Games -V-Sequences" Distribution).

Yet it is only a concentration of a more important concept, one effectively central to the entire Part *6* of the theory.

i) This central concept is the mapping “Games – V-Sequences”. A mapping is a correspondence (or function) between each game and V-Sequence under which each game is necessarily given a unique corresponding V-Sequence.

The main properties of this mapping are given in the main text. Here, on the front cover, is given a mapping for all games of length 5 of the repeating set from position *1*.

j) This leads to seeing each of 85 games given a specific V-Sequence to correspond with. It is more than just a GV-Distribution, as every specific game here is pointed out, as it must be.

Concretely, the 5 games represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**} are given on a red background. The 12 games represented by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**} are given on a pink background. The 32 games represented by the V-Sequence {**0**;**-1**; **0**; **0**; **0**} are given on a yellow background. Finally, the 36 flawless games represented by the sequence {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**} are given on a light blue background. Colors are generally chosen arbitrarily, even though we have the following rule.

For games with more mistakes, we use a redder color of the spectrum (in the unusual reverse direction from blue to red). For more correct games, the spectrum colors shift in the usual direction from red to blue.

k) Let us illustrate all 5 games represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**} and show their chess properties.

The first, uppermost, game of the column on a red background, is written in positions as {1; 30; 335; 836; 1} and in chess notation as 1. ♗d3 ♜e5 2. ♗b1 ♜e2.

On the first move White mistakenly plays his bishop to *d3*, transitioning into position *30* (the central position of the “♗d3” circle).

Note that all games represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**} have precisely position *30* as their second position, whose value is “**-1**”. A value of “**-1**” means that Black could (can) win. In fact, he can do it by moving the rook to *a2*, followed by a double attack on the bishop and checkmate with a rook move to *d2* (by the way, the rook check to *a2* is the only winning move for Black).

Yet Black did not do this in the game we discuss but rather made a rook move to *e5* (see a previous item). This move isn’t bad of itself from a chessplayer’s point of view, as the rook is centralized and limits the white bishop. But from a theoretical point of view it is a mistake, since the resulting position *335* already has a value of “**0**”. This is so because White could (can) move the bishop to *g6* (or *h7*). But White errs in turn: he returned the bishop to *b1*, as the game under discussion requires it.

This is reflected by position *836* in the “♗d3” circle (recall that White’s moves are movements between circles and Black’s moves are movements within circles). Position *836* has a value of “**-1**” (lost for White), and therefore Black could (can) declare check with the rook to *a5* and win the bishop.

Black failed to do this, however, having moved the rook to *e2* instead. He was obligated to return (and did return) into the initial position *1* as required by the game under discussion.

We can, as mentioned earlier, describe this game with chess notation: 1. ♗d3 ♜e5 2. ♗b1 ♜e2. In chessplayers’ language, we could compose the following comment for this game.

White, being in a drawn position, carelessly played the bishop to *d3*. Black could have exploited this and, having declared check on *a2*, produced a double attack with a rook move to *d2*.

Yet he failed to do this (probably not having properly analyzed this possibility), having instead moved the rook to *e5*, centralizing it. After this White could have moved the bishop to *g6* but also made a mistake, having returned the bishop to *b1* (he probably assumed that it is best to keep the bishop next to his king. This move could have ended sadly for him, as after it Black could have checked with the rook from *a5* and won White's bishop. However, fortunately for White, Black once more missed this possibility and moved the rook *e2*.

l) From the point of view of the idea about representing any game with a V-Sequence, the above paragraph is expressed very briefly mathematically: "the game {1; 30; 335; 836; 1} corresponds to the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}".

It would seem that this statement is all too naïve. Besides, it does not reveal the diversity and attractiveness of a chess game. Such, for example, is expressed in the last paragraph, which acts as a "comment" to the previous item.

On the one hand, this really is so, as mathematics is specific in emphasizing and studying only the most general properties of an object. On the other hand, it is possible to extract more important ideas from this brief expression we obtained.

First of all, mathematics, through the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}, which reflects the game being discussed, expresses the main structure of the game. It does so from the point of view of the values of its positions, and therefore also from the point of view of its flawlessness or lack thereof.

Second of all, mathematics generalizes this fact onto other games with the same V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}. And really, nothing in principle changes in the game if Black moves the rook to *e4*, *e6*, *e7*, or *e8* instead of *e5*, after which White again makes a mistake, returning the bishop to *b1*, while Black once more fails to exploit this mistake, returning the rook to *e2* (see a separate item about this in more detail).

Third of all, mathematics foresees the existence of certain properties (that are probably new and important) in studying games from our initial position. While at it, it uses the study of V-Sequences, in particular, the following fact: the number of V-Sequences is described by the well-known Fibonacci formula (more on it below).

A triad of mathematical values is formed: "explanation", "generalization", "anticipation" of new facts and ideas that its theory offers. For more on this, see the general preface to Part *6* of the whole book.

m) Here we give the four other games represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}. They are the games: {1; 30; 337; 838; 1}; {1; 30; 339; 840; 1}; {1; 30; 341; 842; 1}; {1; 30; 343; 844; 1}.

Immediately we notice the following fact. The first three games reflect the black rook moves to *e6*, *e7*, and *e8*, while the last one the rook move to *e4* (where it is hit by the bishop).

Why is it that the number of the position with the rook on *e4* is greater than the other positions' numbers, even though all numbers are arbitrary in principle if they satisfy the condition of parity and disparity for white and black positions? The matter is that only under White's first move with the bishop to *d3* (as opposed to moves to *f5*, *g6*, *h7*) не надо Black can move the rook to *e4*, so that the bishop can then return.

It is namely from position *843* that position *844* of the "♗d3" circle arises, a position located not on the circumference itself but near it. Whereas the four positions that all stand in fourth place in the five games we discuss (*836*, *838*, *840*, *842*) can arise from different circles, position *844* can only arise from the ♗d3 circle. However, all five of these positions have a value of "**-1**", since in them Black could declare a check along the *a*-file, winning the bishop.

That is why the "♗b1" circle has 5 brown positions (4 on its circumference and one near it).

n) Let us return a little to the values of positions of the graph of Fragment *1*. The Graph mainly has only green positions, of "**0**" value. There are 9 positions of "**-1**" value, and among them are 5 we just described. The four other ones are central positions of the following circles: "♗a2", "♗c2", "♗d3", "♗e4". As mentioned in item "2.e.", they have a "**-1**" value.

o) We have five games represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}. From their analysis, it is easy to understand the structure of the games of the next set along the spectrum, moving to the right. This set of 12 games, represented by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**}, is given on a pink background (there is also a narrow orange background strip between the red and pink backgrounds, which we will talk about later).

The structure (more precisely, value structure) of games on the pink background is defined by only one mistake by White and one by Black. Both occur on the second move. Since the bishop must be on *b1* immediately before Black's last move, the only possible locations of black pieces are the locations of the black rook on *e5*, *e6*, *e7*, *e8*. These are precisely the squares from which the rook could check along the *a*-file and win the bishop. These squares are characterized by the brown positions *836*, *838*, *840*, *842* of the "♗b1" circle, which have "**-1**" value. That is why Black must have moved the rook to the squares *e5*, *e6*, *e7*, *e8* on his first move.

As for White's first move, he could have (can) play only to the squares *f5*, *g6*, *h7*, which are characterized by the central positions *50*, *60*, *70* of the circles "♗f5", "♗g6", "♗h7", which have "**0**" value. This is why the number of games in the set represented by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**} is equal to 12 (the product of three possible White moves and four possible Black moves).

Specifically this leads to games of the kind {position *1*; positions *50* or *60*, or *70*; other positions of games defined by the bishop's locations on *f5*, *g6*, *h7* and the rook on *e5*, *e6*, *e7*, *e8*; position *836* or *838*, or *840*; position *1*}. Here the game {1; 50; 535; 836; 1} (in chess notation: 1. ♗f5 ♜e5 2. ♗b1 ♜e1) is given as the first game on the pink background of the cover.

Obviously, all of these games are similar in some respect. In mathematical language this means that they are homomorphic, since they are represented by one and the same V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**}. Then again, homomorphism will be mentioned later.

p) This item is dedicated to the 32 games represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**} and shown on a yellow background.

Since here both White and Black erred on the first move, this means, first of all, that White moved the bishop to *a2* or *c2* or *d3* or *e4*. These are the central positions *10*, *20*, *30*, *40* of the circles "♗a2", "♗c2", "♗d2", "♗e4", respectively. We will begin with the bishop moves into check, that is, games in whose second place stands either position *10* or *20*.

There are 5 games of the repeating set that have position *10* in their second place. This is because after the bishop move to *a2* the black king can move to five squares, pointed out in item "1.j." By making any of these moves, Black commits a mistake; he could have won the game by capturing the bishop (which by the way is the only winning move). Yet winning the bishop is impossible in games of the repeating set, so the king goes to other vacant squares. Positions that correspond to these squares are given in item "1.j." Next, the bishop returns to *b1* and the king returns to *b3*. Here is the list of games containing position *10*: {1; 10; 111; 812; 1}; {1; 10; 113; 814; 1}; {1; 10; 115; 816; 1}; {1; 10; 117; 818; 1}; {1; 10; 145; 846; 1}. To illustrate, we give the chess notation for the first game we pointed out: 1. ♗a2 ♚a3 2. ♗b1 ♚b3.

There are 4 games of the repeating set that have position *20* in their second place. This is because after the bishop move to *c2* the black king can move to five squares, pointed out in item "1.j".

By making any of these moves, Black commits a mistake; he could have won the game by capturing the bishop (which by the way is the only winning move). Yet winning the bishop is impossible in games of the repeating set, so the king goes to other vacant squares. Positions that correspond to these squares are given in item "1.j." Next, the bishop returns to *b1* and the king to *b3*. Here is the list of games containing position *20*: {1; 20; 211; 812; 1}; {1; 20; 215; 816; 1}; {1; 20; 217; 818; 1}; {1; 20; 219; 820; 1}. To illustrate we give the chess notation for the first game we pointed out: 1. ♗a2 ♚a3 2. ♗b1 ♚b3.

q) Now let's talk about those games in which White first moves the bishop to *e4*.

This move is also a mistake, since after it Black could take the bishop and, of course, win the game (capturing the bishop is the only move that wins). Yet black cannot do this, as we must later return to the initial position *1*.

The paragraph above signifies that both White and Black immediately make a mistake in all games of the set (which is represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**}, one containing two changes of value).

The number of games in which White moves the bishop to *e4* is equal to *12*, since after this Black has 5 king moves and 7 rook move (rook moves to *a2*, *c2*, *e4* are unacceptable for games of the repeating set, even though games with such moves will be examined later). These moves characterize the positions described in item "1.j1".

Here we give the list of 12 games whose second place is occupied by position *40*:
{1; 40; 411; 812; 1}; {1; 40; 413; 814; 1}; {1; 40; 415; 816; 1}; {1; 40; 417; 818; 1}; {1; 40; 419; 820; 1}; {1; 40; 421; 822; 1}; {1; 40; 423; 824; 1}; {1; 40; 425; 826; 1}; {1; 40; 427; 828; 1}; {1; 40; 429; 830; 1}; {1; 40; 431; 832; 1}; {1; 40; 433; 834; 1}. We again give the chess notation for the first game listed to illustrate: 1. ♗e4 ♚a3 2. ♗b1 ♚b3.

r) Now about games in which White moves the bishop to *d3* and that are represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**}.

We note that the games discussed previously, with White's first move to *d3* were represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}. However, we need to analyze other games with this first move. This means that in the "♗d3" circle there are positions formed by the games we need. These are all those positions that did not appear in the creation of games of the five-element set from item "2.k" (they are represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}). There must be 11 such positions and here they are in a list (characterized by the locations of black pieces).

Position *325* – rook *e1*; *327* - rook *f2*; *329* - rook *g2*; *331* - rook *h2*; *333* - rook *e3*; *323* - rook *d2*; *321* – rook *b2*; *311* - king *a3*; *313* – king *a4*; *315* – king *b4*; *317* – king *c3*. Simply put, none of these positions can any longer have the rook on the squares *e4*, *e5*, *e6*, *e7*, *e8*. If they had the rook on these squares, then after the white bishop return to *b1*, Black could win the game with a check along the *a*-file, which would lead to a value of "**-1**". We, however, need a value of "**0**" for positions that stand in the fourth place in the game (a value of "**0**" in the fourth place of the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**}).

Therefore we give here the list of games represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**} and having position *30* in the fourth place: {1; 30; 311; 812; 1}; {1; 30; 313; 814; 1}; {1; 30; 315; 816; 1}; {1; 30; 317; 818; 1}; {1; 30; 321; 822; 1}; {1; 30; 323; 824; 1}; {1; 30; 325; 826; 1}; {1; 30; 327; 828; 1}; {1; 30; 329; 830; 1}; {1; 30; 331; 332; 1}; {1; 30; 333; 834; 1}. As usual, we will illustrate the first game on the list using chess notation: 1. ♗e4 ♚a3 2. ♗b1 ♚b3.

s) We only have the 36 games represented by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**} left to look at. They are located in the final column of Fragment *2* and shown on a blue background, which stands for their impeccability.

These 36 games are impeccable because both sides play flawlessly. In our specific case, this is a statement of existence of only two values (“**0**” and “**-1**” under the initial position of value “**0**”. It can be strengthened as follows.

If White plays flawlessly, then so does Black. Since White transits from one drawn position to another by upholding the value “**0**”, Black therefore cannot win in a drawn position. But Black cannot lose either, and it follows that he is “condemned” to play flawlessly. In the main text, we will call this situation (one in which a side cannot make a mistake) a trivial situation, but it will be discussed in detail there and not here.

In order to construct the games of this last green column on a light blue background, we need to understand the following: if the value “**0**” stands in the second and fourth places of the V-Sequence, then this V-Sequence must be {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}, that is, a constant sequence. This is also true for any V-Sequence where zeroes occupy even places for our case of the initial position *1*, and it is true not solely for the repeating set with games of length 5. It is also true for any length as measured from our initial position. Or once more: since the initial position has value “**0**” and White plays correctly, this automatically leads to correct play on Black’s behalf.

This is why to in order to construct the set of flawless games it suffices to only look at non-losing moves of White. The first moves of White that uphold the value “**0**” are moves into central positions *50*, *60*, *70* of the circles “♗f5”, “♗g6”, “♗h7”. Then in each of these circles Black may make any moves, and they will not affect the value of the resulting positions as positions of value “**0**”. We need only choose those of them that lead to “**0**” positions of games of the repeating set.

Among all of Black’s moves in positions *50*, *60*, *70* there are five king moves and 14 rook moves. Of the rook moves three – the moves to *a2*, *c2*, *e4* – we must not consider, as they directly prevent the return to position *1*. Four of them, on the other hand, - *e5*, *e6*, *e7*, *e8* – we must also not consider, since they do not correspond to the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}. This is because in anticipation of the bishop’s next move to *b1*, this would lead to a value of “**-1**”, since Black would be able to win with a rook check along the *a*-file.

This leads to the existence of 12 moves in each of the circles “♗f5”, “♗g6”, “♗h7”, characterized by any of five locations of the kings and seven locations of the rook – on *b2*, *d2*, *f2*, *g2*, *h2*, *e1*, *e3*. For example, for the “♗f5” circle these positions of the black pieces lead to the following positions: *511* – king *a3*; *513* - king *a4*; *515* – king *b4*; *517* – king *c3*; *519* – king *c4*; *521* - rook *b2*; *523* - rook *d2*; *525* – rook *e1*; *527* - rook *f2*; *529* - rook *g2*; *531*- rook *h2*; *533* - rook *e3*.

In order to make it easier for the reader to select those positions in the circles “♗f5”, “♗g6”, “♗h7” that take part in the construction of flawless games of the repeating set (represented by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}), we could offer the following rule. Of the 16 positions of every circle mentioned, we need to delete four positions of the northeastern sector. These are precisely the positions that correspond to the respective brown sector of the “♗b1” circle.

t) We will show this by using the example of constructing all 16 games with the “♗h7” circle. For each of them, the first two positions are the same: {1; 70}. Then, with Black to move, we will move clockwise along the circumference, starting with the uppermost position of the given circle. For example, from the uppermost position *741* we obtain the game {1; 70; 741; 842; 1}. It is represented by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**} and is the last in the column of games on a pink background (when computing the number of games represented by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}, it will not be necessary to account for it as well as three others). The three other games are the following: {1; 70; 739; 840; 1}; {1; 70; 737; 838; 1}; {1; 70; 735; 836; 1}. All of them, as well as the game just described, are among the last in the pink column of games that correspond to the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**}.

We proceed further (clockwise and along the circumference of the "♗h7" circle) and obtain the following 12 games: {1; 70; 733; 834; 1}; {1; 70; 731; 832; 1}; {1; 70; 729; 830; 1}; {1; 70; 727; 828; 1}; {1; 70; 725; 826; 1}; {1; 70; 723; 824; 1}; {1; 70; 721; 822; 1}; {1; 70; 711; 812; 1}; {1; 70; 713; 814; 1}; {1; 70; 715; 816; 1}; {1; 70; 717; 818; 1}; {1; 70; 719; 820; 1}. All of them are already represented by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**} and are located at the bottom of the green column of games on a light blue background (they proceed in reverse order upwards, beginning with the lowermost game of the column).

For the circles "♗h7", "♗g6", games represented by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**} are constructed similarly. The facts above confirm that there are 36 games represented by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}.

u) Now we will discuss those parts of Fragment *2* that are symbolic depictions of games discussed earlier.

At the top of the column of games on a pink background there is a fragment that symbolizes the reflection between games of the repeating set and all V-Sequences. At the same time, games are marked as $G(5)_{1\text{-}1}$, while V-Sequences as V(5).

At the bottom of the column of games on a pink background there is a fragment that symbolizes the mapping of all games of length 5 (and not just games of the repeating set) and all possible V-Sequences. Games there are marked as $G(5)_{1\text{-}\forall}$, and V-Sequences as V(5). Here the symbol "∀" means any position that is reachable by a game of 5 elements (as opposed to position *1*, which must stand not only in the first place but also in the fifth, which was symbolized by the connection "1-1").

The sense of such markings is rather simple. The set of games of the repeating set is merely a part, a subset, of the entire set of games of 5 elements. This fact could be written as $G(5)_{1\text{-}1} \subseteq G(5)_{1\text{-}\forall}$ (this is done in the main text of the book). But for this preface we mostly need quantitative relations – see the next item.

w) This item is last in the description of Fragment *2*. It tells of the elements on the border between Fragment *2* and Fragment *3* (which, we remind, is captured by the light-gray background). This is primarily gray small rectangles with numbers that are located on such-and-such backgrounds of Fragment *2*.

There are four gray rectangles with rather large number (above 3000) and four small rectangles with small numbers. Each of them is linked with a specific yellow V-Sequence (they are positioned diagonally only for better readability).

Thus, we have eight distinct V-Sequences. We have already described 4 of them, while 4 others will be described below. Why there really are eight of them will be explained in the description below for Fragment *3* (where Fibonacci numbers will be described). Here we will talk about the purpose of the numbers in the gray rectangles.

So, the gray rectangle with the number 3211 (on a red background) shows the number of all games (of length 5 as measured from our initial position) represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}.

By analyzing the Graph above, we found that the number of games of the repeating set that are represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**} is equal to 5. It turns out that the number of all games of length 5 that are represented by the same V-Sequence is equal to 3211. We will try to explain such a very large number as compared to the five games of the repeating set by constructing several games that are not members of the subset $G(5)_{1\text{-}1}$.

Let us take the game {1; 30; 335; 836; 1} from our column and try to change it a little in order to obtain a different game. We will consider a game where the first four positions of the new game are the same, while the last position will be a position characterized by the black rook's move from *e5* to *e1*.

And in reality, the game above is written in chess notation as 1. ♗d3 ♜e5 2. ♗b1 ♜e2. The new game will be written as 1. ♗d3 ♜e5 2. ♗b1 ♜e1 (by pure coincidence, this also turns out to be a stalemate!).

It is clear that this new game will also be represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}. But it could not (cannot) be an element of the repeating set of games, since it ends in stalemate.

Yet something else is also interesting. We know that the only winning move out of the fourth positions in both these games is the rook move to *a5* (followed by winning the bishop). Therefore, all other moves (as well as the rook move to *e2*, which leads to position *1*) lead to the fifth position having value "**0**".

It turns out that almost all of Black's moves in the fourth position of the game (when the rook is on *e5*) are drawing, as they lead to position of value "**0**". This in turn signifies that besides our new game, represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}, there are many others.

Consequently, we have constructed an example of a game of length 5, represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**} and not covered by the Graph of Fragment *1*. In the main text it will be shown that all 3211 games could have been given on a red background that symbolizes this V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}. This explains why we chose to give these games symbolically (in the form of a gray rectangle with the number 3211) on a red background. The reader needs only imagine that the red background embodies a very large set of games that we could not depict for technical reasons. We have, however, depicted a part of this set that consists of 5 games of the repeating set.

w1) Now let us look at the set of games (as always, of length 5) from position *1*, represented by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**}. This set is given on a pink background (the set of 487 games on an orange background is described below).

As we have found, the 12 games of the repeating set are examples of games from this set. Let us build at least one game from it. To that end, we will use the game {1; 70; 741; 842; 1}. In chess notation it appears as 1. ♗h7 ♜e8 2. ♗b1 ♜e2.

We will change this game a little. On his second move, let Black play the rook to *e1* instead of *e2*. We obtain the game 1. ♗h7 ♜e8 2. ♗b1 ♜e1. A stalemate results, which means that the last position of this new game has a value of "**0**". But this also means that our new game is also represented b the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**}. In reality, Black could have played differently, just not with the rook to *a8*, which would have led to winning the bishop, and the last position of the game would have had a value of "**-1**" (see later games on the thin strip of a dark-green background, which are represented by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **-1**; **-1**}).

We have thus constructed an example of a game of length 5, reflected by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**}. In the main text it will be shown that there are 3402 such games. They all could have been presented on a pink background, which symbolizes this V-Sequence. This explains why we chose to give these games symbolically (in the form of a gray rectangle with the number 3402) on a pink background. The reader once more is offered to imagine that the pink background embodies a very large set of games that we technically could not depict. We have, however, represented a part of this set that consists of the 12 games of the repeating set.

w2) Now we look at the set of games (of length 5) from position *1*, represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**}. It is given on a yellow background. It turns out that there are 3455 such games, but only 32 of them are directly shown in Fragment *2*, as elements of the repeating set. It is also easy to construct a game not from the repeating set but represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**}.

To that end, we take the game {1; 30; 325; 826; 1}, written in chess notation as 1. ♗d3♜e1 2. ♗b1 ♜e2 and change it a little. With his last move, let Black move the rook to *e5* instead of *e2*. The resulting position has a value of "**0**". This means that the new game 1. ♗d3 ♜e1 2. ♗b1 ♜e5 is also reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**}.

By the way, here we could have taken any move by Black in order to create the new game, since a position with "**0**" can only result in positions whose values are also "**0**". This is a consequence of the Minimum Principle for Black: Black himself cannot decrease the value of the position, nor can he lose in this case. Therefore, any Black position of "**0**" value is necessarily followed by a position whose value is also "**0**".

Concluding the idea of the large number of games represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**}, we will mention only that the reasons for this are discussed in the main text rather than here.

w3) Finally, we will look at the largest subset of games: the subset corresponding to the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}. It is given on a blue background (the rightmost one on the cover) and symbolizes the impeccability of these games (the rightmost end of the spectrum).

We have found that there are 36 games of the repeating set reflected by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}. It turns out that there are 4312 games of the same length from the initial position *1*, so that 36 specifically constructed games are only a small part of this large subset.

It is also very easy to construct a new game that illustrates the vast subset of games above, but not from the list of those presented on a light blue background. For example, take the last game from the list, - {1; 70; 733; 834; 1}, written in chess notation as 1. ♗h7 ♜e3 2. ♗b1 ♜e2, - and change it a little.

Let the last move be the rook move to *e1* rather than *e2*. We again have stalemate, and this means that the last position of this game has a value of "**0**", and this entire new game is represented by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}.

By the way, Black could have moved the rook or king to any other square. In that case, the game would still be reflected by the same V-Sequence. We will also note that that on his first move Black could not improve, as any Black move would lead to a position of "**0**" value after White's correct bishop move to *h7* (this is a consequence of the Minimum Principle for Black from the item above). This hints at a vast number of games reflected by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}.

w4) Now let us look at games of length 5 that are represented by other V-Sequences. These games are not given on the cover in the form of green or brown squares with numbers, since they are not elements of games of the repeating set.

a) other backgrounds of Fragment *2*, which are ascribed to the often narrow strips between the main wide strips of the backgrounds under consideration, and:

b) gray rectangles on the border between Fragments *2* and *3* (we will note that these rectangles formally belong to Fragment *2*, since V-Sequences connected to them are encased by certain colors (but not light-gray, as it is the color of Fragment *3*).

We mentioned that there are other V-Sequences (of length 5 elements, as is the game). They are the V-Sequences: {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}; {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}; {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**}; {**0**; **0**; **0**; **-1**; **-1**}. We will begin our description with the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}.

The V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**} is located between the V-Sequences {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**} and {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**} on the cover. This fact is in principle purely coincidental, as we simply mark a place for it within Fragment *2*. Much more substantial is the following fact. It is given on an orange background, which symbolizes the degree of erroneousness of games it reflects. We will now construct a game represented by it, but before we do, we have this to say: in such game (and in all others represented by this V-Sequence) there are fewer mistakes than that in the games of the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}.

And in reality, whereas there are 4 mistakes in a game represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**} (recall that a mistake is a pair of different values), there are only three in a game represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}.

White is first to commit a mistake (the value decreases from "**0**" to "**-1**"), followed by Black's one (the value increases from "**-1**" to "**0**"). On his second move White errs again (the value again decreases from "**0**" to "**-1**"). Finally, Black no longer makes a mistake but produces a winning move instead (the value is kept at "**-1**").

Finally, in this item we will say a few last words (before constructing a new game represented by this V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**} in the next item).

Any game of the repeating set a priori cannot be reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}, since the last value must be "**0**". It must be consistent with the value of the initial position *1*, reached by White and Black in playing it out (while in our V-Sequence this value is "**-1**").

w5) We will take the game 1. ♗d3 ♜e5 2. ♗b1 ♜e2 and alter it a little. Let Black give a rook check on *a5* with his last move. This is a winning (and uniquely so, as we mentioned in several preceding items) move, as it allows Black to win the bishop. Thus, the game 1. ♗d3 ♜e5 2. ♗b1 ♜a5 is represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}.

Here, it is also easy to give several other games represented by the same V-Sequence. For example, these are the games: 1. ♗d3 ♜e6 2. ♗b1 ♜a6; 1. ♗d3 ♜e7 2. ♗b1 ♜a7; 1. ♗d3 ♜e8 2. ♗b1 ♜a8. They are all formed similarly: instead of making a rook move along the *e*-file to the fifth rank, Black moves to either the *6*th, *7*th, or *8*th rank of the same file. From there, he is ready to meet White's ill-fated bishop move to *b1* with a murderous rook check on *a5*, followed by winning the bishop.

Let us specifically illustrate the game 1. ♗d3 ♜e5 2. ♗b1 ♜a5 with respect to mistakes committed. Thus, with his first move White haphazardly moved to *d3*. This move is bad because it loses to Black's rook move to *a2*, followed by a double attack from *d2*. But Black made a mistake in turn, failing to exploit White's mistake, and moved the rook to *e5*. It would seem that the move is not bad in itself, but it is a mistake, as a move is considered a mistake if (and only if!) it changes the value of a position. After this White could move the bishop, for example, to *g6*, and Black would then be unable to create anything terrifying for White. This is so because the position after the bishop move has a value of "**0**", which means that Black is "committed" to make any move that leads to the same value (item *w3*).

But fortunately for Black, White returned with the bishop to *b1*, and this time Black used the arising opportunity to win the bishop with a rook check from *a5*. He did just that, which is mathematically reflected in the last position of "**-1**" value and the belonging of the entire game to the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}.

It turns out that there are 487 games (of length 5) reflected by this V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}. This is given by the light-gray rectangle connected to this V-Sequence, along with the number 487.

The number 487 approximately reflects the width of the orange strip, which symbolizes the entire set of such games. Yes, there are rather many of them, but much fewer nonetheless than games on the red or yellow backgrounds. The reasons for this will be explained in the main text, although several ideas will be given in this preface-description below. For now we move on to other games associated with our new V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**} (we skipped over the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**} along the spectrum, which will be mentioned slightly later).

w6) Constructing a game represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**} is rather simple. We will begin construction again with the losing bishop move to *d3*.

Since after this we must obtain all positions of "**-1**" value, Black must play flawlessly, that is, upholding the value of "**-1**" as winning for himself. The only means of doing so is the rook move to *a2*. White is forced to respond with a king to *b1*, and Black can with with a rook move to *d2*, committing a double attack (threatening to checkmate or capture the bishop).

We will rewrite the resulting game in chess notation: 1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♜d2 (we cannot use the positions of the Graph on the cover, except the first two, since after the rook move to *a2* it is impossible to return to the initial position *1* under the given length of games). It is clear that the game we just constructed is reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**}.

We will give some properties of this game in mathematical language. The game contains only one mistake. White errs on his first move, after which Black unflinchingly makes correct moves (by the way, had he made a move along the *a*-file, he would have let go of the win; we would then have a game represented by the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}, which we will mention later).

The attentive reader may ask, "Why do we almost never look at games with the first bishop move to the squares *a2*, *c2*, *e4*. They too must be represented by V-Sequences considered in this item and with "**-1**" in their second place?"

This is a good question. Truly, all the moves pointed out above mean that White makes a mistake on his first move. At the same time Black, if he wants to win, must immediately capture the bishop. We will return to this nuance later, but for now let us construct several games reflected by the V-Sequences {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**} and {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; -**1**}, both of which are analyzed here.

Well, things are simple with the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**}. If White moves the bishop to *e4*, then Black takes this bishop, and later on the second move the sides may make any moves, - we will have all the games represented by this V-Sequence.

For example, in chess notation the game 1.♗e4 ♜e4 2.♔b1 ♜e1 (here capture and checkmate symbols are not used, as they are almost always extraneous in recording games) is reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**}. On his last move Black could have played differently, since it is impossible to put the rook en prise by the king. This, by the way, hints at the fact that there are no games reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**} in which White plays his bishop to *e4* on the first move. On the other hand, as we promised, games reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}will be described later (let us just remember this fact).

The same applies to those games in which White moves his bishop to either *a2* or *c2*. We will construct some games and see what V-Sequences they may be reflected by.

So, the game 1. ♗a2 ♜a2 2. ♔b1 ♜c2, as well as the game 1. ♗c2 ♜c2 2. ♔b1 ♜a2, is reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**}. In each of them Black takes the bishop after it moves, and then after White's only king move, moves the rook to normal squares *c2* or *a2*.

But Black could have moved to other "normal" squares, - normal in the sense that their resulting positions must have a value of "**-1**". This (as will be shown in the main text) for white positions means that White is in a drawn position (of value "**0**") if this position is either a stalemate or one where White can immediately win the rook.

The last paragraph offers us this idea of constructing games reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}. And although we again come up against the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**} (which will be described below in detail), we will give two games corresponding to it.

These are the game 1.♗a2 ♜a2 2. ♔b1 ♜a1 and the game 1.♗c2 ♜c2 2. ♔b1 ♜c1. In the last position of either of them White could (even must) capture the black rook, which leads to the conclusion that this last, fifth position in the game has value “**0**” (the capture itself no longer happens, as that would be the sixth position of the game).

As for the games that begin with a bishop move to *a2* or *c2* and reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}, here they are.

It is the game 1. ♗a2 ♚a3 2. ♗b3 ♚b3 and the game 1. ♗c2 ♚c3 2. ♗b3 ♚b3. On his first move, White makes a mistake, putting his bishop en prise. Black, however, also errs: instead of taking the bishop he moves the king to *a3* or *c3*, respectively. White could then return the bishop back to *b1* (that is, the third position has value “**0**”) but errs again by putting the bishop en prise on *b3*, after which Black finally takes this bishop (that is, the fourth and fifth position in either game both have value “**-1**”).

w7) Now we could make a point blanc approach to constructing games reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}.

We could already say a lot about these games. So, they must all begin with a bishop move to the squares *a2*, *c2*, *d3*, *e4*, since the second “**-1**” after the first “**0**” in the V-Sequence signifies White’s first-move mistake. We will be considering 4 subsets of games, defined by these locations of the bishop on move one. We will attempt to construct a specific game for each of them, if possible.

So, there are no such games for the subset with the bishop on *e4*. This is established in item *w6*, but we will repeat the reason for it here. The reason is that Black must take the bishop, as it is the only means of winning that is reflected by the third “**-1**” in the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**} following the second “**-1**”. Then White makes the only doomed king move (by the way, if White had several moves in a position of “**-1**” value, they would all lose as well according to the Maximum Principle for a white position, covered below). Black, being in the fourth position of the game under construction (with value “**-1**”), must have made a mistake as demanded by the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}. But there are no mistaken moves for him, which leads to a lack of games in this subset.

Fortunately, such games exist for subsets with a bishop move to *a2, c2, d3*, but there are very few of them. So, we have already constructed two games for the subsets *a2* and *c2*: 1. ♗a2 ♜a2 2. ♔b1 ♜a1 and 1. ♗c2 ♜c2 2. ♔b1 ♜c1. All other games, if they exist, must have part of the game record as either “1.♗a2 ♜a2 2. ♔b1 …” or “1.♗c2 ♜c2 2. ♔b1 …” for the subsets *a2* and *c2*, respectively. This is so because after the bishop moves to *a2* and *c2* Black can only execute the capture of the bishop by the rook (the capture of the bishop by the king is no good for reason of Black’s lack of mistake on his last move). After the only king move by White, Black must make a mistake, obeying the demand of the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**} to have a “**0**” in the fifth place after the fourth “**-1**”. Fortunately for us, Black can not only sacrifice the rooks via checks on *a1* and *c1* but move the king farther away from the rook, so that White may later take the rook with his king.

This leads to construction of games like “1. ♗a2 ♜a2 2. ♔b1 ♚…” or “1. ♗c2 ♜c2 2. ♔b1 ♚…”, where the ellipsis replaces those locations of the pieces (here: the black king) which define positions of value “**0**” (fifth positions of the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}). It is obvious that these are king moves that leave the rook unprotected: to *a4*, *b4*, *c3*, *c4* (for games of the kind

"1. ♗a2 ♜a2 2. ♔b1 ♚…") and to *a3*, *a4*, *b4*, *c4* (for games of the kind "1. ♗c2 ♜c2 2. ♔b1 ♚…").

Thus, in the subset of games with the bishop on *a2* there are 5 games consistent with the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}: "1. ♗a2 ♜a2 2. ♔b1 ♜a1"; "1. ♗a2 ♜a2 2. ♔b1 ♚a4"; "1. ♗a2 ♜a2 2. ♔b1 ♚b4"; "1. ♗a2 ♜a2 2. ♔b1 ♚c3"; "1. ♗a2 ♜a2 2. ♔b1 ♚c4".

In the subset of games with the bishop on *c2* there are 5 games consistent with the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}: "1. ♗c2 ♜c2 2. ♔b1 ♜c1"; "1. ♗c2 ♜c2 2. ♔b1 ♚a3"; "1. ♗c2 ♜c2 2. ♔b1 ♚a4"; "1. ♗c2 ♜c2 2. ♔b1 ♚b4"; "1. ♗c2 ♜c2 2. ♔b1 ♚c4".

What is left is to construct 14 games from the "*d3*" subset (ones where White's first move is bishop to *d3*). These are reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}, since the number of all games for this V-Sequence is equal to 24.

Let's make preparations for the games "1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♚…" and "1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♜…". Let us find locations (moves) of the king and rook that are not winning for Black. It turns out that all possible king moves (to *a3*, *a4*, *b4*, *c3*) are already non-winning for Black. That is, they are mistakes and lead to positions of "**0**" value, which is precisely what we need. As for the rook moves, all of them are non-winning, except ones to *b2*, *d2*, *f2*, and *g2*. Because there are 18 total moves in the fourth positions, there are 14 mistaken ones, that is, ones that are non-winning for Black. Instead of writing out all such moves, we will give a list of games from the subset in question: "1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♚a3"; "1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♚a4"; "1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♚b4"; "1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♚c3"; "1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♜a1"; "1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♜a3"; "1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♜a4"; "1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♜a5"; "1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♜a6"; "1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♜a7"; "1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♜a8"; "1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♜c2"; "1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♜e2"; "1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♜h2".

As such, there are 24 games reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}. In this preface-description we have constructed all such games, although they will be explained in more detail in the main text. This is true because 24 is the least number of games reflected by a given V-Sequence (in this case {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}). But let us sum up these important nuances that have been found as a result of this construction. We will do it thusly: after the paragraph that expresses a mathematical idea, immediately below it we will give its illustration in chess language (we will need this for drawing important conclusions at the end of this preface-description).

The V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**} illustrates mistaken play on behalf of both White and Black. At the same time the mistakes are not consecutive (definitely happening at different times). And really, White errs first (between the first and second position), but Black does not err in response. Black's mistake happens later (between the fourth and fifth positions).

In chess language: even having committed a mistake, a side should not despair, since a mistake on the opponent's behalf is also possible. This is especially noticeable in the case of the bishop's move to *d3*. Here it was rather difficult not only to find Black's winning move, but also his second move. For example (as will be shown in the main text), the rook move to *d2* is not the only winning move. The rook move to *f2* also wins, but this win is not simple at all.

The V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**} illustrates the important Maximum Principle concerning the white position. The Maximum Principle consists in the fact that the value of a white position is the maximum of the values of all positions that directly follow from it. In particular, this means that for a white position with a value of "**-1**" (lost for White) all of White's moves also lead to a "**-1**" position.

In chess language: almost always when Black takes (or rather, is able to take the bishop), the value of the position is equal to “**-1**”. This happens in three obvious cases: when White moves to *a2*, *c2*, *d3*, immediately putting the bishop en prise before the rook. If Black takes the bishop (“does not make a mistake” in mathematical language), he keeps his win (upholding the value of the position). After this, White is doomed (although possibly only temporarily) and must make the only move with his king. Of course, the uniqueness of the king move after Black’s capture of the bishop does not illustrate the Maximum Principle particularly well, but we could take this game for illustration: “1. ♗d3 ♜a2 2. ♔b1 ♜f2”. It is reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**}, but in the purely chess sense it is notable: its last position obviously does not look losing for White, but nevertheless it is such, which is explained by its “**-1**” value. By the Maximum Principle this means that any position emerging from it cannot have a value exceeding it, that is, they all have a value of “**-1**”.

w8) We are left to look at games reflected by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **-1**; **-1**}. This V-Sequence is located between the V-Sequences {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**} and {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**} and since it is given on a dark-green background, it symbolizes play by both sides with few mistakes.

And really, there is only one mistake here, by White. First, White correctly moves the bishop: to *f5*, *g6*, *h7*. Black can respond in any way, since being in a position of “**0**” value, any move of his leads to a position of the same value. But later White does make a mistake after all and produces a losing move. After this Black no longer errs (upholding the “**-1**” value of the position).

Let us translate all this into chess language by imagining the game 1.♗h7 ♜e8 2.♗b1 ♜a8.We constructed this game from a game given previously 1.♗h7 ♜e8 2.♗b1 ♜e1, having only substituted Black’s last rook move to *e1* with a devastating rook check on *a8*.

It is very easy to construct a different game reflected by the same V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **-1**; **-1**}. For this, we will note that White’s bishop return to *b1* can occur from other squares (from the triplet *f5*, *g6*, *h7*). Even for Black, we could vary their actions a little: instead of playing the rook to *e8*, he can play any move from the “quadruplet” *e5*, *e6*, *e7*, *e8*. “Abnormal” games are also possible, such as this one: 1. ♗h7 ♜e8 2. ♗e4 ♜e4. They are abnormal in the sense that White flagrantly put his bishop en prise by the rook, and Black just took it.

In general, White is not recommended to put his bishop en prise in a purely chess sense. Practically always this leads to a position lost for him, a position with “**-1**” value. In turn, Black is very much recommended to take the bishop should he be able to do so. Practically always this leads to a position winning for him, one with “**-1**” value (although there is the opposite implication here: Black does not make a mistake but rather plays flawlessly).

In mathematical language, making moves by White or Black signifies the execution of White and Black Strategies. Here, a Strategy (capitalized) is a set of pairs of positions with different turn to move (for White this pair begins with a white position and ends with a black one, and for Black vice versa: begins with a black position and ends with a white one). White and Black Strategy can be considered (and is considered in the main text) in the local sense as well as in the global (either for one pair of position or for a set of pairs) sense. It is very important to translate chess ideas into the language of mathematics, and the latter into the language of chess.

On the path to this mathematics must (and can) offer its ideas about representing games with specific V-Sequences. A detailed work-through of these ideas is made in the main text of the book. Already in this preface-description we justify the necessity and possibility of using mathematics for investigating this specific chess ending. We are yet to tell about this at the end of the whole preface as well as about the purposes of the entire investigation, which already follow from this preface-description or even from the cover. For the time being, let us conclude the question about the total number of games reflected by certain V-Sequences.

x) There are 15289 games of length five elements (positions). The number 15289 is the sum of all games reflected by the given V-Sequence.

For every game there is its own unique V-Sequence that represents the game by values of its positions and consists also of five elements (values). Thus, we once more confirm that there is a mapping between games and V-Sequences.

This mapping is fully constructed for games of the repeating set. For other games (of length 5) this mapping is constructed only in the main text (there it is also constructed for certain games whose length exceeds 5 positions).

On the cover, an important characteristic for this mapping is given for all games of length 5 – the GV-Distribution.

The GV-Distribution shows the number of games mapped by a specific V-Sequence. We have already talked about the GV-Distribution as it is applicable to games of the repeating set as well as other games. This, however, was done at different places. Because this topic is so important, we will repeat the characteristics of the GV-Distribution here in one place. After giving the GV-Distribution itself, we will repeat the technical aspects and gradually move on to describing Fragment *3* already.

Below, we will refer to the "GV(5)-Distribution of 15289 games for 8 V-Sequences" simply as the "GV(5)-Distribution". And here it is below.

GV(5)-Distribution:
GV(5) = 3211 games for V(5)={**0; -1; 0; -1; 0**}.
GV(5) = 487 games for V(5)={**0; -1; 0; -1; -1**}.
GV(5) = 3402 games for V(5)={**0; 0; 0; -1; 0**).
GV(5) = 24 games for V(5)={**0; -1; -1; -1; 0**}.
GV(5) = 3455 games for V(5)={**0; -1; 0; 0; 0**}.
GV(5) = 67 games for V(5)={**0; -1; -1; -1; -1**}.
GV(5) = 331 games for V(5)={**0; 0; 0; -1; -1**}.
GV(5) = 4312 games for V(5)={**0; 0; 0; 0; 0**}.

We would like to remind about the technical aspects of this GV(5)-Distribution (every aspect is pointed out in a separate paragraph, without noting their importance).

V-Sequences on the cover are given right to left (colored light-yellow in small squares with values) and reflect their upwards order of presentation.

Their number of games is approximately reflected by the width of the colored strip.

The color of the background on which games and V-Sequences are given mainly reflects the games' degree of mistakenness. The degree of mistakenness corresponds to the colors of the spectrum in the direction from blue to red.

x1) Here we will give some conclusions from the description of Fragment *2*.

In order to create the GV(5)-Distribution (and the GV(5)-Mapping) these main means were used: the initial position, the subgraph of the Graph of its Sequel (referred to as the Graph of Fragment *1* in this preface-description), the constructed set of games of the so-called "repeating set", and some other means.

The GV(5)-Distribution can be applied to its own internal subsets, for example, to the repeating subset. Here it is below, marked as $GV(5)_{1\text{-}1}$ (now for eight V-Sequences, since the number 8 is a special number of the Fibonacci sequence, which will be mentioned in item *3* of the present preface-description).

$GV(5)_{1\text{-}1}$ – Distribution (85 games among 8 V-Sequences):

$GV(5)_{1\text{-}1}$ = 5 games for V(5)={**0; -1; 0; -1; 0**}.

$GV(5)_{1\text{-}1}$ = 0 games for V(5)={**0; -1; 0; -1; -1**}.

$GV(5)_{1\text{-}1}$ = 12 games for V(5)={**0; 0; 0; -1; 0**).

$GV(5)_{1\text{-}1}$ = 0 games for V(5)={**0; -1; -1; -1; 0**}.

$GV(5)_{1\text{-}1}$ = 32 games for V(5)={**0; -1; 0; 0; 0**}.

$GV(5)_{1\text{-}1}$ = 0 games for V(5)={**0; -1; -1; -1; -1**}.

$GV(5)_{1\text{-}1}$ = 0 games for V(5)={**0; 0; 0; -1; -1**}.

$GV(5)_{1\text{-}1}$ = 36 games for V(5)={**0; 0; 0; 0; 0**}.

GV(n) – Distribution (here with the letter *n*) may be a characteristic of games and V-Sequences *n* elements long, that is, of any, often unbounded, length.

In all cases of application (for sets, subsets of games, their various lengths, etc.), - the GV-Distribution is a characteristic of the GV-Mapping, - the mapping between games and V-Sequences.

3) The GV-Mapping, mentioned in the last sentence of item *2*, is the point of departure for describing Fragment *3*.

Fragment *3,* although not very large, is extremely important in understanding the aims and objects of investigation in the entire Part *6* of the present theory. It illustrates the fact of dependence of the quantities of V-Sequences mainly only on the length *n* of the V-Sequence itself. At the same time it turns out that these numbers are directly tied to the Fibonacci numbers in the well-known sequence of the great mathematician who lived many centuries ago.

3. 1 However, we will start with that which is specifically depicted in Fragment *3*. We will analyze the fragment, which is located directly above the authors' names and includes:

a) A symbolic designation of the number of V-Sequences depending on the length *n*, - $V(n)^{«0»«-1»}$.

b) A symbolic designation of the function $F(n)^{«0»«-1»}$.

c) A tabular presentation of the Fibonacci sequence **F(n)** for different values of **n**. Here the following formula especially stands out: **F(n)=F(n-1)+F(n-2)**. It gives the value of the *n*-th number of the Fibonacci sequence (which later coincides with the number of V-Sequences depending on the length *n*).

We will now describe all three of these detailed fragments.

The number of V-Sequences in the general case depends not only on the length of V-Sequences (games) but also on the following factors: the value of the initial position, the turn to move in it (a white or black position), possible values in the Sequel of the initial position and possibly some other factors (which are examined in the main text).

Obviously, in our case the initial position is of value "**0**", is white, and in its Sequel there can only be positions with two values ("**0**" and "**-1**").

In the main text, we consider other initial parameters for the number V(n) – the number of V-Sequences. But even here it is possible to simply illustrate the dependence of the number of V-Sequences on these initial parameters. For example, if we look at position *1* (as a diagram) with Black's turn to move, then it is clear that because the new position is of "**0**" value, all V-Sequences will start with two zeroes. This follows from the Minimum Principle, under which Black cannot decrease the value of his position. Later, after Black's first move, a white position with a "**0**" value arises, which now can be deemed "initial" in computing the number of V-Sequences.

The reasoning above brings us to the idea that the number of V-Sequences does not depend on the kind of initial position. It is not even too dependent on the turn to move in the initial position, as it is as if the number of V-Sequences in this case shifts one unit to the right in its possible recursive formula, dependent on the number *n* (assuming this formula exists).

All of these questions are considered in the main text, and it will be proven there that the number of V-Sequences under certain conditions is indeed dependent only on the length of the V-Sequence.

All these conditions are satisfied in our case. It turns out that under an initial white position with value "**0**" and one that has only two possible values ("**0**" and "**-1**") in its Sequel, the number of V-Sequences depends only on the length of the V-Sequence (or game) *n* and can be expressed by an independent function **F(n)**.

However, what is important from the point of view of the GV-Mapping is that the number of V-Sequences is the maximum number of V-Sequences under the given initial conditions. It is possible to say even more generally: the set of all V-Sequences for games from such-and-such position is a subset of the entire (obviously, maximum) range (of some independent large set). For those readers who find this difficult to understand, we give a simple and concrete illustration below.

In the $GV(5)_{1\text{-}1}$–Distribution of the corresponding mapping above we have V-Sequences that contain no games they reflect. Is this possible for a mapping? Yes, it is, since for a mapping in general (and ours in particular) it is only necessary that only one element of the range (for us: V-Sequence) correspond to each element of the domain (set of games). But the opposite is not mentioned: that "some game must correspond to every V-Sequence".

Mathematics in this case offers to examine sets of games and sets of V-Sequences separately from one another even before we define a correspondence from one set of elements into another (for example, having designated sizes or boundaries of these sets).

These sizes or boundaries are in other words the domain and range – independent sets that are only later examined for the presence of a correspondence, a function between their elements.

In such a case the set of V-Sequences is the maximum possible set of V-Sequences that is formed based on only the internal properties of its structure. These properties are, for example, the Principles of Maximum and Minimum, when the formation of any V-Sequence obeys the rules of one value (element of the V-Sequence) following another.

Now we have explained the situation in which an autonomous formula arises for the number of V-Sequences independently of games. The number of V-Sequences is in this case the maximum number of V-Sequences, independent of the kind of positions or games that these V-Sequences represent (since some V-Sequences represent nothing at all). This number of V-Sequences can be described by an independent formula. If such takes place, this formula can and must be proven separately.

This proof is completed in the main text. It turned out that the number of V-Sequences is described by the Fibonacci formula, which is expressed in tabular form, as shown in fragment "c" of Fragment *3*. The same is given below in the form of two lines.

n: 1; 2; 3; 4; 5; 6; …; - the number of elements (either in the V-Sequence or the game);
F(n): 1; 2; 3; 5; 8; 13; …; **F(n)=F(n-1)+F(n-2)** under *n* greater than or equal to 3 (for **n=1** and **n=2** the values are **1** and **2**, respectively).

3.2 Suppose we have derived and proved the formula for the number of V-Sequences. How can we use this?

First of all, it is pleasant to understand why we have precisely 8 V-Sequences for games of length 5.

Second of all, we can also immediately compute the number of V-Sequences for game of any length.

Third of all, as shown in the main text, we can not only compute the general number of these V-Sequences but also write them out element by element.

Fourth of all, having the list of V-Sequences for a given length already, it is much more convenient to find games that these specific V-Sequences reflect.

Fifth of all, since these V-Sequences carry information about mistakes committed in the games they reflect, it is possible to calculate the number of mistakes made in games.

Sixth of all, it is possible to calculate not only the number of mistakes in such-and-such games but also establish the time at which they occur (here time is the place in the V-Sequence in which a mistake is committed, as simply reflected by the number of the positions in which this mistake occurs; more simply: on which move the mistake is made).

Seventh of all, a separately constructed GV-Distribution can be used to make certain conclusions about the overall play of sides (whether it is flawless or erroneous, and if erroneous, then to what extent).

Eight of all, we can construct a GV-Distribution (or even GV-mapping) for certain internal specific subset of games, reflected by such-and-such V-Sequence. For example, it is often useful to count the number of games that end in checkmate or the number of games in which one side has a repeating Strategy.

Ninth of all, the ability to correctly compute the number of specific V-Sequences compels us to develop the idea of presenting a new system to compare values of positions, based on the study of V-Sequences. And, as shown in the main text, the theory offers a new look at the concept of value, or more precisely, a new internal scale for comparing positions with the same value. This scale is based on the number of specific V-Sequences for the positions being compared.

Tenth of all, the study of V-Sequences, which is offered in the main text, can then be used to find the probability of existence of such-and-such value for unknown (in value) positions.

There are other important properties of using the derived formula for the number of V-Sequences, based on the Fibonacci sequence. And it must be kept in mind that in the main text an independent formula for the number of V-Sequences under all possible values of positions is offered and proved (see the general preface to the book in more detail, as well as the main text itself).

3.3 Here we give final conclusions, which follow from this preface-description (although one must understand that their number is limited, especially that the task of this preface consisted first of all of only describing the front cover…)

Before familiarizing himself with the conclusions below, the reader is offered to glance at the cover from a so-called perspective point of view.

Imagine that the entire picture offered is a part of a more general picture, which includes (but does not show because of obvious technical difficulties) the enormous Graph of the Sequel of the initial position, as well as the set of games to a very massive depth, and well as the set of V-Sequences that reflect them…

So, below are the conclusions.

a) An incredibly vast set of all possible positions that emerge from the initial position of the cover *1* is connected into an incredibly massive and complex Graph, in which vertices are positions, edges are moves, and paths from one vertex to another are games.

b) Inside this immense Graph is our subgraph, pictured on the front cover in Fragment *1*.

c) Inside all games of large enough length (longer than 5 positions) there are 15289 games of length 5.

d) Inside all games of length 5 from position *1* to position *1* there are 85 games of the so-called "repeating set".

e) The Graph pictured reflects positions and games of the repeating set.

f) All games of any length are reflected by some V-Sequences of the same length.

g) Each game of a specific length is reflected by only one specific V-Sequence of the same length.

h) The maximum number of V-Sequences does not depend on the kind of games or positions, but it depends only on the color and value of the initial positions (games from it), possible values of the positions of its Sequel, and, most of all, the length of the game.

i) The number of V-Sequences for two possible values (here: for our case) is defined by the Fibonacci sequence (under initial parameters **1**, **2**).

j) The Fibonacci sequence is the sequence {1; 2; 3; 5; 8; 13; 21…} – where the first two number are 1 and 2, and every number starting with the third is the sum of the two previous ones (from here comes the name of the sequence as "recursive" – here almost all terms are computed with a reference to preceding ones).

k) V-Sequences of any length compel us to investigate the games that they reflect.

l) At the same time, ideas from the wholesome study of V-Sequences are effectively used. This study is examined in the main text and other materials of the book. That is why the authors strongly recommend that the reader continue reading the book further!

End of preface-description.

Предисловие-Описание к фронтальной обложке этой книги.

Это описание кратко описывает то, что отображено на обложке (правда, затем оказалось, что оно настолько обширное, что заслуживает называться также и «Предисловием»).

В любом случае, однако, оно полностью не объясняет причины, почему авторы именно такие обьекты на обложке отобразили. Для понимания причин этого необходимо ознакомиться с главным текстом книги (там, где рисунки) или другими материалами (ну хотя бы с общим предисловием ко всей книге).

Также для данного предисловия-описания читателю рекомендуются иметь хотя бы общие представления о понятиях и объектах МТС (Математической Теории Шахмат), введенных в ранних Частях теории. Для этого, возможно, достаточно просмотреть «Список основных определений», данный в нужном месте книги. Кстати, если в настоящем предисловии-описании будут встречаться слова с заглавной буквы, то значит, имеются определения этих слов в упомянутом списке (причем иногда эти определения не совпадают с общепринятыми среди шахматистов). Итак, начнем по существу.

Фронтальная обложка разделена на следующие «детальные» фрагменты (цельные изображения некоторых объектов, например, шахматной позиции, Графа и др.)

1. Детальные фрагменты на белом фоне.

2. Детальные фрагменты на всех других, цветных, фонах, кроме светло-серого.

3. Детальные фрагменты на светло-сером фоне.

В таком порядке мы их и рассмотрим, причем для краткости будем эти фрагменты называть с большой буквы: Фрагмент *1*, Фрагмент *2* и Фрагмент *3* соответственно.

1. Фрагмент *1* содержит начальную позицию обложки и некоторый Граф справа от нее.

a) Позиции присвоен номер *1*. Он дан белым цветом на красном фоне малого квадрата. Это означает, что в позиции ход Белых и она может повториться в некотором отрезке партии, - как части последовательности позиций, начинающейся и кончающейся ею (в этом предисловии «отрезок партии» будем называть просто партией).

b) Граф на белом фоне, в частности, отражает все такие партии, причем каждая состоит из 5 позиций. Например, партия, записываемая шахматной нотацией как:
1.♗h7 ♜e1 2.♗b1 ♜e2, - отображается пятью следующими позициями: {1; 70; 725: 826; 1}.

c) Любая партия Графа, начинающаяся и кончающаяся позицией *1*, всегда имеет 5 позиций, вершин Графа. Это - минимальное число позиций в партии с повторяющимися позициями (в данной теории не действует правило об остановке партии по многим человеческим причнам, например, из-за повторения позиций или правила 50-ходов).

Ходы между позициями всегда даны соединениями между вершинами, причем направления стрелок указывают, от какой позиции в какую совершается ход. В разобранном выше случае партия есть прямоугольник, в котором его вершины последовательно меняются, а стороны образуют направленный замкнутый контур.

d) В указанном контуре также используются следующие средства. Вершинам (позициям) контура всегда присвоены нечетные и четные номера, отражающие очередь хода. Если очередь хода в позиции – Белых (белая позиция), то ей присвоен нечетный номер, если Черных (черная позиция), то - четный номер. Сами номера даны произвольно, но каждая позиция имеет уникальный номер. Список всех позиций по номерам дан ниже.

1.1. Для облегчения прочтения Графа используются такие соображения.

a) Граф разделяется на 8 основных множеств, называемых кругами и закрашенных светло-желтым цветом. Имеются полные и неполные круги. Они отражают все расположения белого слона в партиях с повторяющимися позициями. Так как в начальной позиции белый король не имеет ходов, то он и не может ходить в позициях этих партий, а всегда ходит только слон.

b) Имеется 8 расположений слона во всех позициях партий, определяемых полями: *b1*; *a2*; *c2*; *d3*; *e4*; *f5*; *g6*; *h7*. Эти расположения определяют все желтые круги выше, причем в центрах всех кругов мы видим прямоугольники с записями, отражающими эти расположения.

c) Любые позиции одного круга имеют только данные конкретные расположения белых фигур (только слона). Ходы Белых «происходят» между кругов, а ходы Черных – внутри их. Таким образом, в самом круге происходят только движения черных фигур (или короля или ладьи). Эти движения отражаются стрелками, идущими или от центра круга до вершин на его окружности или наоборот, от вершин\позиций на окружности к центру круга.

d) Как установлено, ходы Черных происходят внутри кругов, а ходы Белых – между кругов. В начальной позиции *1* имеются 7 ходов белым слоном. Все эти ходы означают соединения между центральной позицией круга «♗b1» в любую из 7 центральных позиций кругов *a2*; *c2*; *d3*; *e4*; *f5*; *g6*; *h7*. Для лучшего прочтения только эти стрелки дополнительно на своих концах выделены красным цветом.

e) В примере партии выше: первым ходом Белые ходят слоном из центральной позиции круга «♗b1» в центральную позицию круга «♗h7». Этот ход приводит в черную позицию *70*. Из нее Черные в партии ходят ладьей на *e1*, приходя в белую позицию *725*.

Далее Белые защищаются от шаха ходом слона на *b1*, что отражается движением от круга «♗h7» обратно в круг «♗b1». Эта защита от шаха есть ход\соединение, отражаемое стрелкой от позиции *725* в позицию *826*. Наконец, из позиции *826* Черные ходят ладьей с *e1* на *e2*, возвращаясь в начальную позицию *1*.

f) Черные, находясь в позиции *70* из разбираемой партии, могли сделать и другой ход: или королем, или ладьей. Этот ход должен удовлетворять следующему условию: после него Белые должны возвратиться слоном на *b1*, а Черные после этого возвратиться в позицию *1*. Любой из 5 ходов королем (*a3*, *a4*, *b4*, *c3*, *c4*) удовлетворяет этому условию. Ладья же может пойти на 11 следующих полей: *b2*, *d2*, *e1*, *e3*, *e5*, *e6*, *e7*, *e8*, *f2*, *g2*, *h2*. Таким образом, Черные имеют 16 ходов, ведущие в 16 позиций на окружности круга «♗h7».

Все эти позиции пронумерованы нечетными номерами, начинающимися с цифры *7*, что олицетворяет круг «♗h7». Среди этих позиций имеется уже разобранная позиция *725*, а точно напротив ее – позиция *741*, которая символизирует положение черной ладьи на *e8*.

Даем здесь номера других позиций круга «♗h7» и им соответствующие положения черных фигур. Позиция *727* - ладья *f2*; *729* - ладья *g2*; *731* - ладья *h2*; *733* - ладья *e3*; *735* - ладья *e5*; *737* - ладья *e6*; *739* - ладья *e7*; *723* - ладья *d2*; *721* - ладья *b2*; *711* – король *a3*; *713* - король *a4*; *715* – король *b4*; *717* – король *c3*; *719* – король *c4*.

g) Из любой из 16 позиций желтого круга «♗h7», находящихся на его окружности, Белые своим вторым ходом выходят из этого круга и идут в круг «♗b1». При этом каждая позиция с конкретным номером, начинающимся на «7» выше переходит в позицию, номер которой начинается на «8» и больше старого на 101. При этом эти новые, черные позиции находятся строго слева по окружности нового круга «♗b1» на том же аналогичном месте. Наконец, последним ходом Черные возвращают свою ранее ходившую фигуру и возвращаются в начальную позицию *1*.

Таким образом в круге «♗b1», как и в круге «♗h7», по окружности имеются 16 позиций. О двух позициях, находящихся рядом с кругом (с номерами *844* и *846*) будет сказано немного ниже.

h) Круги «♗g6» и «♗f5», построены аналогично кругу «♗h7». Каждый из них имеет 16 позиций по окружности, которые получаются из центральных позиций *60* и *50* – после первого хода слона на *g6* и *f5* соответственно.

Даем здесь номера всех других позиций круга «♗g6» и им соответствующие положения черных фигур. Позиция *625* – ладья *e1*; *627*- ладья *f2*; *629* - ладья *g2*; *631*- ладья *h2*; *633* - ладья *e3*; *635* - ладья *e5*; *637* - ладья *e6*; *639* - ладья *e7*; *641* – ладья *e8*; *623* - ладья *d2*; *621* - ладья *b2*; *611* – король *a3*; *613* - король *a4*; *615* – король *b4*; *617* – король *c3*; *619* – король *c4*.

Даем здесь номера всех других позиций круга «♗f5» и им соответствующие положения черных фигур. Позиция *525* – ладья *e1*; *527* - ладья *f2*; *529* - ладья *g2*; *531*- ладья *h2*; *533* - ладья *e3*; *535* - ладья *e5*; *537* - ладья *e6*; *539* - ладья *e7*; *541* – ладья *e8*; *523* - ладья *d2*; *521* - ладья *b2*; *511* – король *a3*; *513* - король *a4*; *515* – король *b4*; *517* – король *c3*; *519* – король *c4*.

От каждой из позиций выше Белые на своем втором ходу выходят из кругов «♗g6» или «♗f5», и переходят в позицию круга «♗b1», причем номер последней на 201 или 301 больше номера исходной позиции для кругов «♗g6» и «♗f5» соответственно.

Проще говоря, где бы не находился белый слон, он возвращается на поле *b1* – для каждого конкретного расположения черных фигур. После этого Черные возвращают свою недавно ходившую фигуру, переходя в начальную позицию *1*.

i) Если Белые на своем первом ходу играют слоном на *d3*, они попадают в позицию *30* круга «♗d3» (о круге «♗e4» будет сказано позже).

Круг «♗d3» почти аналогичен в графовом смысле кругам «♗f5», «♗g6» и «♗h7». Он также имеет 16 позиций на окружности, что означает, что из его центральной позиции *30* Черные имеют 16 ходов (для быстрого возвращения в начальную позицию *1*). Есть только одно различие между этими ходами. Слон на *d3* отнимает у черного короля поле *c4*, но добавляет для ладьи поле *e4*, к оторое было недоступно в кругах «♗f5», «♗g6» и «♗h7». Поэтому на окружности круга «♗d3» имеется позиция *343*, которая вместо расположения черного короля на *c4* отражает расположение ладьи на *e4*. Из этой позиции Белые идут в круг «♗b1» через позицию *844*, находящуюся не на самой окружности круга, а около нее. Но уже из позиции *844* Черные ходят ладьей на *e2*, возвращаясь в начальную позицию *1*. Конечно, из любой другой позиции круга «♗d3», находящейся на его окружности, Черные возвращаются в начальную позицию *1* (через соответствующую позицию круга «♗b1»).

Даем здесь номера всех позиций круга «♗d3» и им соответствующие положения черных фигур. Позиция *325* – ладья *e1*; *327* - ладья *f2*; *329* - ладья *g2*; *331*- ладья *h2*; *333* - ладья *e3*; *335* - ладья *e5*; *337* - ладья *e6*; *339* - ладья *e7*; *341* – ладья *e8*; *343* - ладья *e4*; *323* - ладья *d2*; *321* – ладья *b2*; *311* - король *a3*; *313* – король *a4*; *315* – король *b4*; *317* – король *c3*.

j) Неполные круги: «♗a2», «♗c2», «♗e4», - расположены слева и вверху круга «♗b1».

Очевидно, что для кругов «♗a2» и «♗c2» Черные могут ходить только королем: ведь им объявлен шах (а взять слона нельзя, так как после этого нельзя возвратиться в начальную позицию *1*). Поэтому из центральной позиции *10* круга «♗a2» имеется 5 позиций, отражающих расположения черного короля на *a3*, *a4*, *b4*, *c2*, *c3*.

Даем здесь номера всех позиций круга «♗a2» (находящихся на окружности) и им соответствующие положения черных фигур (ладья неподвижна; только король передвигается) . Позиция *111* – король *a3*; *113* - король *a4*; *115* – король *b4*; *117* – король *c3*; *145* – король *c2*.

Из всех позиций круга «♗a2» абзаца выше Белые своим вторым ходом возвращают слона на *b1*, переходя к некоторым позициям круга «♗b1». Позиция *111* переходит в позицию *812*, позиция *113* - в позицию *814*, позиция *115* - в позицию *816*, позиция *117* - в позицию *818*, позиция *145* - в позицию *846*. Заметим, что для удобства прочтения авторы присвоили номера, отличающиеся друг от друга на 701 (аналогично тому, как было для других кругов, только с большей разностью между номерами позиций). Также заметим, что позициям *145* и *846* присвоены номера, отражающие специфическое расположение черного короля на *c2*, которое было недоступно при любых других расположениях белого слона. Это, в частности, приводит к тому, что позиция *846* находится не на самой окружности большого круга «♗b1», а около нее. Хотя потом и из нее тоже, как и от всех позиций, находящихся на окружности круга «♗b1», Черные ходом короля на *b3* возвращаются в начальную позицию *1*.

Даем здесь номера всех позиций круга «♗c2» (находящихся на его окружности) и им соответствующие положения черных фигур (ладья неподвижна; только король передвигается). Позиция *211* – король *a3*; *215* - король *b4*; *217* – король *c3*; *219* – король *c4*.

Из всех позиций круга «♗c2» абзаца выше Белые своим вторым ходом возвращают слона на *b1*, переходя к некоторым позициям круга «♗b1». Позиция *211* переходит в позицию *812*, позиция *215* - в позицию *816*, позиция *217* - в позицию *818*, позиция *219* - в позицию *820*.

j1) Теперь отдельно о круге «♗e4». Он неполный потому, что после хода белого слона на *e4*, черной ладье недоступны поля *e5*, *e6*, *e7*, *e8* (а слона вообще нельзя брать). Круг «♗e4» имеет одну центральную позицию *40* и 12 позиций на окружности, отражающих ходы черных фигур из позиции *40*.

Даем здесь номера позиций круга «♗e4», находящихся на его окружности, и им соответствующие положения черных фигур. Позиция *425* – ладья *e1*; *427* - ладья *f2*; *429* - ладья *g2*; *431* - ладья *h2*; *433* - ладья *e3*; *423* - ладья *d2*; *421* - ладья *b2*; *411* – король *a3*; *413* - король *a4*; *415* – король *b4*; *417* – король *c3*; *419* – король *c4*.

1.2. Это – последний абзац, посвященный Графу Фрагмента *1*. Скажем несколько слов о причинах размещения именно этого Графа на передней обложки книги.

Данный Граф есть подмножество всего Графа всех позиций и их соединений Сиквела позиции *1* (Сиквел есть множество позиций, вытекающих из данной). Но, так как Сиквел содержит более 10 миллионов позиций с невероятно сложными соединениями между ними (это найдено в главном тексте), авторы решили дать на обложке лишь часть всего Графа Сиквела.

Авторы полагали, что изображенный Граф будет отражать свойства всего Графа Сиквела. Это верно лишь отчасти. Главный же смысл показа Графа – иллюстрация сложности всего предстоящего анализа. Причем любой Граф, даже Граф Сиквела не является единственным или главным обьектом анализа в Части *6* теории.

Главными объектами исследования являются партии и V-Последовательности. Целью же исследования является выработка новых методов анализа, в частности, относящихся к оценкам позиций. Эти методы анализа основаны на понятии V-Последовательности.

Эти объекты и цель исследования относятся к любым позициям в шахматах. Но авторы взяли для иллюстрации этого конкретную позицию *1*, олицетворяшую крепость (или позиционную ничью) для шахматистов. Предполагается (предполагалось), что ввиду того, что Граф ее Сиквела очень сложен, можно будет использовать для анализа учение о V-Последовательностях. Ввиду краткости этого описания мы больше не будем здесь обсуждать вопросы результатов, а перейдем к описанию других фрагментов обложки. Для понимания

Для понимания последующего текста читателю нужно только знать, что именно означает V-Последовательность.

V-Последовательность есть последовательность, состоящая из только оценок, и отражающих оценки позиций партии.

2. Фрагмент *2* (все, что дано на цветных фонах, кроме светло-серого) состоит из следующих основных частей или детальных фрагментов.

a) Списка партий Графа Фрагмента *1*, то есть только тех партий, которые состоят из 5 позиций, начинающихся и кончающихся позицией *1*. Легко подсчитать из построенного Графа, что имеется 85 таких партий. Сами партии даны как последовательности позиций (5 квадратиков, начинающихся позицией *1* и кончающихся ею). При этом это множество разбито на следующие четыре подмножества.

b) 5 партий, отражающихся V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**};

12 партий, отражающихся V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**};

32 партии, отражающихся V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**};

36 партий, отражающихся V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}.

Например, партия (упомянутая ранее) 1.♗h7 ♜e1 2.♗b1 ♜e2, - и данная пятью следующими позициями: {1; 70; 725; 826; 1}, отражается V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}.

Эта партия находится в самом последнем столбце (из 36 партий), данном на голубом фоне. Прежде чем читать далее, необходимо понимать, что означает оценка позиции.

Оценка позиции в настоящей теории: это одно из трех чисел {“**-1**”; “**0**”; “**+1**”}, отражающих возможность достижения выигрыша для конкретной стороны (Белых или Черных) или ничьей. Именно: оценка “**-1**” означает, что позиция выиграна для Черных (или проиграна для Белых). “**0**” означает, что позиция ничейна (не выиграна\проиграна ни для Белых, ни для Черных). “**+1**” означает, что позиция выиграна для Белых (или проиграна для Черных). Выше приведены адаптированные определения, достаточные для понимания последующего.

c) Все позиции в шахматах обязаны иметь и имеют только одну (из перечисленных выше) оценок. В некоторых случаях некоторые позиции имеют одну оценку из числа двух оценок. Это очень часто относится также и ко всем позициям ее Сиквела. Например, позиция с голым королем у одной из сторон имеет только две оценки, ведь сторона с одним королем не может выиграть.

d) Наша начальная позиция – есть позиция, Сиквел которой имеет только позиции с двумя возможными оценками, - или «**0**» или «**-1**» (слон не может выиграть против ладьи). Позиции с этими оценками для удобства даны на зеленом или коричневом фоне для оценок “**0**” и “**-1**” соответственно (не путайте фон самих позиций, представленных малыми квадратами, с собственными фонами Фрагмента *2*).

Это относится как к Графу Фрагмента *1*, так и партиям Фрагмента *2*. И не забываем о правиле, что нечетные номера присваиваются белым позициям, а четные – черным позициям.

e) Начальная позиция *1* имеет оценку “**0**” и поэтому дана на зеленом фоне (исключая случай с Графом, когда она дана красным цветом - для выделения ее среди всех зеленых).

Из нее выходят 7 других позиций. Позиции *70*, *60*, *50* (после ходов слоном на *h7*, *g6* и *f*5 соответственно) – имеют “**0**” оценку. Позиции *40*, *30*, *20*, *10* имеют “**-1**” оценку. Почему это так в данном предисловии-описании для Фрагмента *1* не объясняется (по крайней мере для данного момента).

f) Если бы надо было построить все партии длины в 2 позиции, то мы бы имели следующее множество двух-элементных партий: {1; 10}; {1; 20}; {1; 30}; {1; 40}; {1; 50}; {1; 60};{1; 70}.

Эти партии отражались бы следующими V-Последовательностями: {“**0**”; “**-1**”}, {“**0**”; “**-1**”}, {“**0**”; “**-1**”}, {“**0**”; “**-1**”}, {“**0**”; “**0**”}, {“**0**”; “**0**”}, {“**0**”; “**0**”} – соответственно.

g) Также можно построить партию любой длины от начальной позиции *1*, причем она будет отражаться конкретной V-Последовательностью. Эта V-Последовательность будет иметь столько же элементов, сколько имеет сама партия, но состоять из двух значений, или “**0**” или “**-1**”, причем эти оценки отражают оценки позиций (стоящих на том же месте, что и в партии).

h) Это также относится и к любой из 85 партий из 5 позиций, начинаюшихся и кончающихся позицией *1*. Но так как позиция *1* имеет оценку “**0**”, то любая V-Последовательность для нее будет начинаться и кончаться оценкой “**0**”.

Оказывается, имеется 4 разные V-Последовательности для любой партии из специфического повторяющегося множества в 85 партий («повторяющееся множество» в этом предисловии-описании есть множество партий длины в 5 позиций, начинающихся и кончающихся позицией *1*). Число определенных партий, отвечающих специфической V-Последовательности, дано в пункте 2.b. Это – так называемое GV-Распределение («Партии - V-Последовательности» Распределение). Оно, однако, лишь концентрация более важного понятия, по сути центрального понятия всей Части *6* теории.

i) Это центральное понятие есть отображение «Партии - V-Последовательности». Отображение есть соответствие (или функция) между каждой партией и V-Последовательностью, при которой обязательно каждой партии ставится в соответствие единственная V-Последовательность.

Основные свойства этого отображения даны в главном тексте. Здесь же, на фронтальной обложке показано отображение для всех партий длины 5 повторяющегося множества от позиции *1*.

j) Это приводит к тому, что мы видим все 85 партий, каждой из которых поставлена в соответствие определенная V-Последовательность. Другими словами, это больше, чем просто GV-Распределение: ведь здесь должна указываться (и указывается) каждая конкретная партия.

Конкретно же, 5 партий, отражающихся V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**} даны на красном фоне. 12 партий, отражающихся V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**} – даны на розовом фоне. 32 партии, отражающихся V-Последовательностью {**0**;**-1**; **0**; **0**; **0**}, даны на желтом фоне. Наконец, 36 безошибочных партий, отражающихся V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}, даны на голубом фоне. Цвета выбраны в общем-то произвольно, хотя имеется ввиду такое правило.

Для более ошибочных партий, они даны более красным цветом спектра (в обратном, не привычном направлении, «от голубого к красному»). Для более же правильных партий цвета фона смещаются в другом, привычном, направлении спектра («от красного к голубому»).

k) Давайте в качестве примера проиллюстрируем все 5 партий, отражающихся V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}, причем покажем их шахматные свойства.

Первая, самая верхняя, партия столбика на красном фоне, записывается в позициях как {1; 30; 335; 836; 1}, а в шахматной нотации как 1.♗d3 ♜e5 2.♗b1 ♜e2.

Первым ходом Белые делают ошибочный ход слоном на *d3*, попадая в позицию *30* (центральную позицию круга «♗d3»).

Заметим, что все партии, отражающиеся V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}, имеют в качестве своей второй позиции именно позицию *30*, оценка которой «**-1**». Оценка «**-1**» означает, что Черные могли бы (могут) выиграть. Действительно, они это могут сделать ходом ладьи на *a2*, а затем двойным ударом на слона и мат ходом ладьи на *d*2 (кстати, шах ладьи на *a2* является единственным выигрываюшим для Черных ходом).

Но этого Черные не сделали в нашей обсуждаемой партии, а сделали ход ладьей на поле *e5* (см. один из пунктов ранее). Ход ладьей на *e5* сам по себе неплох с точки зрения шахматиста: ведь ладья централизуется и ограничивает ходы белого слона. Но с точки зрения теории, это ошибка, так как получающаяся позиция *335* уже имеют оценку «**0**». Это так потому, что Белые могли бы (могут) пойти слоном на *g6* (или *h7*). Но Белые, в свою очередь, совершили ошибку: они вернулись слоном на *b1*, - ведь так требует партия, которую мы обсуждаем.

Это отражается позицией *836* в круге «♗b1» (напоминаем, что ходы Белых это движения между кругов, а ходы Черных – внутри их). Позиция *836* имеет «**-1**» оценку (проиграна для Белых), поэтому Черные могли бы (могут) дать шах ладьей на поле *a5* и выиграть слона.

Но Черные этого не сделали, а сделали ход ладьей на *e2*. Они должны были возвратиться (и возвратились) в начальную позицию *1*, как того требовала (требует) обсуждаемая партия.

Мы можем, как сказано выше, описать эту партию шахматной нотацией: 1.♗d3 ♜e5 2.♗b1 ♜e2. На языке шахматистов можно было бы сочинить такой комментарий.

Белые, находясь в ничейной позиции, неосмотрительно пошли слоном на *d3*. Черные могли бы воспользоваться этим и, дав шах на *a2*, затем совершить сильный двойной удар ходом ладьи на *d2*. Но они этого не сделали (вероятно, не проанализировали эту возможность надлежашим образом), а сделали ход ладьей на *e5*, централизовав свою ладью. Белые после этого могли бы пойти слоном на *g6*, но так же ошиблись, вернувшись слоном на *b1* (они, вероятно, полагали, что слону лучше быть рядом с королем). Этот ход мог бы кончиться плачевно для них, ведь после него Черные могли бы дать шах ладьей на *a5* и выиграть слона Белых. Однако, к счастью для Белых, Черные опять не воспользовались этой возможностью и сделали ход ладьей на *e2*.

l) Абзац выше с точки зрения идеи об отображении любой партии V-Последовательностью, математически выражается очень лаконично: «партии {1; 30; 335; 836; 1} отвечает V-Последовательность {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}».

Казалось бы, это утверждение очень уж наивно, кроме того, оно не раскрывает многообразия и привлекательности шахматной игры, выраженной, например, в последнем абзаце, «комментарии» предыдущего пункта.

С одной стороны, это действительно так, ведь математика специфична тем, что выделяет и изучает только самые общие закономерности объекта. С другой стороны, можно извлечь из полученного лаконичного выражения и более важные идеи.

Во-первых, математика через V-Последовательность {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}, отражающую обсуждаемую партию, выражает главную структуру партии с точки зрения оценок ее позиций (а значит, например, с точки зрения ее ошибочности или безошибочности).

Во-вторых, математика обобщает этот факт на другие партии с такой же V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}. Ведь действительно, ничего принципиально не меняется в партии, если Черные вместо хода ладьей на *e5* пойдут ладьей на *e4*, *e6*, *e7*, *e8*, после чего Белые снова совершат ошибку, вернувшись слоном на *b1*, а Черные опять же не воспользуются этой ошибкой, возвратившись ладьей на *e2* (см. подробнее отдельный пункт насчет этого).

В третьих, математика предвидит существование определенных, скорее всего, новых и важных закономерностей в исследовании партий от нашей начальной позиции. Она при этом использует учение о V-Последовательностях, в частности, тот факт, что число V-Последовательностей описывается известной формулой Фибоначчи (о которой ниже).

Образуется триада ценностей математики: «объяснение», «обобщение», «предвидение» новых фактов и идей, которые предлагает ее теория. Подробнее об этом - см. общее предисловие к Части *6* всей книги.

m) Здесь даем другие четыре партии, отражаемые V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}, Это партии: {1; 30; 337; 838; 1}; {1; 30; 339; 840; 1}; {1; 30; 341; 842; 1}; {1; 30; 343; 844; 1}.

Сразу заметим такой факт. Первые три партии отражают ходы черной ладьи на поля *e6*, *e7* и *e8*, а последняя - ход ладьи на *e4* (под удар слона).

Почему же номер позиции с ладьей на *e4* больше других номеров позиций (хотя в принципе все номера произвольны, если удовлетворяют условию нечетности и четности для белых и черных позиций). А дело в том, что только при первом ходе Белых слоном на *d3* (в сравнении с ходами на *f5*, *g6*, *h7*) Черные могут пойти ладьей на *e4*, чтобы слон потом вернулся.

Именно из позиции *843* происходит позиция *844* круга «♗b1», которая находится не на самой —окружности круга, а около нее. Если 4 позиции, стоящие на четвертых местах в обсуждаемых нами пяти партиях, - *836*, *838*, *840*, *842*, - могут получиться из разных кругов, то позиция *844* может получиться только из круга «♗d3». Хотя эти все пять позиций имеют оценку «**-1**», так как Черные в них могли бы дать шах по *a*-вертикали и выиграть слона.

Поэтому круг «♗b1» имеет 5 коричневых позиций (4 на ее окружности, одна поблизости).

n) Чуть вернемся к оценкам позиций Графа Фрагмента *1*. Граф имеет в основном только зеленые позиции, оценки «**0**». Имеется всего 9 позиций оценки «**-1**», причем среди них имеются 5 позиций, которых мы только что выше описали. Четыре остальных есть центральные позиции четырех следующих кругов «♗a2», «♗c2», «♗d3», «♗e4» и, как уже сказано в пункте «2.e.», имеют «**-1**» оценку.

o) Из анализа пяти партий, отражаемых V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}, легко понять структуру партий следующего (по движению по спектру вправо) множества. Это множество из 12 партий, отражаемых V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**}, данное на розовом фоне (между красным и розовым фонами есть еще узкая полоска оранжевого фона, о ней мы скажем позже).

Структура (точнее, оценочная структура) партий на розовом фоне определяется только одной ошибкой со стороны Белых и одной ошибкой со стороны Черных, происходящих на втором ходу сторон. Так как слон должен быть на *b1* перед последним ходом Черных, то единственными возможностями расположения черных фигур могут быть только расположения черной ладьи на полях *e5*, *e6*, *e7*, *e8*. Это именно те поля, из которых ладья могла бы дать шах по вертикали *a* и выиграть слона. Эти поля характеризуют коричневые позиции *836*, *838*, *840*, *842* круга «♗b1», имеющие оценку «**-1**». Поэтому первым своим ходом Черные должны были пойти ладьей на поля *e5*, *e6*, *e7*, *e8*.

Что же касается первого хода Белых, то они могли бы (могут) пойти только на поля на *f5*, *g6*, *h7*, которые характеризуют центральные позиции *50*, *60*, *70* кругов «♗f5», «♗g6», «♗h7», имеющие оценку «**0**». Поэтому число партий во множестве, отражаемом V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**}, - равно 12 (произведение трех возможностей ходов Белых на четыре возможности ходов Черных).

Конкретно это приводит к партиям вида {позиция *1*; позиции *50* или *60*, или *70*; другие позиции партий, определяемые положениями слона на *f5*, *g6*, *h7*, а ладьи на *e5*, *e6*, *e7*, *e8*; позиции *836* или *838*, или *840*; позиция *1*}, где первой партией на розовом фоне обложки дана партия {1; 50; 535; 836; 1} (в шахматной нотации: 1.♗f5 ♜e5 2.♗b1 ♜e1).

Очевидно, что все эти партии подобны в некотором отношении. На математическом языке это означает, что они гомоморфны, так как отображаются одной и той же V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**}. Впрочем, о гомоморфности еще будут сказано ниже.

p) Этот пункт посвящен 32 партиям, отражающимся V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**}, и показанных на желтом фоне.

Так как здесь Белые и Черные совершили ошибку на первом ходу, это значит во-первых, что Белые ходом слона пошли или *a2*, или *c2*, или на *d3*, или на *e4*. Это центральные позиции *10*, *20*, *30*, *40* кругов «♗a2», «♗c2», «♗d3», «♗e4» соответственно. Начнем с ходов слона под шах, то есть партий, где на втором месте стоит позиция *10* или *20*.

Имеются 5 партий повторяющегося множества, имеющих на втором месте позицию *10*. Это так потому, что после хода слона на *a2* черный король может пойти на пять полей, указанных в пункте «1.j.» Совершая любой их этих ходов, Черные ошибаются; ведь они могли бы выиграть партию взятием слона (кстати, единственным ходом для выигрыша). Но выигрыш слона в партиях повторяющегося множества невозможен, поэтому король идет на другие свободные поля. Позиции, соответствующие этим полям, даны в пункте «1.j.» Далее слон возвращается на *b1*, а король на *b3*. Вот список партий, имеющих позицию *10*: {1; 10; 111; 812; 1}; {1; 10; 113; 814; 1}; {1; 10; 115; 816; 1}; {1; 10; 117; 818; 1}; {1; 10; 145; 846; 1}. Дадим для иллюстрации шахматную нотацию для первой указанной партии: 1.♗a2 ♚a3 2.♗b1 ♚b3.

Имеются 4 партии повторяющегося множества, имеющих на втором месте позицию *20*. Это так потому, что после хода слона на *c2* черный король может пойти на 4 поля, указанных в пункте «1.j.» Совершая любой их этих ходов, Черные ошибаются, ведь они могли бы выиграть партию взятием слона (также единственным ходом для выигрыша). Но выигрыш слона в партиях множества невозможен, поэтому король идет на другие поля, характеризующие позиции, данные в пункте «1.j.» Потом слон возвращается на *b1*, а король на *b3*. Вот список партий, имеющих позицию *20*: {1; 20; 211; 812; 1}; {1; 20; 215; 816; 1}; {1; 20; 217; 818; 1}; {1; 20; 219; 820; 1}. Дадим для иллюстрации шахматную нотацию для первой указанной партии: 1.♗a2 ♚a3 2.♗b1 ♚b3.

q) Теперь о партиях, где Белые вначале ходят слоном на *e4*.

Этот ход также ошибка, так как после него Черные могли бы взять слона и конечно, выиграть партию (взятие слона также единственный ход для выигрыша). Но Черные не могут этого сделать, так как мы должны потом возвратиться в начальную позицию *1*.

Абзац выше означает, что и Белые и Черные сразу совершают ошибки во всех партиях множества (что и отражено V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**}, где имеются два изменения оценок).

Число партий, где Белые ходят слоном на *e4* равно 12, так как после этого Черные имеют 5 ходов королем и 7 ладьей (ходы ладьей на *a2*, *c2*, *e4* для партий повторяющегося множества неприемлимы, хотя партии с такими ходами ладьи будут рассмотрены ниже). Эти ходы характеризуют позиции, описанные в пункте «1.j1».

Даем здесь список 12 партий, где на втором месте стоит позиция *40*: {1; 40; 411; 812; 1}; {1; 40; 413; 814; 1}; {1; 40; 415; 816; 1}; {1; 40; 417; 818; 1}; {1; 40; 419; 820; 1}; {1; 40; 421; 822; 1}; {1; 40; 423; 824; 1}; {1; 40; 425; 826; 1}; {1; 40; 427; 828; 1}; {1; 40; 429; 830; 1}; {1; 40; 431; 832; 1}; {1; 40; 433; 834; 1}. Снова дадим для иллюстрации шахматную нотацию для первой указанной партии: 1.♗e4 ♚a3 2.♗b1 ♚b3.

r) Теперь о партиях, где Белые ходят слоном на *d3* и которые отражаются V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**}.

Заметим, что обсуждаемые ранее партии с первым ходом Белых на *d3* отражались V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}. Но нам нужно расмотреть другие партии с этим первым ходом. Это означает, что в круге «♗d3» имеются позиции, которые нужные нам партии и образуют. Это все позиции, которые не фигурировали в создании партий пяти-элементного множества пункта «2.k» (отражаемые V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}). Этих позиций должно быть 11 и вот они: (характеризуемые расположением черных фигур).

Позиция *325* – ладья *e1*; *327* - ладья *f2*; *329* - ладья *g2*; *331* - ладья *h2*; *333* - ладья *e3*; *323* - ладья *d2*; *321* – ладья *b2*; *311* - король *a3*; *313* – король *a4*; *315* – король *b4*; *317* – король *c3*. Проще говоря, все эти позиции уже не могут иметь ладью на полях *e4*, *e5*, *e6*, *e7*, *e8*. Если бы они имели ладью на этих полях, то после возврата слона Белых на *b1*, Черные могли бы выиграть партию шахом по вертикали *a*, что приводило бы к оценке «**-1**», а ведь нам нужна оценка «**0**» для позиций, находящихся на четвертом месте в партии (и оценке «**0**» на четвертом месте V-Последовательности {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**}).

Поэтому даем здесь список партий, отражаемых V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**} и имеющих на втором месте позицию *30*: {1; 30; 311; 812; 1}; {1; 30; 313; 814; 1}; {1; 30; 315; 816; 1}; {1; 30; 317; 818; 1}; {1; 30; 321; 822; 1}; {1; 30; 323; 824; 1}; {1; 30; 325; 826; 1}; {1; 30; 327; 828; 1}; {1; 30; 329; 830; 1}; {1; 30; 331; 332; 1}; {1; 30; 333; 834; 1}. Как обычно, проиллюстрируем шахматной нотацией первую указанную партию: 1.♗d3 ♚a3 2.♗b1 ♚b3.

s) Осталось рассмотреть 36 партий, отражаемых V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}. Они находятся в самом последнем столбце Фрагмента *2*, и показаны на голубом фоне, олицетворяющем их безошибочность.

Эти 36 партий безошибочны потому, что обе стороны играют безошибочно. Это утверждение в нашем конкретном случае существования только двух оценок («**0**» и «**-1**») при начальной позиции оценки «**0**» можно усилить таким образом.

Если Белые играют безошибочно, то и Черные играют безоошибочно. Ведь Белые, поддерживая оценку «**0**», переходят от одной ничейной позиции к другой, следовательно Черные не могут выиграть в ничейной позиции. Но Черные и проиграть не могут, поэтому они «обречены» играть безошибочно. Эту ситуацию (когда сторона не может совершить ошибку) мы назовем в главном тексте тривиальной ситуацией, но она будет обсуждена подробно именно там, а не здесь.

Нам же важно для построения партий этого последнего зеленого столбца на голубом фоне понять, что, если оценка «**0**» стоит на втором и четвертом местах V-Последовательности, то эта V-Последовательность обязана быть {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}, то есть последовательностью-константой. Это же верно и для любой V-Последовательности, где нули находятся на четных местах для нашего случая начальной позиции *1*, причем не только для повторяющегося множества с партиями длины 5. Это также верно для любых длин из нашей начальной позиции. Или еще раз: так как начальная позиция имеет оценку «**0**», а Белые играют правильно, то это автоматически ведет и к правильной игре Черных.

Поэтому для построения множества безошибочных партий нам достаточно рассмотреть только не проигрывающие ходы Белых. Первыми ходами Белых, поддерживающими оценку «**0**», являются ходы в центральные позиции *50*, *60*, *70* кругов «♗f5», «♗g6», «♗h7». Далее в каждом из этих кругов Черные могут делать любые ходы, и они не изменят оценку получающихся позиций как с оценкой «**0**». Мы только должны выбрать из них те, которые приводят к «**0**» позициям партий повторяющегося множества.

Среди всех ходов Черных в позициях *50*, *60*, *70* есть пять ходов королем и 14 ходов ладьей. Из ходов ладьей три - ходы на *a2*, *c2*, *e4*, - мы не должны учитывать, так они прямо препятствуют возвращению в позицию *1*. Четыре же из них, - *e5*, *e6*, *e7*, *e8* - мы также не должны учитывать, так как они не соответствуют V-Последовательности {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}, - ведь в предвидении следующего хода слоном на *b1*, это приведет к оценке «**-1**», так как Черные способны будут выиграть шахом ладьи по вертикали *a*.

Это приводит к существованию 12 ходов к каждом из кругов «♗f5», «♗g6», «♗h7», характеризующихся любыми пятью положениями королей и семью положениями ладьи – на *b2*, *d2*, *f2*, *g2*, *h2*, *e1*, *e3*. Например, для круга «♗f5» эти положения черных фигур приводят к к следующим позициям: *511* – король *a3*; *513* - король *a4*; *515* – король *b4*; *517* – король *c3*; *519* – король *c4*; *521* - ладья *b2*; *523* - ладья *d2*; *525* – ладья *e1*; *527* - ладья *f2*; *529* - ладья *g2*; *531*- ладья *h2*; *533* - ладья *e3*.

Для того, чтобы читателю легче было выделить в кругах «♗f5», «♗g6», «♗h7» те позиции, которые участвуют в построении безошибочных партий повторяющегося множества (отражаемого V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}) можно предложить такое правило. Из 16 позиций каждого упомянутого круга надо мысленно убрать четыре позиции северо-восточного сектора, - именно те позиции, которые соответствуют аналогичному коричневому сектору круга «♗b1».

t) Покажем это на примере построения всех 16 партий с кругом «♗h7». Для каждой из них первые две позиции одинаковы: {1; 70}. Затем, при ходе Черных, будем двигаться по часовой стрелке по окружности, начиная с самой верхней позиции данного круга. Например, от самой верхней позиции *741*, получаем партию {1; 70; 741; 842; 1}. Она отражается V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**} и является последней во столбике партий на розовом фоне (ее, как и три других, не надо будет учитывать при подсчете числа партий, отражаемых V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}). Три других партии следующие: {1; 70; 739; 840; 1}; {1; 70; 737; 838; 1}; {1; 70; 735; 836; 1}. Все они, также как и только что описанная партия, находятся в числе последних в розовом столбике партий, отвечаемых V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**}.

Идем далее (по часовой стрелке и по окружности круга «♗h7») и получаем следующие 12 партий: {1; 70; 733; 834; 1}; {1; 70; 731; 832; 1}; {1; 70; 729; 830; 1}; {1; 70; 727; 828; 1}; {1; 70; 725; 826; 1}; {1; 70; 723; 824; 1}; {1; 70; 721; 822; 1}; {1; 70; 711; 812; 1}; {1; 70; 713; 814; 1}; {1; 70; 715; 816; 1}; {1; 70; 717; 818; 1}; {1; 70; 719; 820; 1}. Они все уже отражаются V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**} и находятся внизу зеленого столбца партий на голубом фоне (они идут в обратном порядке снизу вверх, начиная с самой нижней партии столбца).

Для кругов «♗f5», «♗g6» партии, отражаемыми V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**} строятся аналогично. Вышеприведенные факты подтверждают, что имеются 36 партий, отражаемые V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}.

u) Теперь обсудим те части Фрагмента *2*, которые являются символьными обозначениями партий, обсуждаемых ранее.

Так, вверху столбца партий на розовом фоне имеется фрагмент, символизирующий отображение между партиями повторяющегося множества и всеми V-Последовательностями. При этом партии обозначены как $G(5)_{1\text{-}1}$, а V-Последовательности - как V(5).

Внизу же столбца партий на розовом фоне имеется фрагмент, символизирующий отображение всех партий длины 5 (а не только партий повторяющегося множества) и всех возможных V-Последовательностей. При этом партии обозначены как $G(5)_{1\text{-}\forall}$, а V-Последовательности как V(5). Здесь символ «∀» означает любую позицию, достижимую партией в 5 элементов (в отличие от позиции *1*, которая должна стоять не только на первом, но и на пятом месте, что символизировалось сочетанием «1-1»).

Смысл таких обозначений достаточно прост. Множество партий повторяющегося множества является лишь частью, подмножеством всего множества партий длины в 5 позиций. Этот факт можно было бы записать как $G(5)_{1\text{-}1} \subseteq G(5)_{1\text{-}\forall}$ (это сделано в главном тексте книги). Но для данного предисловия нам нужны в основном количественные соотношения – см. следующий пункт.

w) Этот пункт последний в описании Фрагмента *2*. Он рассказывает об элементах на границе между Фрагментом *2* и Фрагментом *3* (который, напоминаем, охватывает светло-серый фон). Это прежде всего серые малые прямоугольники с числами, находящимися на таких-то фонах Фрагмента *2*.

Имеются четыре серых прямоугольника с достаточно большими числами (более 3000) и четыре малых прямоугольника с малыми числами. Каждый из них сцеплен с конкретной желтой V-Последовательностью (они расположены диагональным образом лишь для лучшего прочтения).

Таким образом, мы имеем восемь разных V-Последовательностей, причем 4 из них мы уже описали, а 4 других будут описаны ниже. Почему их действительно восемь – будет объяснено в описании ниже для Фрагмента *3* (где будет описываться формула Фибоначчи). Здсьс же скажем о смысле чисел в серых прямоугольниках.

Так, серый прямоугольник с числом 3211 (на красном фоне) показывает число всех партий (длины 5 от нашей начальной позиции), отражаемых V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}.

Мы нашли из анализа Графа выше, что число партий повторяющегося множества, отражаемых V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}, равно 5. Оказывается, что число всех партий длины 5, отражаемых этой же V-Последовательностью, равно 3211. Попробуем объяснить такое очень большое число в сравнении с пятью партиями повторяющегося множества, построив несколько партий, не входяших в подмножество $G(5)_{1\text{-}1}$.

Возьмем партию нашего столбца {1; 30; 335; 836; 1} и попробуем ее чуть изменить, чтобы получить другую партию. Рассмотрим партию, где первые четыре позиции новой партии такие же, а последней позицией будет позиция, характеризующаяся ходом черной ладьи с *e5* на *e1*.

Ведь действительно, партия выше записывается в шахматной нотации как 1.♗d3 ♜e5 2.♗b1 ♜e2. Новая же партия будет записываться как 1.♗d3 ♜e5 2.♗b1 ♜e1 (чисто случайно оказалось, что это и пат!).

Ясно, что эта новая партия также отражается V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}. Но она не могла (не может) быть элементом повторяющегося множества партий, так как кончается патом.

Но интересно и другое. Так как единственным ходом, ведущим к выигрышу из четвертых позиций обеих партий является ход ладьи на *a5* (с последующим выигрышем слона), то все другие ходы также, как и ход ладьи на *e2* (приводящей к позиции *1*), приводят к оценке пятой позиции, равной «**0**».

Получается, что почти все ходы Черных в четвертой позиции партии (когда ладья на *e5*) ничейны, так как ведут к позициям оценки «**0**». Это и означает, что кроме новой нашей партии, отражаемой V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}, имеются еше много других.

Таким образом, мы построили пример партии длины 5, отражающейся V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**} и не покрываемой Графом Фрагмента *1*. В главном тексте книги будет показано, что все 3211 партий могли бы быть даны на красном фоне, символизирующем эту V-Последовательность {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}. Это и объясняет, почему мы дали эти партии символьно (в виде серого прямоугольника с числом 3211) на красном фоне. Читатель только должен представить, что красный фон олицетворяет очень большое множество партий, которые мы технически не могли отобразить, Однако мы отобразили часть этого множества, состоящую из пяти партий повторяющегося множества.

w1) Теперь рассмотрим множество партий (как всегда, длины 5) от позиции *1*, отражающихся V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**}. Это множество дано на розовом фоне (множество на оранжевом фоне, с 487 партиями, - описано ниже).

Как мы нашли, примерами партий этого множества являются 12 партий повторяющегося множества. Построим хотя бы одну партию не из него. Для этого используем партию {1; 70; 741; 842; 1}. Это же партия, записанная в шахматной нотации, выглядит как 1.♗h7 ♜e8 2.♗b1 ♜e2.

Чуть изменим эту партию. Пусть на своем втором ходу Черные играют ладьей не на *e2*, а на *e1*. Имеем партию 1.♗h7 ♜e8 2.♗b1 ♜e1. После этого образуется пат, что означает, что последняя позиция новой партии имеет оценку «**0**». Но это и означает, что эта наша новая партия также отражается V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**}. На самом деле Черные могли бы сыграть и по-другому, - только не ходом ладьей на *a8*, что привело бы к выигрышу слона и последняя позиция партии имела бы оценку «**-1**» (см. далее партии на узкой полоске темно-зеленого фона, отражающиеся V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **-1**; **-1**}).

Таким образом, мы построили пример партии длины 5, отражающейся V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**}. В главном тексте книги будет показано, что имеется 3402 такие партии. Они все могли бы быть даны на розовом фоне, символизирующем эту V-Последовательность. Это и объясняет, почему мы дали эти партии символьно (в виде серого прямоугольника с числом 3402) на розовом фоне. Читателю опять предлагается представить, что розовый фон олицетворяет очень большое множество партий, которые мы технически не могли бы отобразить, Но мы отобразили часть этого множества, состоящую из 12 партий повторяющегося множества.

w2) Теперь рассмотрим множество партий (длины 5) от позиции *1*, отражающихся V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**}. Оно дано на желтом фоне. Оказывается, есть 3455 таких партий, среди них только 32 партии прямо показаны во Фрагменте *2*, - как элементы повторяющегося множества. Также легко построить партию, не из повторяющегося множества, но отображаемую Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**}.

Так, возьмем для этого партию {1; 30; 325; 826; 1}, записанную в шахматной нотации как 1.♗d3 ♜e1 2.♗b1 ♜e2 и немного изменим ее. Пусть последним ходом Черные ходят ладьей не на *e2*, а на *e5*. Получающаяся позиция имеет оценку «**0**». Это и означает, что новая партия 1.♗d3 ♜e1 2.♗b1 ♜e5 также отражается V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**}.

Кстати, здесь мы могли бы для создания новой партии взять любой ход Черных: ведь из позиции с оценкой «**0**» получаются только также позиции оценки «**0**». Это следствие принципа Минимума для Черных: Черные сами не могут уменьшить оценку позиции, а ввиду того, что для этого случая Черные и не могут проиграть, то из любой черной позиции оценки «**0**» обязательно также следует позиция оценки «**0**».

Заканчивая же идею о большом количестве партий, отражаемых V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **0**; **0**}, скажем, что причины этого обсуждаются не здесь, а в главном тексте книги.

w3) Наконец, рассмотрим самый большое подмножество партий: подмножество, соответствующее V-Последовательности {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}. Оно дано на голубом фоне (самом правым на обложке) и символизирует безошибочность этих партий (самый правый конец спектра).

Мы нашли, что имеется 36 партий повторяющегося множества, отражаемых V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}. Оказывается, имеется 4312 партий той же длины от начальной позиции *1*, так что 36 конкретно построенных партий есть лишь малая часть этого крупного подмножества.

Также очень легко построить новую партию, иллюстрирующую огромное подмножество партий выше, но не из списка представленных на голубом фоне. Например, возьмем последнюю партию из указанного списка, - {1; 70; 733; 834; 1}, записанную в шахматной нотации как 1.♗h7 ♜e3 2.♗b1 ♜e2, - и немного изменим ее.

Пусть последним ходом будет ход ладьей не на *e2*, а на *e1*. Снова имеем пат, значит, последняя позиция этой партии имеет оценку «**0**», а вся эта новая партия отображается V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}.

Кстати, Черные могли бы пойти ладьей или королем на любое другое поле, все равно партия отражалась бы этой V-Последовательностью. Заметим также, что уже своим первым ходом Черные не могли усилиться, так как после правильного хода Белых слоном на *h7*, любой ход Черных приводил бы к позиции оценки «**0**» (это следствие Принципа Минимума для Черных из пункта выше). Это намекает на огромное количество партий, отражаемых V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}.

w4) Теперь рассмотрим партии длины 5, отображаемые другими V-Последовательностями. Эти партии не даны на обложке в виде зеленых или коричневых квадратиков с номерами, так как не являются элементами партий повторяющегося множества. Они представлены символьно следующими способами:

а) другими фонами Фрагмента *2*, которые приписаны часто узким полоскам между основными широкими полосами рассмотренных фонов, и:

б) серыми прямоугольниками на граиице Фрагментов *2* и *3* (заметим, что эти прямоугольники формально относятся к Фрагменту *2*, так как V-Последовательности, сцепленные с ними, окаймлены определенными цветами (но не светло-серым цветом, так как последний есть цвет Фрагмента *3*).

Мы сказали, что имеются другие V-Последовательности (длиной, как и партия, в 5 элементов). Это V-Последовательности: {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}; {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}; {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**}; {**0**; **0**; **0**; **-1**; **-1**}. Начнем наше описание с V-Последовательности {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}.

V-Последовательность {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**} находится на обложке между V-Последовательностями {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**} и {**0**; **0**; **0**; **-1**; **0**}. Этот факт в принципе чисто случаен, мы просто обозначаем место для нее во Фрагменте *2*. Гораздо более существен такой факт. Она дана на оранжевом фоне, что символизирует степень ошибочности партий, которых она отражает. Мы сейчас построим партию, отображаемую ею, но прежде скажем, что в такой партии (да и во всех других, отражаемых этой V-Последовательностью) совершается уже меньшее число ошибок, нежели в партиях V-Последовательности {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}.

Ведь действительно, если в партии, отражаемой V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}, совершается 4 ошибки (напоминаем, что ошибка есть пара разных оценок), то в партии, отражаемой V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}, – только три.

Вначале совершают ошибку Белые (оценка снижается от «**0**» до «**-1**»). Затем совершают ошибку Черные (оценка увеличивается от «**-1**» до «**0**»). На своем втором ходу Белые снова ошибаются (оценка опять уменьшается с «**0**» до «**-1**»). Наконец, Черные уже не ошибаются, а делают выигрывающий ход (оценка сохраняется: «**-1**»).

Наконец, в этом пункте скажем нескольких последних слов (перед построением в следующем пункте новой партии, отражаемой этой V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}).

Любая партия повторяющегося множества изначально не может отражаться V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}, так как последняя оценка должна быть «**0**», как отвечающая оценке начальной позиции *1*, в которую должны прийти Белые и Черные в ее разыгрывании (а у нас в V-Последовательности эта оценка «**-1**»).

w5). Возьмем партию 1.♗d3 ♜e5 2.♗b1 ♜e2 и чуть изменим ее. Пусть последним ходом Черные дают шах ладьей на *a5*. Это выигрывающий (и кстати, единственный, как мы сказали в некоторых пунктах выше) ход – так как позволяет Черным выиграть слона. Таким образом, партия 1.♗d3 ♜e5 2.♗b1 ♜a5 отображается V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}.

Легко также здесь дать и другие несколько партий, отражаемых той же V-Последовательностью. Например, это партии: 1.♗d3 ♜e6 2.♗b1 ♜a6 ; 1.♗d3 ♜e7 2.♗b1 ♜a7 ; 1.♗d3 ♜e8 2.♗b1 ♜a8. Все они образуются аналогичным образом: вместо хода ладьи по вертикали *e* на пятую горинзонталь, Черные ходят или на *6*-ю, или на *7*-ю или на *8*-ю горизонтали той же вертикали, чтобы быть готовым на неудачный ход Белых слоном на *b1* дать убийственный для них шах ладьей на *a5* с последующим вынгрыщем слона.

Конкретно проиллюстрируем партию 1.♗d3 ♜e5 2.♗b1 ♜a5 на предмет соверщения ошибок. Так, первым ходом Белые необдуманно пошли на *d3*. Этот ход плохой, так как проигрывает из-за хода черных ладьей на *a2*, с последующим двойным ударом на *d2*. Но Черные, в свою очередь, ошиблись, не воспользовавшись ошибкой Белых: и пошли ходом ладьи на *e5*. Казалось бы, ход сам по себе неплохой, но это ошибка, так как ошибкой в данной теории признается такой ход (и только такой!), который меняет оценку позиции. После этого Белые могли пойти слоном на, например, *g6*, и Черные уже ничего не могли бы поделать страшного для Белых: ведь позиция после хода слона имеет оценку «**0**», что означает, что Черные «обречены» делать любой ход, приводящий к той же оценке (пункт *w3*).

Но к счастью для Черных, Белые вернулись слоном на *b1*, и Черные не преминули воспользоваться представившейся возможностью выиграть слона шахом ладьей на *a5*. Они и сделали это, что математически отражено в последней позиции оценки «**-1**», и принадлежности всей партии к обсуждаемой нами V-Последовательности {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}.

Оказывается, имеется 487 партий (длины 5), отражаемых этой V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}. Это дано светло-серым прямоугольником, сцепленным с этой V-Последовательностью, с числом 487.

Число 487 также приблизительно отражает ширину оранжевой полоски, символизирующей все множество таких партий. Да, партий довольно много, но гораздо меньще, чем партий на красном или на желтом фонах. Почему это так - будет объяснено в главном тексте, хотя несколько идей будет дано и в данном предисловии-описании ниже. Пока что перейдем к другим партиям, связанным с новой для нас V-Последовательностью {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**} (мы перескочили в спектре через V-Последовательность {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}, о которой скажем чуть ниже).

w6) Достаточно легко построить партию, отражаемую V-Последовательностью {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**}. Начнем строить опять же с проигрывающего хода слоном на *d3*.

Так как нам надо получить после этого все позиции оценки «**-1**», то Черные должны играть безошибочно, то есть поддерживая оценку позиции «**-1**», - как выигранной для себя. Единственным способом сделать это, является ход ладьей на *a2*. Белые обязаны ответить королем на *b1* и Черные могут выиграть ходом ладьи на *d2*, совершая двойной удар (угрожая матом или взятием слона).

Перепишем созданную партию в шахматной нотации: 1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♜d2 (мы не можем использовать позиции Графа обложки, за исключением первых двух, так как после хода ладьи на *a2* уже никак невозможно за данную длину партий вернуться в позицию *1*). Ясно, что построенная нами партия отражается V-Последовательностью {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**}.

Дадим некоторые свойства этой партии на математическом языке. Партия имеет только одну ошибку. Белые своим первым ходом ошибаются, а Черные далее непреклонно делают правильные ходы (кстати, если бы они сделали ход ладьей по вертикали *a*, то уже упустили бы выигрыш, и мы бы имели партию, отражаемую V-Последовательностью {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}, о которой скажем ниже).

Внимательный читатель может спросить «А почему мы почти все время не рассматриваем партии с первым ходом слона на поля *a2*, *c2*, *e4*. Ведь они тоже должны отображаться V-Последовательностями, рассматриваемыми в этом пункте и с «**-1**» на втором месте?»

Это хороший вопрос. Действительно, все указанные ходы выше означают, что Белые совершают ошибку на первом своем ходу. Причем Черные, если хотят выиграть, должны немедленно взять слона. К этому моменту мы вернемся позже, а пока построим несколько партий, отражаемых разбираемыми здесь V-Последовательностями {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**} и {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**}.

Ну, с V-Последовательностью {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**} вообще просто. Если Белые делают ход слоном на *e4*, то Черные берут этого слона и дальше на втором ходу стороны могут делать любые ходы, - будем иметь все партии, отражаемые этой V-Последовательностью.

Например, в шахматной нотации партия 1.♗e4 ♜e4 2.♔b1 ♜e1 (здесь не применены знаки взятия или мата, как почти всегда лишние для записи партий), отражается V-Последовательностью {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**}. Последним своим ходом Черные могли бы сыграть и по-другому, так как невозможно подставить ладью под бой короля. Это кстати, намекает на то, что нет партий, отражаемых V-Последовательностью {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}, в которых Белые первым ходом идут слоном на *e4*. Впрочем, как мы и обещали, партии, отражаемые V-Последовательностью {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**} будут описаны позже (лишь запомним этот факт).

Это же касается и партий, где Белые ходят слоном или на *a2*, или на *c2*. Построим некоторые партии и посмотрим, какими V-Последовательностями они могут отражаться.

Так, партия 1.♗a2 ♜a2 2.♔b1 ♜c2, как и партия 1.♗c2 ♜c2 2.♔b1 ♜a2, отражается V-Последовательностью {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**}. В каждой из них после хода слоном Черные берут его, а затем после единственного хода Белых королем, ходят ладьей на нормальные поля *c2* или *a2*.

Но Черные могли бы пойти и на другие «нормальные» поля, - нормальные в том смысле, что образуюшиеся после них позиции должны иметь оценку «**-1**». Это (как будет показано в главном тексте) для белых позиций означает, что Белые находятся в ничейной позиции (оценки «**0**»), если эта позиция или пат, или та, где Белые сразу могут выиграть ладью.

Последний абзац предлагает нам такую идею в построении партий, отражающихся V-Последовательностью {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}. И хотя снова мы сталкиваемся с V-Последовательностью {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**} (о которой будет ниже подробное описание) дадим здесь две партии, соответствующие ею.

Это партия 1.♗a2 ♜a2 2.♔b1 ♜a1 и партия 1.♗c2 ♜c2 2.♔b1 ♜c1. В последних позициях каждой из них Белые могут (даже обязаны) взять черную ладью, что приводит к выводу о том, что эта последняя, пятая позиция в партии имеет оценку «**0**» (самого взятия уже не происходит, так как это будет уже шестая позиция партии).

Что же касается партий, начинающихся ходом слона на *a2* или *c2* и отражающихся V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **-1**}, то вот и они.

Это партия 1.♗a2 ♚a3 2.♗b3 ♚b3 и партия 1. ♗c2 ♚c3 2.♗b3 ♚b3. Первым ходами Белые совершают ошибку, подставляя слона под удар черных фигур. Черные, однако, тоже ошибаются: вместо взятия слона уходят королем или на *a3*, или на *c3* (в представленных партиях соответственно). Белые далее могли бы вернуться слоном обратно на *b1* (то есть третья позиция имеет оценку «**0**»), но снова ошибаются, подставляя слона под удар ходом слона на *b3*, после чего Черные уже все-таки берут этого слона (то есть и четвертые и пятые позиции в обеих партиях имеют оценку «**-1**»).

w7) Сейчас можно вплотную перейти к построению партий, отражающихся V-Последовательностью {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}.

Мы уже многое можем сказать про эти партии. Так, все они должны начинаться с ходом слона на поля *a2*, *c2*, *d3*, *e4*, - ведь вторая «**-1**» после первого «**0**» V-Последовательности означает, что Белые ошибаются на первом ходу. Будем рассматривать же 4 подмножества партий, определяемые этими положениями слона на первом ходу, - и попытаемся построить для каждого из них конкретную партию (если получится).

Так, для подмножества со слоном на *e4*, таких партий нет. Это установлено в пункте *w6*, но мы повторим здесь причину этого. А причина в том, что Черные должны взять слона, так как это единственный способ выигрыша, который отражается третьей «**-1**» в V-Последовательности {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}, идущей после второй «**-1**». Далее Белые делают единственный обреченный ход королем (кстати, если бы Белые имели несколько ходов в позиции оценки «**-1**», то они все были бы проигрывающими согласно Принципа Максимума для белой позиции, о котором ниже). Черные же, находясь в четвертой позиции строящейся партии, с оценкой «**-1**», должны были бы совершить ошибку (как того требует V-Последовательность {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}). Но ошибочных ходов для них нет, что приводит к отсутствию партий в этом подмножестве.

К счастью, такие партии есть для подмножеств с ходом слона на *a2*, *c2*, *d3*, но их очень мало. Так, мы уже построили две партии для подмножеств *a2* и *c2*: 1.♗a2 ♜a2 2.♔b1 ♜a1 и 1.♗c2 ♜c2 2.♔b1 ♜c1. Все другие партии, если они существуют, должны иметь часть записей партий или «1.♗a2 ♜a2 2.♔b1 ...», или 1.♗c2 ♜c2 2.♔b1 ...» для подмножеств *a2*, и c*2* соответственно. Это так потому, что после ходов слоном на *a2* или *c2* Черные могут выполнить только взятие слона ладьей (взятие слона королем не годится по причине отсутствия ошибки Черных на их последнем ходу). После же единственного хода Белых королем, Черные должны сделать ошибку, подчиняясь требованию V-Последовательности {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**} иметь на пятом месте «**0**» после четвертой «**-1**». К счастью для нас, Черные могут не только пожертвовать ладьи шахами на *a1* или *c1*, а и пойти королем подальше от ладьи, чтобы Белые могли потом взять ладью королем.

Это приводит к построению партий типа «1.♗a2 ♜a2 2.♔b1 ♚...» или «1.♗c2 ♜c2 2.♔b1 ♚...», где под многоточием находятся такие положения фигур (здесь: черного короля) , которые определяют позиции оценки «**0**» (пятые позиции в V-Последовательности {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}). Очевидно, что это ходы короля, оставляющие ладью без защиты: на *a4*, *b4*, *c3*, *c4* (для партий вида «1.♗a2 ♜a2 2.♔b1 ♚...») и на *a3*, *a4*, *b4*, *c4* (для партий вида «1.♗c2 ♜c2 2.♔b1 ♚...»).

Таким образом, в подмножестве партий со слоном на *a2* имеются 5 партий, отвечающих V-Последовательности {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}: «1.♗a2 ♜a2 2.♔b1 ♜a1»; «1.♗a2 ♜a2 2.♔b1 ♚a4»; «1.♗a2 ♜a2 2.♔b1 ♚b4»; «1.♗a2 ♜a2 2.♔b1 ♚c3»; «1.♗a2 ♜a2 2.♔b1 ♚c4».

В подмножестве партий со слоном на *c2* имеются 5 партий, отвечающие V-Последовательности {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}; «1.♗c2 ♜c2 2.♔b1 ♜c1»; «1.♗c2 ♜c2 2.♔b1 ♚a3»; «1.♗c2 ♜c2 2.♔b1 ♚a4»; «1.♗c2 ♜c2 2.♔b1 ♚b4»; «1.♗c2 ♜c2 2.♔b1 ♚c4».

Осталось построить 14 партий из подмножества “*d3*”, (где первым ходом Белые ходят слоном на *d3*), отражающиеся V-Последовательностью {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}, ведь число всех партий для этой V-Последовательности равно 24.

Подготовим заготовки для партий: «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♚...» и «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♜...». Найдем расположения (ходы) короля и ладьи, не выигрывающие за Черных. Оказывается, что любые возможные ходы короля (на *a3*, *a4*, *b4*, *c3*) уже не выигрывают для Черных, то есть являются ошибками и приводят к позициям оценки «**0**» (что нам и надо). Что же касается ходов ладьей, то не выигрывают все ходы, кроме ходов ею на *b2*, *d2*, *f2*, and *g2*. Так как всего ходов в четвертой позиции 18, то невыигрывающих для Черных, то есть ошибочных, ходов - 14. Вместо выписывання всех таких ходов, дадим список партий из рассматриваемого подмножества: «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♚a3»; «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♚a4»; «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♚b4»; «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♚c3»; «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♜a1»; «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♜a3»; «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♜a4»; «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♜a5»; «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♜a6»; «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♜a7»; «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♜a8»; «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♜c2»; «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♜e2»; «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♜h2».

Таким образом, имеется 24 партии, отражающихся V-Последовательностью {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}, причем уже в этом предисловии-описании мы построили все такие партии (хотя они будут подробно объясняться и в главном тексте). Это так потому, что это наименьшее число партий, отражающихся конкретной V-Последовательностью (в данном случае {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**}). Но подытожим такие важные моменты, которые были найдены в результате построения.

Причем сделаем это так: после абзаца, выражающего математическую идею, сразу ниже его дадим его иллюстрацию на шахматном языке (это нам необходимо будет для подведения важных выводов в конце данного предисловия-описания).

V-Последовательность {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**} иллюстрирует ошибочность игры как Белых, так и Черных, но при этом эти ошибки происходят не друг за другом (или явно в разное время). Действительно, вначале ошибаются Белые (между первой и второй позицией), но Черные в ответ не ошибаются. Ошибка Черных происходит позже (между четвертой и пятой позициями).

На шахматном языке: даже совершив ошибку, сторона не должна отчаиваться, ведь возможна ошибка и со стороны соперника. Особенно это заметно в случае с ходом слона на *d3*. Тут довольно трудно было найти не только первый выигрывающий ход Черных, но и второй их ход. Например (будет показано в главном тексте), что кроме хода ладьей на *d2* ход ладьей на *f2* также выигрывает за Черных, но этот выигрыш совсем не прост.

V-Последовательность {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **0**} иллюстрирует важный Принцип Максимума, касающийся белой позиции. Принцип Максимума заключается в том, что оценка белой позиции есть максимум оценок всех позиций, прямо следущих из нее. В частности, это означает, что для белой позиции с оценкой «**-1**» (проигранной для Белых) все ходы Белых также приводят к позиции «**-1**».

На шахматном языке: всегда, когда Черные берут (или точнее, могут взять слона), оценка позиции равна «**-1**». Это происходит в трех очевидных случаях, когда Белые ходят на *a2*, *c2*, *d3*, сразу подставляя слона под удар ладьи. Если Черные берут слона («не ошибаются» на математическом языке), то они сохраняют свой выигрыш (поддерживая оценку позиции). После этого, Белые обречены (хотя, возможно, лишь временно) и должны сделать единственный ход королем. Конечно, единственность хода королем после взятия слона Черными не очень ярко иллюстрирует Принцип Максимума, но можно взять для иллюстрации вот такую партию «1.♗d3 ♜a2 2.♔b1 ♜f2». Она отражается V-Последовательностью {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**}, но в чисто шахматном смысле она замечательна: последняя ее позиция явно не выглядит проигрышной для Белых, однако тем не менее она таковая и есть, что объясняется ее оценкой «**-1**», - а по Принципу Максимума это значит, что любая выходящая из нее позиция не может иметь оценку больше нее, то есть все они имеют оценку «**-1**».

w8) Осталось рассмотреть партии, отражаемые V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **-1**; **-1**}. Эта V-Последовательность находится между V-Последовательностями {**0**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**} и {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**} и так как дана на темно-зеленом фоне, символизирует малоошибочную игру сторон.

Действительно, здесь только одна ошибка (Белых). Вначале Белые ходят слоном правильно: на *f5*, *g6*, *h7*. Черные могут ответить как угодно: ведь находясь в позиции оценки «**0**», любой их ход ведет в позицию той же оценки. Но далее Белые все-таки совершают ошибку и делают проигрывающий для них ход. Черные же после этого уже не ошибаются (поддерживая оценку позиции: «**-1**»).

Переложим это все на шахматный язык, представив партию: 1.♗h7 ♜e8 2.♗b1 ♜a8. Эту партию мы сконструировали из партии, данной ранее 1.♗h7 ♜e8 2.♗b1 ♜e1, - только заменив последний ход Черных ладьей на *e1* убийственным для Белых шахом ладьи на *a8*.

Очень просто сконструировать и другую партию, отражающуюся той же V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **-1**; **-1**}. Так, заметим для этого, что возврашение Белыми слона на *b1* может произойти из других полей (из тройки *f5*, *g6*, *h7*). Да и для Черных можно чуть разнообразить их действия: вместо хода ладьей на *e8*, они могут сыграть любым ходом из «четверки» *e5*, *e6*, *e7*, *e8*. Возможны и «ненормальные» партии, например, такая: 1.♗h7 ♜e8 2.♗e4 ♜e4, ненормальные в том смысле, что Белые грубо подставили слона под бой ладьи, а Черные его и взяли.

Вообще, в число шахматном смысле Белым очень рекомендуется не подставлять слона под удар черных фигур: практически всегда это приводит к проигранной для них позиции, - позиции с оценкой «**-1**». В свою очередь, Черным, в возможном случае взятия белого слона очень рекомендуется его и взять: практически всегда это приводит к выигрышной для Черных позиции, позиции с оценкой «**-1**» (хотя тут противоположный смысл: Черные не совершают ошибку, а наоборот, играют безоошибочно).

На математическом языке совершение ходов Белыми или Черными означает выполнение Белой и Черной Стратегий. Здесь Стратегия (с большой буквы) - это множество пар позиций с разной очередью хода (для Белых это пара начинается с белой позиции и кончается черной, а для Черных наоборот: начинается с черной позиции, а кончается белой). Белая и Черная Стратегия может рассматриваться (и рассматривается в главном тексте) как в локальном смысле, так и глобальном (или для одной пары позиций или для множества пар) и очень важно переложить щахматные идеи на язык математики, а последние на язык шахмат.

На пути к этому математика должна (и может) предложить свои идеи о представлении партий конкретными V-Последовательностями. Детальная проработка этих идей и сделана в главном тексте книги, и уже в данном предисловии-описании мы обосновываем необходимость и возможность использования математики для исследования этого конкретного шахматного окончания. Об этом - как о целях всего исследования, следуемых уже даже из обложки и из данного предисловия-описания мы еще скажем в конце всего предисловия, а пока что завершим вопрос о числе всех партий, отражающихся некоторыми V-Последовательностями.

x) Имеется 15289 партий длины в пять элементов (позиций). Число 15289 есть сумма всех партий, отражающихся определенной V-Последовательностью.

Для каждой партии имеется своя уникальная V-Последовательность, отражающая партию оценками ее позиций и состоящая также из пяти элементов (оценок). Таким образом, мы еще раз подтверждаем, что имеется отображение между партиями и V-Последовательностями.

Это отображение полностью построено для партий повторяющегося множества. Для других партий (длины 5) это отображение построено только в главном тексте (но там же оно построено и для некоторых партий, большей, чем 5 позиций, длины).

На обложке же для всех партий длины 5 дана важная характеристика этого отображения, - GV-Распределение.

GV-Распределение показывает число партий, отражающихся конкретной V-Последовательностью. Мы уже говорили об GV-Распределении применительно как к партиям повторяющегося множества, так и другим партиям, но так как это было сделано в разных местах и ввиду важности этой темы, повторим здесь его характеристики в одном месте (а после дачи его самого, повторим технические аспекты и плавно перейдем к описанию уже Фрагмента *3*).

Будем называть ниже «GV(5)-Распределение 15289 партий для 8 V-Последовательностей» просто «GV(5)-Распределением». И вот оно ниже.

GV(5)-Распределение:
GV(5) = 3211 партий для V(5)={**0; -1; 0; -1; 0**}.
GV(5) = 487 партий для V(5)={**0; -1; 0; -1; -1**}.
GV(5) = 3402 партий для V(5)={**0; 0; 0; -1; 0**).
GV(5) = 24 партий для V(5)={**0; -1; -1; -1; 0**}.
GV(5) = 3455 партий для V(5)={**0; -1; 0; 0; 0**}.
GV(5) = 67 партий для V(5)={**0; -1; -1; -1; -1**}.
GV(5) = 331 партий для V(5)={**0; 0; 0; -1; -1**}.
GV(5) = 4312 партий для V(5)={**0; 0; 0; 0; 0**}.

Напомним и о технических аспектах этого GV(5)-Распределения (каждый аспект указан в отдельном абзаце, без указания об их важности).

V-Последовательности на обложке даны справа налево (светло-желтым цветом в малых квадратах с оценками) и отражают порядок их дачи сверху вниз.

Число партий для них приблизительио отражается шириной цветной полосы.

Цвет фона, на котором даны партии и V-Последовательности, которые их отражают, – в основном отражает степень ошибочности партий (степень ошибочности соответствует цветам спектра в направлении «от голубого до красного»).

x1) Дадим здесь некоторые выводы из описания Фрагмента *2*.

Для создания GV(5)-Распределения (да и GV(5)-Отображения) были использованы такие основные средства: данная начальная позиция, подграф Графа ее Сиквела (называемый в этом предисловии-описании Графом Фрагмента *1*), построенное множество партий так называемого «повторяющегося множества», некоторые другие средства.

GV(5)-Распределение может быть применено для собственных, внутренннх, подмножеств, например, для повторяющегося множества. Вот оно ниже, помеченное как $GV(5)_{1-1}$ (уже для восьми V-Последовательностей, так как число 8 есть специальное число последовательности Фибоначчи, о чем будет сказано в пункте *3* настоящего предисловия-описання).

$GV(5)_{1-1}$ - Распределение (85 партий по 8 V-Последовательностям):
$GV(5)_{1-1}$ = 5 партий для V(5)={**0; -1; 0; -1; 0**}.
$GV(5)_{1-1}$ = 0 партий для V(5)={**0; -1; 0; -1; -1**}.
$GV(5)_{1-1}$ = 12 партий для V(5)={**0; 0; 0; -1; 0**).
$GV(5)_{1-1}$ = 0 партий для V(5)={**0; -1; -1; -1; 0**}.
$GV(5)_{1-1}$ = 32 партий для V(5)={**0; -1; 0; 0; 0**}.
$GV(5)_{1-1}$ = 0 партий для V(5)={**0; -1; -1; -1; -1**}.
$GV(5)_{1-1}$ = 0 партий для V(5)={**0; 0; 0; -1; -1**}.
$GV(5)_{1-1}$ = 36 партий для V(5)={**0; 0; 0; 0; 0**}.

GV(n) – Распределение (здесь с буквой *n*) может быть характеристикой партий и V-Последовательностей длины в *n* элементов, то есть любых, часто неограниченных, длин.

В любых случаях применения (для множеств, подмножеств партий, их различных длин и т.п.), - GV–Распределение есть характеристика GV–Отображения, - отображения между партиями и V-Последовательностями.

3) GV–Отображение, упомянутое в последнем предложении пункта *2*, является отправной точкой описания Фрагмента *3*.

Фрагмент *3*, хотя и очень небольшой, но чрезвычайно важный в понимании целей и объектов исследования во всей Части *6* настоящей теории.

Он иллюстрирует факт зависимости количеств V-Последовательностей в основном только от длины *n* самой V-Последовательности. При этом оказывается, что эти числа прямо связано с числами Фибоначчи в хорощо известной последовательности великого математика, жившего много веков тому назад.

3.1 Однако начнем с того, что конкретно изображено во Фрагменте *3*. Мы разберем фрагмент, находящийся прямо вверху фамилий авторов и включающий:

a) Символьное обозначение числа V-Последовательностей в зависимости от длины *n*, - $V(n)^{\text{«0»«-1»}}$.

b) Символьное обозначение функции $F(n)^{\text{«0»«-1»}}$.

c) Табличное представление последовательности Фибоначчи **F(n)** при разных значениях **n**. Здесь особо выделяется формула **F(n)=F(n-1)+F(n-2)** дающая значение числа последовательности Фибоначчи, стоящей на *n* месте (что потом совпадет с числом V-Последовательностей в зависимости от длины *n*).

Теперь подробнее опишем эти три детальных фрагмента.

Число V-Последовательностей в общем случае зависит не только от длины V-Последовательностей (партий), но и от следующих факторов: оценки начальной позиции, очереди хода в ней (белая или черная позиция), возможных значений оценок в Сикведе начальной позиции и возможно, некоторых других факторов (рассматриваемых в главном тексте).

Очевидно, что для нашего случая имеем, что начальная позиция оценки «**0**», и она белая, и что в ее Сикведе могут быть только позиции лишь с двумя оценками («**0**» и «**-1**»).

В главном тексте рассматриваются другие начальные параметры для числа V(n) – числа V-Последовательностей. Но и здесь можно просто проиллюстрировать зависимость числа V-Последовательностей от этих начальных параметров. Например, если мы рассмотрим позицию *1* (как диаграмму) с очередью хода Черных, то ясно, что ввиду того, что оценка новой позиции равна «**0**», оказывается, что все V-Последовательности будут начинаться с двух нулей, так как по Принципу Минимума Черные не могут уменьшить оценку своей позиции. Затем, после первого хода Черных, уже возникнет белая позиция с оценкой «**0**» и можно ее назвать «начальной» позицией в подсчете числа V-Последовательностей.

Вышеприведенное рассуждение подводит нас к идее того, что число V-Последовательностей не зависит от вида начальной позиции. Оно даже не слишком зависит от очереди хода в начальной позиции, так как число V-Последовательностей в таком случае как бы сдвигается на единицу вправо в своей возможной рекуррентной формуле, зависящей от числа *n* (в предположении того, что эта формула существует).

Все эти вопросы рассматриваются в главном тексте и там будет доказано, что, действительно, число V-Последовательностей при определенных условиях зависит только от длины V-Последовательности.

Вот эти условия у нас и соблюдаются. Оказывается, что при начальной белой позиции с оценкой «**0**», и имеющей в Сикведе только два значения оценок («**0**» и «**-1**»), число V-Последовательностей зависит только от длины V-Последовательности (или партии) *n* и может быть выражено независимой функцией **F(n)**.

С точки же зрения GV–Отображения важно то, что число V-Последовательностей есть максимальное число V-Последовательностей при данных начальных условиях.

Можно сказать еще более обще: множество всех V-Последовательностей для партий (от такой-то позиции есть подмножество всей возможной (очевидно, максимальной) области значений (какого-либо независимого большого множества). Для тех читателей, которым трудно это понять, даем ниже простую и конкретную иллюстрацию сказанного.

В $GV(5)_{1\text{-}1}$–Распределении соответствующего отображения выше у нас есть V-Последовательности, которые не имеют партий, которые они отражают. Возможно ли такое для отображения? Да возможно, так как для отображения вообще (и для нашего, в частности) необходимо лишь то, чтобы каждому элементу области определения (множеству партий) соответствовал только один элемент области значений (для нас: V-Последовательность). Но не говорится об обратном: что «каждой V-Последовательности должна отвечать такая-то партия».

Математика в таком случае предлагает рассматривать множества партий и множества V-Последовательностей отдельно друг от друга еще до того, как мы определим соответствие одних элементов в другие (например, обозначив размеры или границы этих множеств).

Вот эти размеры или границы и есть по-другому область определения и область значений – независимые множества, которые лишь потом рассматриваются на предмет наличия соответствия, функции между их элементами.

В таком случае множество V-Последовательностей есть максимально возможное множество V-Последовательностей, которое сформировано на основе лишь внутренних закономерностей его построения. Этими закономерностями являются, например, Принципы Максимума и Минимума, когда формирование любой V-Последовательности подчиняется правилам следования одной оценки (элемента V-Последовательности) за другой.

Вот мы и объяснили ситуацию возникновения самостоятельной формулы числа V-Последовательностей независимо от партий. Число V-Последовательностей есть в таком случае максимальное число V-Последовательностей, не зависящее от вида позиций или партий, которые эти V-Последовательности отражают (ведь некоторые V-Последовательности вообще ничего не отражают). Это число V-Последовательностей может описываться независимой формулой и если такое имеет место, то эту формулу нужно и можно доказать отдельно.

Вот это доказательство и сделано в главном тексте. Оказалось, что число V-Последовательностей описывается формулой Фибоначчи, которая выражается таблично, так как показано во фрагменте «с» Фрагмента *3*. Оно же дано ниже в виде двух строк.

n: 1; 2; 3; 4; 5; 6; …; - число элементов (или в V-последовательности, или в партии);

F(n): 1; 2; 3; 5; 8; 13; …; **F(n)=F(n-1)+F(n-2)** при *n* большем или или равном 3 (для **n=1** и **n=2** значения равны **1** и **2** соответственно).

3.2 Положим, что мы вывели и доказали формулу числа V-Последовательностей. Как это использовать?

Во-первых, приятно понимать, почему у нас имеется именно 8 V-Последовательностей для партий длины 5.

Во-вторых, мы также можем сразу вычислить число V-Последовательностей для любой длины партий.

В третьих, как показано в главном тексте, мы можем не только вычислить общее число этих V-Последовательностей, а и выписать их поэлементно.

В четвертых, уже имея список V-Последовательностей при такой-то длине, гораздо удобнее находить партии, которые эти конкретные V-Последовательности отражают.

В пятых, так как эти V-Последовательности несут информацию об ошибках, совершенных в партиях, отражаемых ими, то можно вычислить число ошибок, совершаемых в партиях.

В шестых, можно подсчитать не только число ошибок в таких-то партиях, но и установить время, когда они происходят (здесь время - это место совершения ошибки в V-Последовательности, которое легко отражает номер позиции, в которой эта ошибка произошла, проще: на каком ходу совершена ошибка).

В седьмых, по построенному отдельно GV–Распределению можно сделать определенные выводы об игре сторон в целом (безошибочна она или ошибочна и если ошибочна, то до какой степени).

В восьмых, мы можем построить GV–Распределение (или даже GV–отображение) для какого-либо внутреннего специфического подмножества партий, отражаемого такой-то V-Последовательностью. Например, часто бывает полезным подсчитать число партий, кончающихся матом или патом или число партий, в которых одна сторона имеет повторяющуюся Стратегию.

В девятых, способность правильно подсчитать число конкретных V-Последовательностей побуждает нас к развитию идеи представления новой системы сравнения оценок позиций, базирующейся на учении о V-Последовательностях. А, как показано в главном тексте, теория предлагает новый взгляд на понятие оценки, точнее новую внутреннюю шкалу сравнения позиций одинаковых оценок, - шкалу, базирующуюся, на количестве конкретных V-Последовательностей для сравниваемых позиций.

В десятых, учение о V-Последовательностях, предлагаемое в главном теесте, можно затем использовать для нахождения вероятности существования такой-то оценки у неизвестных (в оценке) позиций.

Есть и другие важные свойства использования найденной формулы числа V-Последовательностей, основанной на последовательности Фибоначчи. И надо иметь ввиду, что в главном тексте предлагается и доказывается самостоятельная формула числа V-Последовательностях при всех трех возможных оценках позиций (см. подробнее общее предисловие ко всей книге, а также, конечно и сам главный текст).

3.3 Даем здесь последние выводы следуемые из данного предисловия-описания (хотя надо понимать, что их количество ограничено, тем более, что задача этого предисловия была прежде всего лишь в описании фронтальной обложки...)

Прежде чем ознакомиться с выводами ниже, читателю предлагается взглянуть на обложку с так называемой перспективной точки зрения.

Вообразите, что вся предложенная картина есть часть более общей картины, включающей (но не показывающей из-за очевидных технических трудностей) и громадный Граф Сиквела начальной позиции, и множество партий на очень огромную глубину, и множество V-Последовательностей, их отражающих...

Итак, ниже выводы.

a) Невероятно огромное множество всех возможных позиций, выходящих из начальной позиции обложки *1* соединено в невероятно огромный и сложный Граф, где вершины являются позициями, ребра – ходами, пути от одной вершины к другой – партиями.

b) Внутри этого огромного Графа имеется наш подграф, изображенный на фронтальной обложке во Фрагменте *1*.

c) Внутри всех партий достаточно большой длины (больше 5 позиций) имеется 15289 партий длины 5.

d) Внутри всех партий длины 5 от позиции *1* до позиции *1* имеется 85 партий так называемого «повторяющегося множества».

e) Показанный Граф отражает позиции и партии повторяющегося множества.

f) Все партии любой длины отражаются какими-либо V-Последовательностями той же длины.

g) Каждая партия конкретной длины отражаются только одной конкретной V-Последовательностью той же длины.

h) Максимальное число V-Последовательностей не зависит от вида партий или позиций, а зависит только от цвета и оценки начальной позиции (партий от нее), возможных оценок позиций ее Сиквела и, самое главное, длины партии.

i) Число V-Последовательностей для двух возможных оценок (здесь: для нашего случая) определяется последовательностью Фибоначчи (при начальных параметрах 1, 2).

j) Последовательность Фибоначчи есть последовательность {1; 2; 3; 5; 8; 13; 21…} – где первые два числа есть 1 и 2, а каждое число, начиная с третьего, есть сумма двух предыдуших (отсюда название последовательности как «рекуррентной» - здесь почти все новые члены вычисляются ссылкой на предыдущие).

k) V-Последовательности любых длин побуждают нас исследовать и партии, которые они отражают.

l) При этом эффективно используются идеи цельного учения о V-Последовательностях, рассматриваемого в главном тексте и других материалах книги. Поэтому авторы настоятельно рекомендуют читателю продолжать прочитывать книгу и далее!

Конец Предисловия-Описания.

A General Preface to Part 6.
Stage 1.
“The basic sets and their cardinalities”.

General Preface to Part *6*.

In order to understand this General Preface, it is recommended that the reader have at least a general idea about the concepts and objects of MTC (Math Theory of Chess), which were introduced in the early Parts of the theory. For this, it may be enough to look through the "List of the basic definitions", given in the appropriate part of the book. By the way, if capitalized words come up in this General Preface, it means that their definitions can be found in the list above (note that these definitions do not always coincide with ones conventionally accepted among chessplayers). Lastly, pictures in the present Preface do not carry a large load compared with the main text and its "picture pages". They merely illustrate positions that are given verbally. So, let us begin substantively.

1. The goal of the investigation in Part *6* of the whole theory is to work out new methods of analysis, in particular ones concerned with the values of positions. These methods are based on the concept of a V-Sequence, which is the main object of investigation.

A V-Sequence is a sequence consisting only of values and reflecting the values of the game's positions.

2. In order for the reader to more easily familiarize himself with this novel concept (before describing its main properties), let us begin with the simplest illustrative examples.

a) Example *1*.

An initial white position *1* of value **"0"** is depicted on the front cover. White can make a draw in this position, which in theory means that at any point in the game he can make a move that maintains the value of the position, equal to **"0"**. Of the seven moves (outgoing positions) three moves (or positions), characterized by the bishop's position on *f5*, *g6*, *h7*, correspond to White's correct Strategy.

This fact usually (in early Parts of the theory) was written only via a game that in this case consists of two positions. One of these positions is the initial position *1*, and the other is one of the three above. In the entire theory it is customary to interpret and construct a game as a sequence of positions, and this sequence could be finite or infinite. More on this is below.

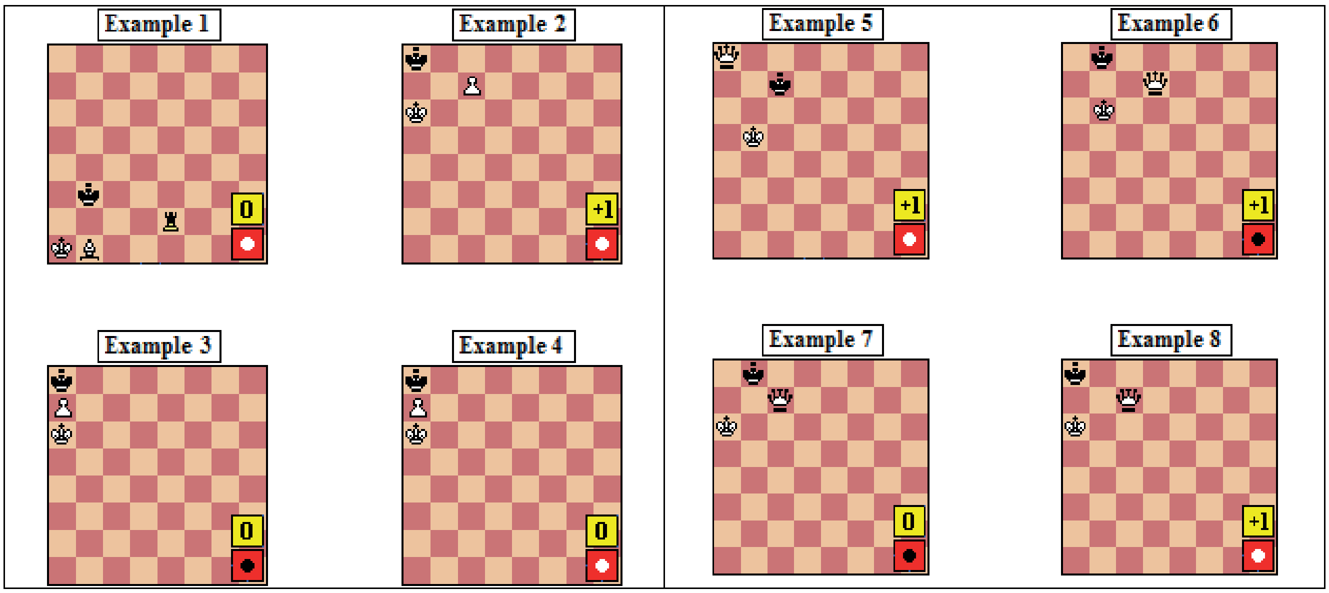
Simultaneously with the three obtained games, we have also obtained three (but essentially one, see below) V-Sequences, which consist of only values of positions of these games.

A V-Sequence is always an ordinary numeric Sequence, but consisting of three numbers, the values «**-1**», «**0**», «**+1**» (in our specific case the value «**+1**» is impossible in any game, since a bishop cannot win against a rook). It can also be viewed (and its properties are investigated) separately from the game, but first of all here we will illustrate its properties in connection to a game, namely the specific game from position *1* on the cover.

The following interesting fact already arises. Although there are three correct games, there exists only one V-Sequence for them: {**0**; **0**} (if figurine brackets are used, then quote marks for values may be omitted).

For the four games of two positions, characterized by the bishop move to *a2*, *c2*, *d3*, *e4*, there is another V-Sequence: {**0**; **-1**}. It is clear that after the bishop's moves to where it could be captured by the king or by the rook, Black wins by capturing it (in theory, a position where Black wins has a value of **"-1"**). Black also wins after the bishop's move to *d3*: he first declares a check on *a2,* and then executes a double attack by the rook move to *d2*.

For the reader who has not read the Preface-Description for the cover, we could advise to turn his attention to the seven "circles" in the Graph (excepting the circle with position *1*). They symbolize seven different moves by White, which are mentioned above, such that in their centers are positions denoted by the numbers *10*, *20*, *30*, *40*, *50*, *60*, *70*. The first four positions, characterized by the bishop's location on *a2*, *c2*, *d3*, *e4*, are of «**-1**» value; the last three, characterized by the bishop's location on *f5*, *g6*, *h7*, are of «**0**» value. For now, we move on to a different example.



b) Example *2*. Position: «White: ♔a6, ♙c7; Black ♚a8. White to move».

This position has a value of "**+1**" (White wins). There are two "**+1**" positions emerging from it: following the pawn's promotion to a queen and a rook, respectively.
All other five emerging positions are of value "**0**". Therefore, out of seven games of length two positions, there are two V-Sequences. One V-Sequence is {**+1**; **+1**}, and the other is {**+1**; **0**}.

Let us note the following interesting property of this example. If White does not win by declaring checkmate, then a draw ensues. From the point of view of V-Sequences, this leads to nonexistence of correct V-Sequences of length greater than 2 elements (the number of elements in a V-Sequence is always equal to the number of positions in the game it represents, but this fact will be given later, in the description of properties).

c) Example *3*. Position: «White: ♔a6, ♙a7; Black ♚a8. Black to move».

It is obvious that the position is a stalemate, and therefore its value is "**0**" (in general the concept of value is rather voluminous, but at this point within the reading it is enough to understand that a value of "**0**" means that neither White nor Black can either win or lose.

The fact that a position is final (either checkmate or stalemate, in this case stalemate) does not affect the existence of a V-Sequence. Simply in this case the V-Sequence consists of one element {**0**}. We will deem a one-element V-Sequence simply as the value of the position.

d) Example *4*. Position: «White: ♔a6, ♙a7; Black ♚a8. White to move».

This position, just as the previous one, has a value of "**0**". However, it is not final; besides, games from it can be of unlimited length (in the entire theory, rules such as threefold repetition, the fifty-move rule, and some others existing in connection to the human intention to limit the length of a game, do not apply).

There is only one V-Sequence of length two elements from the given position: {**0**; **0**}. It reflects all three games described by positions with the king located on *a5*, *b5*, *b6*.

But even further, since Black cannot make a mistake, there is only one three-element V-Sequence: {**0**; **0**; **0**}. It represents four games (for each of two non-stalemating White moves there are two Black moves). Two of these games end with positions with lone kings (yet the game continues: it can only be halted by the so-called "Stop" procedure, which is usually not used in the theory). The two other games are characterized by Black's refusal to take the pawn and moving the king to *b7* instead.

Then, White can make any move, but again only a drawing one, as one leading to a position of value "**0**". We will note that from the white position with a lone black king and of value "**0**", all emerging positions are also of value "**0**". This is a consequence of the Principle of Maximum, more on which is below. Therefore, a V-Sequence of four elements, reflecting any game of four positions, (starting with the initial one in this example), can only be one: {**0**; **0**; **0**; **0**}.

But already a V-Sequence of five elements, which reflects a game of five positions, might not be a constant sequence (as one consisting of one and the same elements). Namely, the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0; +1**} reflects the game 1.♔b5 ♚b7 2.a8♕ ♚c7. Had Black taken the white queen, there would have been the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0; 0**}, but Black did not do this, having committed a mistake.

We will note that a mistake in the present theory is a change in the value of the position and only this change. For example, White promoted his pawn to a Queen, committing it to destruction. But this is not a mistake: he could not win anyway, and the value of the position did not change the promotion following. On the other hand, this worked out: Black for some reason did not take the queen but made a losing move, which changed the value of the position. This is reflected by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0; +1**}. This sequence contains only one change: the fifth element "**+1**" immediately follows the fourth element "**0**". We will consider the resulting position as the initial one for a new example.

e) Example *5*. Position: "White: ♔b5, ♕a8; Black ♚c7. White to move".

This position is of value "**+1**", since White can win. This value means that White can checkmate Black regardless of how Black plays. But declaring a checkmate itself is unnecessary in our theory; suffice it only to establish that a position is of "**+1**" value.

We will note that the initial position belongs to the "king and queen versus king" Balance (a Balance is a set of positions with a given piece ratio).

At first sight it may seem that "**+1**" positions of the Balance "king and queen versus king" are in some sense better than "**+1**" positions of the Balance "king and rook versus king". And those are in turn clearly "better" than "**+1**" positions of the Balance "king and pawn versus king" (examples are below).

But when we say "better", we must keep in mind certain criteria for comparison. This is especially important because positions of the same value are being compared here. Of course, if we needed to compare (for example, for White) two positions of different values, then it would be very simple. Namely, it is best to have a "**+1**" position, followed by a "**0**" position, and only then a "**-1**" position. This hierarchy of comparison symbolizes White's win, a draw, and Black's win, respectively. By the way, the turn to move is irrelevant here.

One of such criteria could be the distance (in the number of positions) to checkmate: the shorter it is, the better is the position. For example, in the initial position of this Example a checkmate can declared in 8 positions; here is one of the games: 1.♕d5 ♚b8 2.♔c6 ♚a8 3.♔b6 ♚b8 4.♕d8#. We note that all positions of this game are of value "**+1**", which means that it is mapped by the V-Sequence {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1; +1**; **+1**}. As we established, this is a constant V-Sequence.

Although, since declaring a checkmate is unnecessary, the given V-Sequence maps any other game consisting of eight "**+1**" positions. Here, for example, is such a game: 1.♕d5 ♚b8 2.♕d7 ♚a8 3.♔a6 ♚b8 4.♔b6.

The last position of this game will be the initial position of the next example.

f) Example *6*. Position: «White: ♔b6, ♕d7; Black ♚b8. Black to move».

Black is squeezed in and can only move between the *a8* and *b8* squares. At the same time White moves his king along the *a6* and *b6* squares. It is as if White were laughing at Black, understanding that he could always declare a checkmate (and in one move at that). Since in theory the game can continue indefinitely, we must recognize that a constant V-Sequence (here: consisting only of "**+1**") can contain arbitrarily many elements and even be infinite.

We also note that White can vary the game with different moves of his king. It can, for example, set foot on all squares of the first five ranks. This leads to a constantly expanding set of games, but at the same time all of them (under some specific length) are mapped by one and the same constant V-Sequence, consisting of "**+1**" of the same length. This phenomenon is called "**+1**" Homomorphism of games. Here "**+1**" Homomorphism of games means that all games are homomorphic (equal in the value sense), since they are mapped by the same constant V-Sequence, consisting of only "**+1**" elements.

But it is very easy to construct a game mapped not by a constant V-Sequence, but by a V-Sequence having element "**0**". If in some game with a king traveling along the fifth rank under White's move we were to move the queen to *b7* instead of moving the king, then there would be a "**0**" in the V-Sequence (reflecting the already drawn value of the position). By the way, since after such a queen's suicide, there forms a position of the KK-Balance (with two kings), then all positions of games will have a value of "**0**". An interesting set of V-Sequences arises, each of which consists of some number of "**+1**"-units followed by some number of "**0**"-zeroes. At the same time the first "**0**" must stand in an even place, as it reflects the value of a black "**0**" position. There are no white "**0**" positions in this three-piece Balance.

We also note that a black position in this Balance has value "**0**" under only two conditions: it is either a stalemate, or the black king can capture the white queen. This means that White is not advised to approach the queen too close to the black king. Otherwise, the outcome could be a stalemate or a capture of the queen when it is not protected by its king. This sentence can be translated into mathematical language by using the study of V-Sequences (this idea will be concretely detailed in the main text).

g) Example *7*. The process of assigning the initial position to this Example is described by the following paragraph below.

From the position of Example *6* above: "White ♔b6, ♕d7; Black ♚b8. Black to move" we construct the game 1... ♚a8 2. ♔a6 ♚b8 3.♕c7. With his last move White put the queen en prise onto an unprotected square, meaning that the last position has value "**0**", while the whole game is reflected by the V-Sequence {**+1**; **+1**; **+1**; **+1; 0**} (we note, by the way, that the number of positions in the game is one greater than the number of moves made by both sides; in the theory a move is a connection between positions or a directed edge in the Graph, of which we will speak below).

In the last position of this game (it is also the initial position of this Example): “White: ♔a6, ♕c7; Black ♚b8. Black to move”, Black has two moves (1...♚c7 and 1...♚a8) that lead to positions of different values. That is why there are two V-Sequences from it of length two elements. The first is {**0**; **0**}, and the second is {**0**; **+1**}, respectively, for the above moves leading to positions of values “**0**” and “**+1**”.

Everything is clear regarding the first one: all games from it going forward will be reflected by a V-Sequence with only zeroes. Regarding the second we have that after “**0**”, a “**+1**” will follow.

The two sentences of the preceding paragraph can also be applied to games from either of two positions. These are "♔b6, ♕d7; Black ♚b8. Black to move” with the moves 1... ♚a8 2. ♔a6 ♚b8 3.♕c7 and the split in two variations that follows, or directly to the games from the position “♔a6, ♕c7; Black ♚b8. Black to move” with the same split. the former case we have the V-Sequence: {**+1**; **+1**; **+1**; **+1; 0; 0**} (when Black takes the queen) and the V-Sequence {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**}. In the latter case we have the V-Sequence {**0**; **0**} and V-Sequence {**0**; **+1**}. We have new and interesting properties of V-Sequences. So, the V-Sequence {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**} has different elements in the very middle. The group “**+1**; **0**; **+1”** means that two mistakes have been committed: first White put his queen en prise (a change in value from “**+1**” to “**0**”), and then Black did not take this queen (a change in value from “**0**” to “**+1**”). The group “**+1**; **0**; **+1**” can be further repeated several times. Due to its importance, let us shape this by creating a new item with an independent Example.

h) Example *8*. A position is given: “White: ♔a6, ♕c7. Black: ♚a8. White to move” (it arises from the position “White: ♔a6, ♕c7. Black ♚b8. Black to move” via the black king’s move into a corner, although this fact is no longer important). This position has value “**+1**”. Then we construct the game: “1.♕d7 ♚b8 2.♕c7 ♚a8 3.♕d7 ♚b8 4.♕c7 ♚a8 (with several repetitions into the initial position of the given Example *8*).

This game is mapped by the V-Sequence {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**; **+1; +1**; **0 ; +1**}, where our familiar group “**+1**; **0**; **+1**” is found. It is more convenient to count this V-Sequence as periodic, where the segment “**+1**; **+1**; **+1**; **0**” is repeated an arbitrary number of times, even infinitely (since it is possible to suppose that the game above further repeats in its positions infinitely).

For the first time we have constructed an already infinite periodic V-Sequence (one that is not a naïve constant one)! Its period consists of four elements, three of which are “**+1**” and the fourth is “**0**”. And is it possible to construct a game mapped by a V-Sequence with period “**+1**; **0**”? Yes, it is, and we are going to do it, but first of all we will express one note regarding the relationship of the game with its V-Sequence.

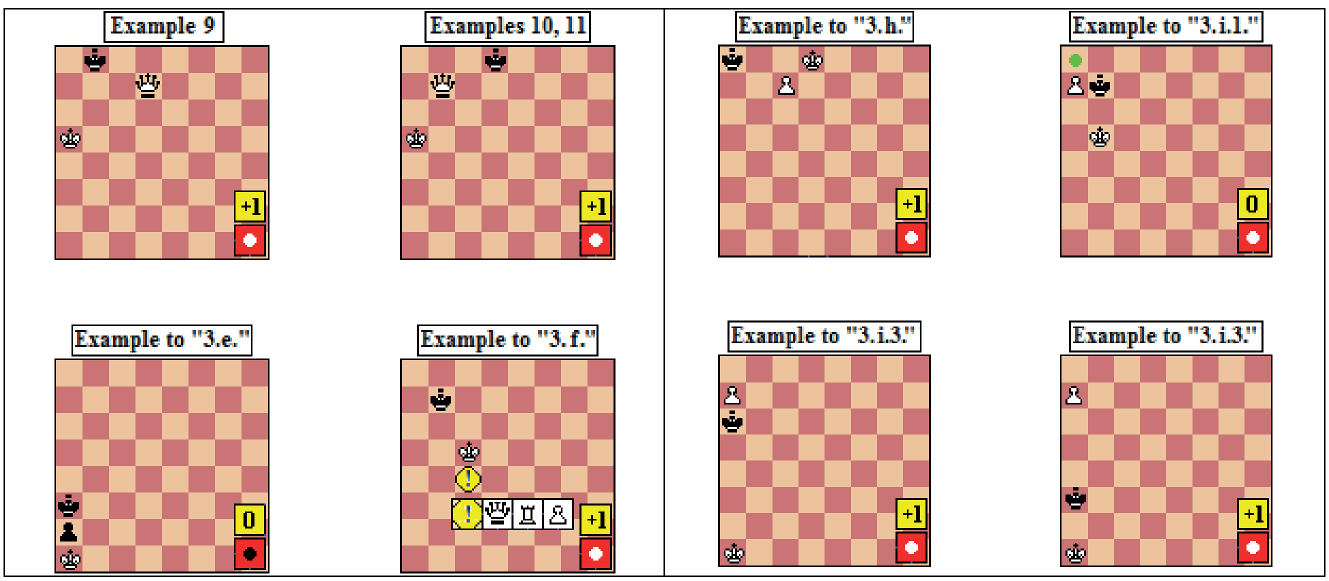
It is clear that the game given above is periodic itself. It consists of four positions, which could be numbered “1”, “2”, “3”, and “4”. Position “1” is itself the initial position of Example *8*. Position “2” is the position “White: ♔a6, ♕d7. Black: ♚a8. Black to move». Position “3”: “White: ♔a6, ♕d7; Black: ♚b8. White to move”. Position “4” is the position “White: ♔a6, ♕c7; Black: ♚b8. Black to move”.

Position “2” emerges from position “1”. Position “3” emerges from position “2”. Position “4” emerges from position “3”. Position “1” emerges from position “4”. Thus, we have naively described a directed Graph, consisting of four vertices (positions), where moves between positions act as edges (directed arrows). Authors describe the structure of the Graph specifically for the reader, so that he can better imagine this mathematical object (although it is much better depicted in a picture, see the main part of the book).

It is possible to proceed differently. Imagine a square in which the vertices (positions) are numbered in the presumed order of passage of the sides (at the same time the direction of motion is given by an arrow in one direction, which is why the Graph is called directed). Then the game written in chess notation is recorded as the sequence of positions {1; 2; 3; 4; 1; 2**;** 3; 4 **;** 1}.
This game (sequence!) is reflected by the V-Sequence {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**; **+1; +1**; **0 ;** **+1**}. Both have 9 elements, and each element of the V-Sequence at some spot reflects the value of the position at the same spot. Let us check: the first three positions must be of value “**+1**”, and the fourth position is of value “**0**”. Well, everything is correct: of the four vertices of the square the first three are of the same value (“**+1**”) and only the fourth is “**0**”.

In addition to the orientation property for our Graph it is also possible to point out its contour property. We have a contour Graph, since its fourth position is connected with the first, forming a contour, a directed closed cycle.

And a final note. Generally speaking, a Graph does not have to contain vertices (positions) of a certain value. Values assigned to the vertices of the Graph are merely additional properties of the Graph but not necessary ones. But of course in our case such a Graph (often referred to as a V-Graph) is most interesting, since traversing its vertices yields not only a sequence of positions (game) but also a V-Sequence (sequence of their values).



i) Example *9*. The construction of a contour V-Graph, which generates a game mapped by the V-Sequence {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0; +1**; **0; ...**} (the initial position of this Example is given in the third paragraph of this sub-item).

In essence, we need to change the value of position “2” from “**+1**” to “**0**” in the square contour Graph from the item above. “Change” here means specifically to build a game from some position, a game that will be mapped by the V-Sequence above.

Take this initial position: “White: ♔a5, ♕d7. Black: ♚b8. White to move” (if someone is interested, it arises from the initial position of Example *8* “White: ♔a6, ♕c7. Black: ♚a8. White to move» via this game, for example: “1.♕d7 ♚b8 2.♔b5 ♚a8 3.♔a5 ♚b8”).

From this "**+1**" position we will move as White only with the queen along the squares *a7* and *d7*, and as Black with the king along *c8* and *b8*. It is clear that every time both White and Black will commit mistakes, since White did not have to blunder the queen (but did), while Black could have taken it (but did not). It is simplest to first represent this as a V-Graph. Here it is a directed square contour of four positions, which change in values. Compared to the Graph of the previous Example it is namely its second position that has value "**0**". A game is some path within the Graph. However, since in this case this path is a definitive round of the square with a simple increase in the number of positions, the resulting V-Sequence will have the form {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0; +1**; **0; ...**}. Here the group "**+1; 0**" may be repeated an arbitrary number of times (or infinitely).

In constructing a V-Sequence of the kind {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1...**} with period "**+1**; **0**; **+1**; **0**" the following fact is important. Yes, it maps the following game from the initial position of this Example: "1.♕a7 ♚c8 2.♕d7 ♚b8..." (where the "dancing" pattern of moves repeats in the manner pointed out in the previous paragraph), but it is easy to understand that it also reflects another game.

j) Example *10*. So, from the third position of the game just constructed, instead of moving the queen to *d7*, let us make a move with the queen to *b7*. Black will move to *d8*, and then we will arrange a dancing of the queen and king as before, only shifted to the right.

So, the initial position of this Example: "White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚d8. White to move", while the game under construction is "1.♕e7 ♚c8 2.♕b7 ♚d8... (the queen checks from *e7* and *b7*, and the black king does not capture it on *d8* and *c8*). The game "1.♕e7 ♚c8 2.♕b7 ♚d8..." is mapped by the V-Sequence {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1...**} (we do not forget that the number of positions in a game or V-Sequence is one greater than the number of moves). So we have also constructed another game, mapped by the same V-Sequence, and a very characteristic one at that (here: periodic). This is yet another reminder of the homomorphism of games.

k) Example *11*. There exists a massive number of games consisting of those positions of this Balance that are mapped by the V-Sequence assigned above. By the way, it is clear that the existence of the period {**+1**; **0**; **+1**; **0**} also implies the existence of the period {**+1**; **0**}. Both can also reflect an aperiodic game, which we will now build in this Example.

Let the initial position be the same: "White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚d8. White to move".
We will construct an aperiodic game, mapped by a periodic V-Sequence with period "**+1**; **0**". The reader first of all needs to understand what an "aperiodic" game means (what follows is an adapted, non-rigorous, description of so-called periodic and aperiodic games).

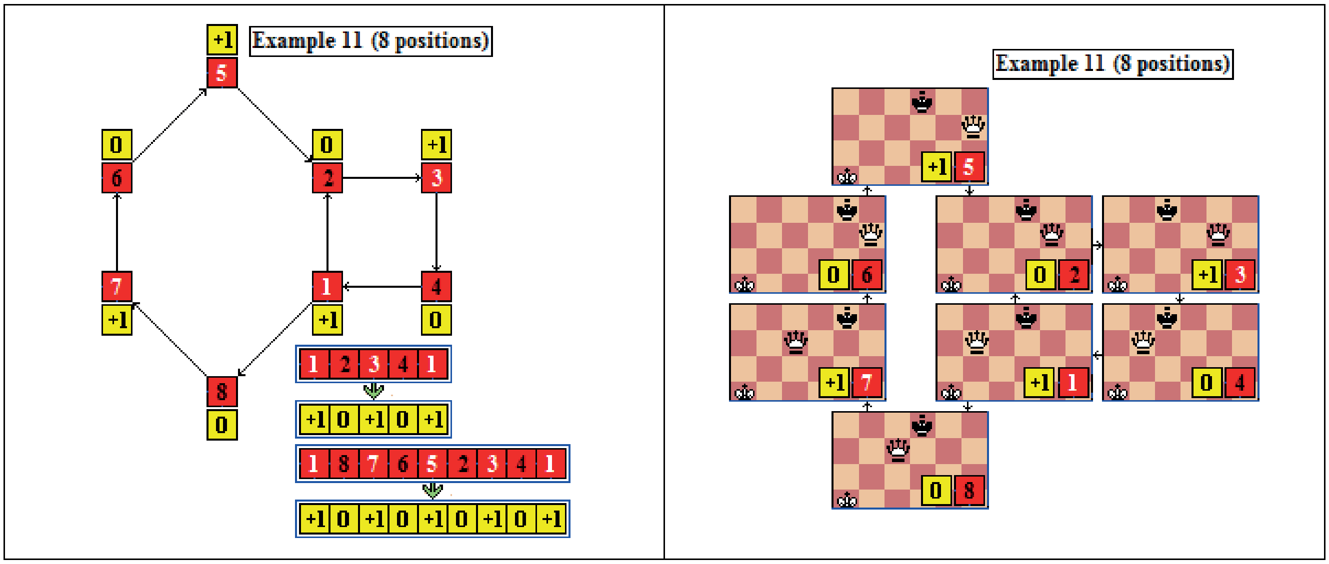
We have already constructed a periodic game in Example *8*. It was then conveniently expressed through a sequence of numbered positions {1; 2; 3; 4; 1; 2**;** 3; 4 **;** 1...}, where the numbers (positions) themselves repeated in a particular pattern, - a period.

In other words, a periodic game is a sequence of numbers (positions), repeated in a given way an arbitrary number of times, while an aperiodic game is a game lacking this property (no group of numbers can serve as a period, - a pattern repeated an arbitrary number of times).

Since the number of positions is finite, some of them will repeat, starting at some point. It therefore makes sense to immediately consider an infinite game, one where such-and-such positions will repeat infinitely. We will construct such a game and then show that it does not have any pattern (period), which will mean that this game is aperiodic.

We will limit ourselves to the following positions. The first one, the initial one for this example, position *1*: "White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚d8. White to move» (by the way, it was initial also in

Example *10*). Positions *2, 3, 4* are also taken from a game of the previous Example. They are described below:



Position *2*: «White: ♔a5, ♕e7. Black: ♚d8. Black to move»;
Position *3*: «White: ♔a5, ♕e7. Black: ♚c8. White to move»;
Position *4*: «White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚c8. Black to move»;
Let us add the following four positions to the list.
Position *8*: «White: ♔a5, ♕c7. Black: ♚d8. Black to move»;
Position *7*: «White: ♔a5, ♕c7. Black: ♚e8. White to move»;
Position *6*: «White: ♔a5, ♕f7. Black: ♚e8. Black to move»;
Position *5*: «White: ♔a5, ♕f7. Black: ♚d8. White to move»;

We (!) note that position *7* happens from position *8*, position *6* happens from position *7*, and position *5* happens from position *6*. And more: we (!) connect position *1* with position *8*, and position *5* with position *2*.

Everything is ready now. The new Graph consists of 8 positions. Four of them form the minor contour: “1, 2, 3, 4, 1” (we already know it from Example *10*, only without the last position *1*, is the so-called “minor” period under traversion). And all eight positions form the “major” contour: “1, 8, 7, 6, 5, 2, 3, 4, 1”, which without the last position *1* is a major period.

We now have two games. The first, of five positions: {1, 2, 3, 4, 1} (by the way, under repetition of the minor period giving a game of nine positions {1; 2; 3; 4; 1; 2**;** 3; 4 **;** 1} or one with an even greater number of positions). The second, of nine positions: {1, 8, 7, 6, 5, 2, 3, 4, 1} (one which also allows a repetition with its major period).

Both games (each containing nine positions) are reflected by the same V-Sequence {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}. It means two things. First, we have completed the task of constructing an aperiodic game (the game {1, 8, 7, 6, 5, 2, 3, 4, 1}), mapped by the periodic V-Sequence {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}. And second, we have essentially pointed out a means of constructing a set of such games from the given Graph.

l) Example *12*. A means of constructing a set of games with any number of its elements (even an infinite one, see the next Example *13*).

These means consist in growing games of increasing length via a combination of different periods from the Graph constructed in the previous Example.

And really, in the beginning we can, for example, take the minor period, then the major, then again the minor and once more the major, concluding the game with positions *1* and *2* (in order to avoid the emergence of any periods in this new game).

The resulting game will have the form (as a sequence of 26 positions):
{1; 2; 3; 4; 1; 8; 7; 6; 5; 2; 3; 4; 1; 2**;** 3; 4**;** 1; 8; 7; 6; 5; 2; 3; 4; 1; 2} and be mapped by a V-Sequence of 26 elements: {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**}. This V-Sequence is periodic (the minimal period is "**+1; 0**"), but it maps an aperiodic game!

m) Example *13*. Constructing an infinite set of games that are also infinite.

At the beginning we realize once more that at least one infinite game exists: we simply repeat some period (from the preceding Example) infinitely. But it is clear that by repeating these periods in different combinations, we obtain an infinite set of either finite or infinite games (as we wish).

Here a finite game is a game with any, arbitrarily large (but finite) number of positions. The set of such games is infinite, since it is possible to construct and list all such games for arbitrarily long. The list of all of these games will increase, as their lengths in the number of positions increase.

Then it is clear that such an infinite set is a countable set (that is, a set that can be put in correspondence with the set of natural numbers).

Minor note. Generally speaking, this fact, - that there exists a countable infinite set of games, has already been established in earlier Parts of the entire theory. Then, however, it almost did not concern the connection between games and values of positions or V-Sequences.

Now, however, we confirm it in a new sense. Namely: there exists a countable infinite set of games, mapped essentially by "one" V-Sequence (more precisely, V-Sequences of one Type: with period "**+1; 0**" – since, strictly speaking, these V-Sequences have different numbers of elements).

It is possible to express this fact thusly: the V-Sequence above reflects absolutely erroneous play by both sides. In the chess sense this means that the queen is always put en prise (although it did not have to do that), while the black king does not take it (although it could have done it).

The reader can imagine how this can happen over the chessboard. The queen starts checking the black king, which is located one square diagonally to the right of it until it (the black king) ends up on *g8*. With the king on *g8* the queen begins checking from *h7* and chases the black king to the left, until the latter ends up on *b8*. With the king on *b8* the queen checks from *a7* and chases the black king to the right. In other words, first the queen is located left of the king (by one square diagonally), then right of the king (by one square diagonally). Note that the black king must not be on *h8* or *a8*, since under a contact check the black king would be obligated to take the queen, causing the absolutely incorrect V-Sequence to be broken!

The chess pattern of the previous paragraph contains a greater number of positions than is needed to create an infinite set of finite games, but this only strengthens the perception of the paradoxical nature of what is happening, as well as the inexhaustible nature of Chess. Besides that, it can be varied: the white queen can chase the black king almost across the entire board. By sacrificing itself, for example, standing on the same rank as the king, it forces the latter to change a rank. However, if the king runs out of space to escape from the mad queen, then we will always have a game mapped by the "absolutely incorrect" V-Sequence.

Let us clarify the role of the white king as well. It cannot participate in creating an “absolutely incorrect” infinite game (first (!), it must not move, and second (!), not to allow the mad queen and black king to get dangerously close to itself, under which the black king would be unable to escape the queen and would be forced to capture it). After a move by the white king a position of value “**0**” could arise (and before that there was a position of value “**+1**”), but this position can only be a stalemate.

We have in essence just already described an infinite game and the set of such, which is also infinite. To simplify the demonstration of this, we will use only the eight positions of Example *11*.

So, there exists not only the infinite game of the eight positions pointed out in Example *11*, but there are is a large set of them. We will first show that this set is infinite.

Well, here everything is simple. We have an infinite set of finite games, - remember that very same infinitely expanding list of games of increasing lengths? Every game on that list is unique. But it is easy to turn every such game into an infinite game by adding positions of some specific period infinitely many times.

The resulting list of the infinite games just built is that same infinite set of infinite games we need. Every game in it is unique: by adding the same infinite endings to games, we do not violate their uniqueness. This uniqueness is, of course, conserved.

It is a different thing that the resulting infinite set of infinite games will stay countable, since the correspondence between it and the set of finite games is obvious (every game without the addition of the same period corresponds to a game with such an addition).

But is it possible to construct an even larger set? This question is phrased naively, since comparing infinite sets differs somewhat from comparing finite ones or an infinite one with a finite one. Since the number of elements in any infinite set is infinite, it is first of all necessary to work out criteria for comparing “infinities”.

In this preface we will not (and, it looks like, could not) try to express the following thought in a mathematically knowledgeable way: there are such criteria of comparison for infinite sets under which they, just as finite sets, may be compared according to the quantity (called “cardinality”) of elements. Furthermore, it is done in Parts *1* and *2* of the theory. We offer the reader to do one of three things: find that segment in the previous volumes which covers this question more fully; inquire the authors for additional information; or trust the authors by reading a very succinct paragraph below. This paragraph illustrates the creation of the so-called “uncountable” set of games.

n) Example *14*. The construction of an uncountable infinite set of infinite games mapped by one “absolutely incorrect” infinite V-Sequence with period “**+1; 0**”.

For now we will consider an uncountable set of games to be an infinite set just as a countable one, but one that cannot be represented as an infinite set of games ready for enumeration (in the process of construction this will be clarified).

In the construction, we will use only those eight positions that are pointed out in Example *11*. We will construct games using two periods found previously: the minor one “1; 2; 3; 4” (denote it as “A”) and the major one “1; 8; 7; 6; 5; 2; 3; 4” (“B”). Then any infinite game can be represented as a sequence of the letters “A” and “B”, which can follow in arbitrary order. For example, the infinite game written as {A, B, …A, B…}, where “A” and “B” alternate infinitely, is a game written in positions as {1; 2; 3; 4; 1; 8; 7; 6; 5; 2; 3; 4; 1; 2**;** 3; 4**;** 1; 8; 7; 6; 5; 2; 3; 4...}. And for chessplayers in algebraic notation it is written as: “1.♕e7 ♚c8 2.♕b7 ♚d8 3.♕c7 ♚e8 4.♕f7 ♚d8 5.♕e7 ♚c8 6.♕b7 ♚d8 7.♕e7 ♚c8 8.♕b7 ♚d8 9.♕c7 ♚e8 10.♕f7 ♚d8 11.♕e7 ♚c8 12.♕b7 ♚d8...” – in this game the queen constantly sacrifices itself according to known patterns, and the black king constantly refuses to capture it.

It is clear, however, that the periods in the game under construction can be combined in such a way as to make them chaotic and disordered in themselves. So, for instance, after a single repetition of two periods, it is then possible to take period “A” twice and period “B” once, then period “A” three times and then again period “B” only once. Then a game is formed that lacks a clearly expressed periodic pattern, even though we distinctly express it and are able to add it to the presumed list of all games.

Now we suppose that we have entered all games into this list. It is infinite in two directions. In width: as reflecting any infinite games in the columns of this list and in height (“descending”): as reflecting an infinite number of these games in the rows of the list.
Under the assumption that this list exists (in the sense that all games are entered into it), it is countable in relation to the possibility of numbering every game.

But let us imagine a game “located” on the diagonal of this list, only composed of opposing letters (if “A”, then we replace it with “B”, and if “B”, then we replace it with “A”). Is this game on the list? By the design of the list’s construction, it must be there, but on the other hand it also isn’t there: since it differs from any game on the list by at least one letter, - the one we have replaced! Therefore such a list does not exist, meaning that an infinite set of infinite games is uncountable.

“Uncountable” implies the fact that it cannot be put into correspondence with any countable set, in particular, with the infinite natural sequence; simply put, it is impossible to “count”, list, or enumerate. But since this set is infinite, for expressing a greater number of elements mathematicians have come up with the word “cardinality” of a set. Thus, the cardinality of an uncountable set is greater than the cardinality of a countable set.

This fact, let us note once more, was given also in Parts *1* and *2* of the entire theory. But now we can tie it to the V-Sequence with period “**+1**; **0**”. It turns out that an uncountable infinite set of games is mapped only by this one V-Sequence!

The ideas of the paragraphs of this item above may be used to expand the conclusions regarding the mapping of other uncountable infinite sets using certain V-Sequences.

Thus, for example, it is obvious that there exists also an infinitely uncountable set of games mapped by a constant V-Sequence (here: consisting of “**+1**”). To substantiate this, let us recall the following as suggested by the example from item “f”. A constant V-Sequence consisting of only “**+1**” maps any game starting with a white “**+1**” position and consisting of any “reasonable” moves. Here, “reasonable” is taken to mean moves not allowing stalemate, checkmate, or the capture of the queen by the black king. A checkmate must be excluded in order to create an infinite game.

There also exists an uncountable infinite set of games mapped by the V-Sequence with period “**+1**; **+1**; **0**; **+1**”. To substantiate this, let us recall Example *8* from item «h» with initial position “White: ♔a6, ♕c7. Black: ♚a8. White to move” and game: “1.♕d7 ♚b8 2.♕c7 ♚a8 3.♕d7 ♚b8 4.♕c7 ♚a8”. From this game it is easy to obtain not only an arbitrary number of finite games of various lengths, but infinite sets of games of various cardinalities. We need only to move the queen on other reasonable squares along the seventh rank, then to sacrifice the queen on *c7*, and after the non-capture of the queen by the black king to make another reasonable move along the given rank to the right. Then the various stable squares of the white queen will be a characteristic of new periods in constructing games and, combining these periods, we obtain an analogous proof of the uncountability of all games mapped by the very same V-Sequence (in this case with period “**+1; +1; 0; +1**”).

Concluding this item, we once more underscore the important idea of the homomorphism of games mapped by the same V-Sequence: the large sets of games may differ along different characteristics, but there are characteristics along which they (these sets or their elements: games) are "equal", homomorphic. Namely: games are homomorphic in the evaluation sense if they are mapped by the same V-Sequence.

o) Example *15*. Constructing an uncountable infinite set of V-Sequences.

This example should have been given after an illustration of the existence of various V-Sequences. : These V-Sequences would be illustrated first for finite lengths, then for infinite but countable sets, and only then for uncountable sets. But following the hot trail we use the very same idea of the proof of uncountability that was used to prove the uncountability of games.

For those readers inexperienced in mathematics (here: set theory) it may initially seem that the existence of uncountable infinite sets of V-Sequences is all too unlikely. This is because they consist of only three distinct elements (values of "**-1**", "**0**", "**+1**"). Yet sometimes the number of distinct elements used in constructing various infinite sequences (and later their various sets as well) exceeds one. In that case, this number does not carry special significance.

Let us take only two numbers: 0 and 1 (for us, they are additionally committed to quote marks or given in boldface, but it does not matter). From set theory it is known that the set of all infinite sequences consisting of zeroes and ones is uncountable. The cardinality of such a set is additionally called a "continuum", and all sets containing it are uncountable.

In set theory, the uncountability of the continuum is proved by the same diagonal argument that we have employed in proving the uncountability of games. Let's recall what we did earlier.

It is obvious that periods "A" and "B" were the "one" an "zero" (they could be "**+1**" and "**0**" as values…). Later the diagonal idea consisted in looking at the inverted "1-0" sequence that stood at the diagonal of the presumed infinite list of sequences. And then it turned out that there existed a contradiction between all "1-0" countable sequences of the list and the set of all "1-0" sequences (continuum). In other words, such a countable list did not exist, and therefore the set was uncountable. From the past ~~it~~ follows the fact to work with: since a countable list of 1-0 sequences does not exist, the set of them is uncountable.

Now we note that both games and V-Sequences have different elements (for games they are positions, of which there are many, and for V-Sequences they are values, of which there are only three). However, to prove uncountability of their sets by diagonalization it is enough to use only those containing two "elements" (provided that "groups" or "periods" of these positions or values can serve as elements).

That is why in order to prove the uncountability of the infinite set of V-Sequences we will construct them in the form of a continuum, but not of zeroes and ones but rather in the form of certain groups or periods (such as those that we have constructed for both games and V-Sequences).

We make two last notes before commencing construction.

First. We will use only two values in V-Sequences: "**+1**" and "**0**", and we will do so using the example of games with positions of the three-piece Balance "king and queen versus king".

Second. The reader may ask: "so why can we not use the fact from set theory we already know?" This fact is the one where it is proved that the number of "1-0" sequences is uncountable – since we have the same kind of V-Sequences.

Regarding the former, we merely explain. After demonstrating (constructing) an uncountable set of V-Sequences (which consist of only "**+1**" and "**0**"), the following will be clear: all V-Sequences, composed, for example, from three elements, form also an uncountable set. This is true since this set is sure to contain an uncountable part as their subset.

Regarding the latter it is a bit more complex. The matter is, that even though the V-Sequences consist of only zeroes and ones (in the form of "**+1**" and "**0**"), these zeroes and ones cannot follow in any arbitrary order. This is based on the Principles of the Maximum and Minimum, which we address just below. It is, however, possible, to bring up a very short illustration.

Thus, no V-Sequence may contain the group "**+1; 0; 0; +1**".

Let us look at two possibilities. The first one is when the first element of this group reflects a white position, and the second is when it reflects a black one.

First possibility. If "**+1**" reflects a white position, then this group implies that immediately after this White made a mistake. The position became a draw since the value is "0". After that, Black made a correct move, preserving the value of the position. However, "**+1**" follows afterwards, which is impossible, since White cannot win in a drawn position.

Second possibility. If the value "**+1**" reflects a black position, then this group implies that immediately after this Black improved the value of his position. The position changed from a losing one to a drawn one. This, however is, impossible, since Black cannot save himself in a losing position (the expression "Black cannot decrease the value of his position" is precisely the Principle of Minimum, which is addressed later). It is an end of the short illustration. We now move on to constructing games and V-Sequences (of only two elements). These prove that the set of V-Sequences is uncountable.

So, let us take the first four positions to be the same as in Example *11*. Let us add to them also two new positions (we number them as: "position *11*" and "position *12*"). Thus, the list of all six positions is found below; we will use only them in this example."

Position *1*: "White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚d8. White to move";

Position *2*: "White: ♔a5, ♕e7. Black: ♚d8. Black to move";

Position *3*: "White: ♔a5, ♕e7. Black: ♚c8. White to move";

Position *4*: "White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚c8. Black to move»;

Position *12*: "White: ♔a5, ♕a7. Black: ♚d8. Black to move";

Position *11*: "White: ♔a5, ♕a7. Black: ♚c8. White to move".

Connections between positions:

From position *1* come position *2* and position *12* (position *12* is a new position and a new connecting move to it is from position *1*);

From position *2* comes position *3*;

From position *3* comes position *4*;

From position *4* comes position *1*;

From position *12* also comes the new position *11* (with a new connecting move);

From position *11* comes position *4* (a new connecting move into position *4*).

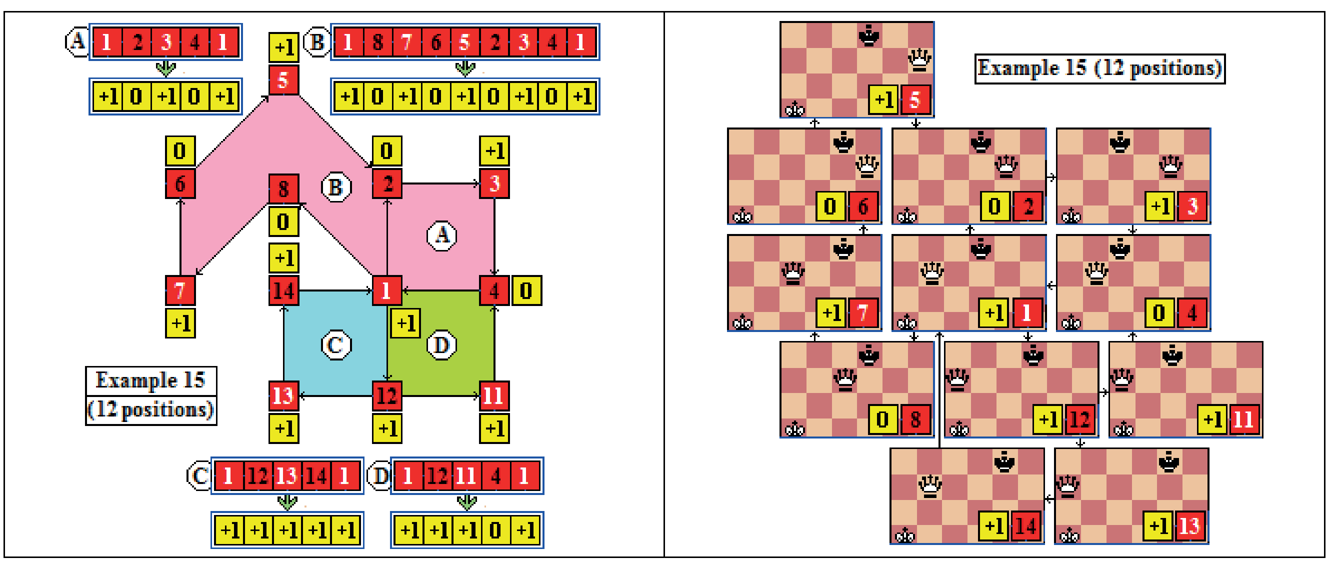
We have just verbally described a Graph of six positions. It has two contours. We are already familiar with the first one. It is the contour "1; 2; 3; 4; 1". The second contour is "1; 12; 11; 4; 1". The first contour is mapped by the V-Sequence {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}. The second contour is mapped by the V-Sequence {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**}. The first contour has period "A": "**+1**; **0**; **+1**; **0**", and the second contour has period "D": "**+1**; **+1**; **+1**; **0**" (we have reserved period "C" for the "correct" group "**+1**; **+1**; **+1**; **+1**" (see below).

Now it is possible to construct infinite games by writing them down using periods “A” and “D” in various combinations. Now we do not have to worry about the order: every time it is possible to take either “A” or “D”, which can proceed for an unlimited number of times. For example, the V-Sequence {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**...}, written shortly as {A; D; A; **D**…}, maps a game that is written as a sequence of numbered positions {1; 2; 3; 4; 1; 12; 11; 4; 1; 2; 3; 4; 1; 12; 11; 4; 1...}. This game can also be written in algebraic notation as “1.♕e7 ♚c8 2.♕b7 ♚d8 3.♕a7 ♚c8 4.♕b7 ♚d8 5.♕e7 ♚c8 6.♕b7 ♚d8 7.♕a7 ♚c8 8.♕b7 ♚d8...”. Note that in the V-Sequence and in the game, written in the form of a sequence of numbered positions, the number of elements is 17. This is one greater than the number of moves in the game, which is written in chess notation.

Simply put, the game above alternates a group (of positions) consisting of only mistakes with a group containing only one mistake. We have described both in the early items above. But now our idea consists in obtaining not only an uncountable set of games (which, by the way, also works, see the new paragraph below) but also an uncountable set of V-Sequences.

Really, we have a continuum of the letters “A” and “D”, and therefore the set of V-Sequences is uncountable. This set reflects an uncountable set of games, and it reflects them in this way: to every game (to every traversion of the Graph above) there corresponds only one V-Sequence. Thus, since the number of such games is uncountable, the number of V-Sequences reflecting them is also uncountable (see the picture below). We do not even have to use games (or even positions as such). So, let us consider the same Graph as above, except instead of numbered positions it has values. Then various traversions also give an uncountable set of V-Sequences (and if it were countable, then the diagonal method from set theory would lead to a contradiction).

It is also easy to construct another uncountable infinite set (or subset) of V-Sequences, which will be composed from the analogous Graph of six positions, but one having contour “D” (with period “**+1**; **+1**; **+1**; **0**”) and contour “C” with period “**+1**; **+1**; **+1**; **+1**”. Six of its positions are given below, and only two of them are the newest: position *14* and position *13*.



Position *1*: “White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚d8. White to move”.
Position *4*: “White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚c8. Black to move”;
Position *12*: “White: ♔a5, ♕a7. Black: ♚d8. Black to move”;
Position *11*: “White: ♔a5, ♕a7. Black: ♚c8. White to move”;
Position *13*: “White: ♔a5, ♕a7. Black: ♚e8. White to move”;
Position *14*: “White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚e8. Black to move”;
Connections between positions:
From position *1* comes position *12*;
From position *12* come position *11* and position *13*;
From position *13* comes position *14*;
From position *14* comes position *1*;
From position *11* comes position *4*;
From position *4* comes position *1*.

Contour “D” is represented through positions as “1; 12; 11; 4; 1”. Contour “C” is represented through positions “1; 12; 13; 14; 1”.

We again construct infinite games, writing them by periods “D” and “C” in different combinations. For example, the V-Sequence {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**...}, written as {D; C; D; C...}, maps a game written either as a sequence of numbered positions {1; 12; 11; 4; 1; 12; 13; 4; 1; 12; 11; 4; 1; 12; 13; 14; 1...} or a game in algebraic chess notation: “1.♕a7 ♚c8 2.♕b7 ♚d8 3.♕a7 ♚e8 4.♕b7 ♚d8 5.♕a7 ♚c8 6.♕b7 ♚d8 7.♕a7 ♚e8 8.♕b7 ♚d8...”.

The set of V-Sequences constructed under various traversions of the Graph above is uncountable, since there exists a continuum of sequences consisting of the letters “D” and “C” that appear in arbitrary order. To obtain this conclusion, we used a Graph consisting of values (as vertices), even though we could have used the Graph consisting of positions (vertices).

Finally, we will express several more ideas at the end of this item.

The first one consists in the fact that the various Graphs we use (mainly of six or more positions) are themselves subgraphs of some general Graph of all positions. For example, in the case of the Balance “king and queen versus king” these Graphs are subgraphs of the subgraphs of the general Graph of this Balance. But since this Graph, as we have shown, contains different value contours (contours whose traversions yield various V-Sequences), we have the conclusion that the set of V-Sequences mapping games with positions of this Balance manifests itself as the uncountable infinite set.

It is simplest to substantiate this by highlighting only one position, from which different value contours emerge. Such a position, for example, is the position “White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚d8. White to move” (it is also position *1* in the last several examples).

And really, the contours “A”, “B”, “C”, and “D” emerge from position *1*. In order to construct a game, any of these contours can be taken arbitrarily without affecting the conclusion regarding the uncountability of games. These contours do not necessarily have to be of equal length (so, contour “B”, as we have shown, is longer in the number of positions than the others).

Or here is a bright example. Let us imagine a contour reflecting a correct game, where White chases the black king across the entire board with his queen (without sacrificing itself) and later returns to position *1*.

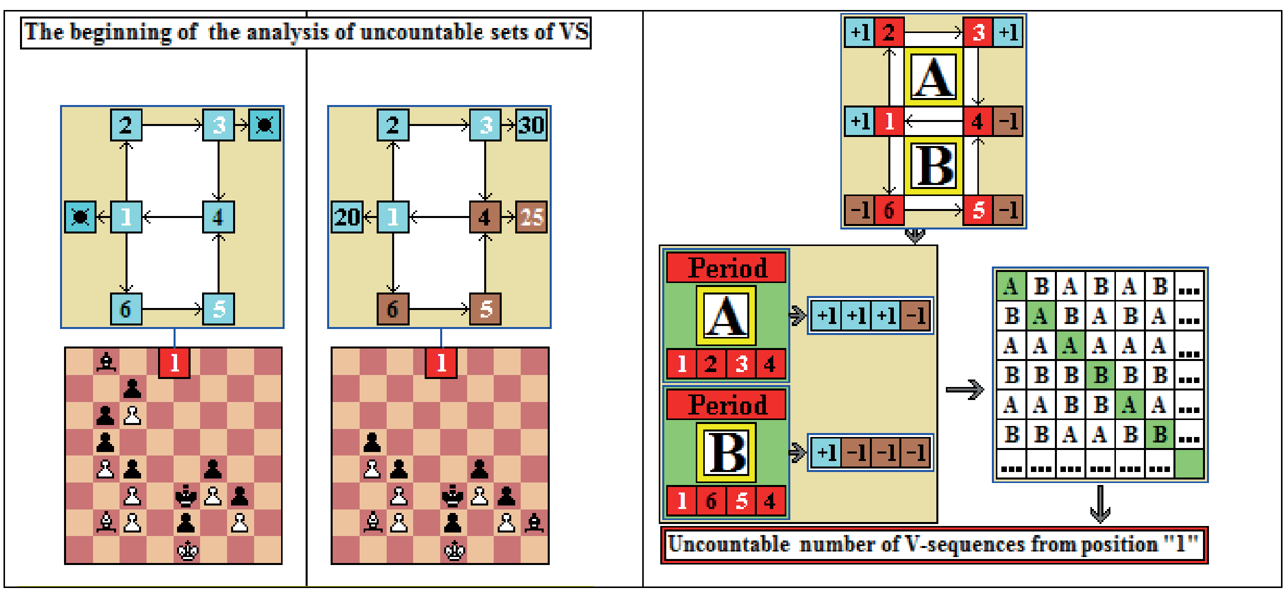
If in essence the sides round only different positions, then the contour is incredibly large (it can be shown that the number of position is almost half a million). It is obvious that there exists another contour just as large in size but having a position where White sacrifices his queen.

This means that we could have used these two massive contours to prove the uncountability of the set of V-Sequences. From here comes a conclusion: to create an uncountable set of V-Sequences, we need any Graph with some chosen position (one that is usually initial in constructing games), out of which at least two different value contours depart.

A question arises: “what is the minimal number of positions that must be present in a “chess” Graph (here “chess” is given in the sense that this Graph represents existing positions), so that it would generate an uncountable infinite set of V-Sequences (and therefore an uncountable number of games)?”

To answer this question, we remind of the concept of a Sequel of a given position (from earlier Parts of the theory). A Sequel of the given position is a set of all positions that emerge from the given one (under any games of unlimited length). For example, the Sequel of the Original position (the very first position of any game according to the rules), - is the set of all positions in Chess.

It is easy to understand that two contours, and therefore six games, are necessary to create an uncountable set of games (this number cannot be smaller, since five positions do not create a “chess” contour, while four positions only create one contour). It turns out that six positions in the Sequel of some position are also enough to create an uncountable set of both games and V-Sequences. The authors have specifically found such a position (position 1 below). Two different evaluating contours (“A”, “B”) emerge from it. Therefore, we reach a surprising conclusion: there exists an uncountable infinite set of V-Sequences that reflects an uncountable infinite set of games built with only 6 positions! Note that an uncountable set of V-Sequences necessarily leads to the existence of an uncountable set of games, but the converse is not true (for this we need two different “evaluating” contours).



On this, we stop the description of Examples for now (their number is large anyway, and we can always give new examples if needed). We move on to describing the properties of V-Sequences. For the readers reading in English – please jump to Part 2 of this Preface.

Общее Предисловие к Части *6*.

Для понимания данного Общего Предисловия читателю рекомендуется иметь хотя бы общие представления о понятиях и объектах МТС (Математической Теории Шахмат), введенных в ранних Частях теории. Для этого, возможно, достаточно просмотреть «Список основных определений», данный в нужном месте книги. Кстати, если в настоящем Общем Предисловии будут встречаться слова с заглавной буквы, то значит, имеются определения этих слов в упомянутом списке (причем иногда эти определения не совпадают с общепринятыми среди шахматистов). И последнее: рисунки в настоящем Предисловии не несут большой нагрузки (по сравнению с главным текстом с «рисуночными страницами»); они лишь иллюстрируют позиции, заданные словесно. Итак, начнем по существу.

1. Целью исследования в Части *6* всей теории является выработка новых методов анализа, в частности, относящихся к оценкам позиций. Эти методы основаны на понятии V-Последовательности, которое является главным объектом исследования.

V-Последовательность есть последовательность, состоящая только из оценок и отражающая оценки позиций партии.

2. Чтобы читателю было легче освоиться с этим новым для него понятием (до описания его основных свойств), начнем с самых простых иллюстрирующих примеров.

а) Пример *1*.

На фронтальной обложке изображена начальная белая позиция *1* оценки «**0**». Белые могут сделать ничью в данной позиции, что в теории означает, что они в любой момент партии могут сделать ход, поддерживающий оценку позиции, равной «**0**». Из семи ходов (выходящих позиций) три хода (или позиции), характерные положением слона *f5*, *g6*, *h7*, отвечают правильной Стратегии Белых.

Этот факт обычно (в ранних Частях теории) записывался только партией, в данном случае состоящей из двух позиций: начальной *1* и одной из трех выше (во всей теории принято понимать и строить партию как последовательность позиций, причем эта последовательность может быть как бесконечна, так и конечна, о чем ниже).

Одновременно с тремя полученными партиями мы получили и три (а по сути одну, см. ниже) V-Последовательности, которые состоят из только оценок позиций этих партий.

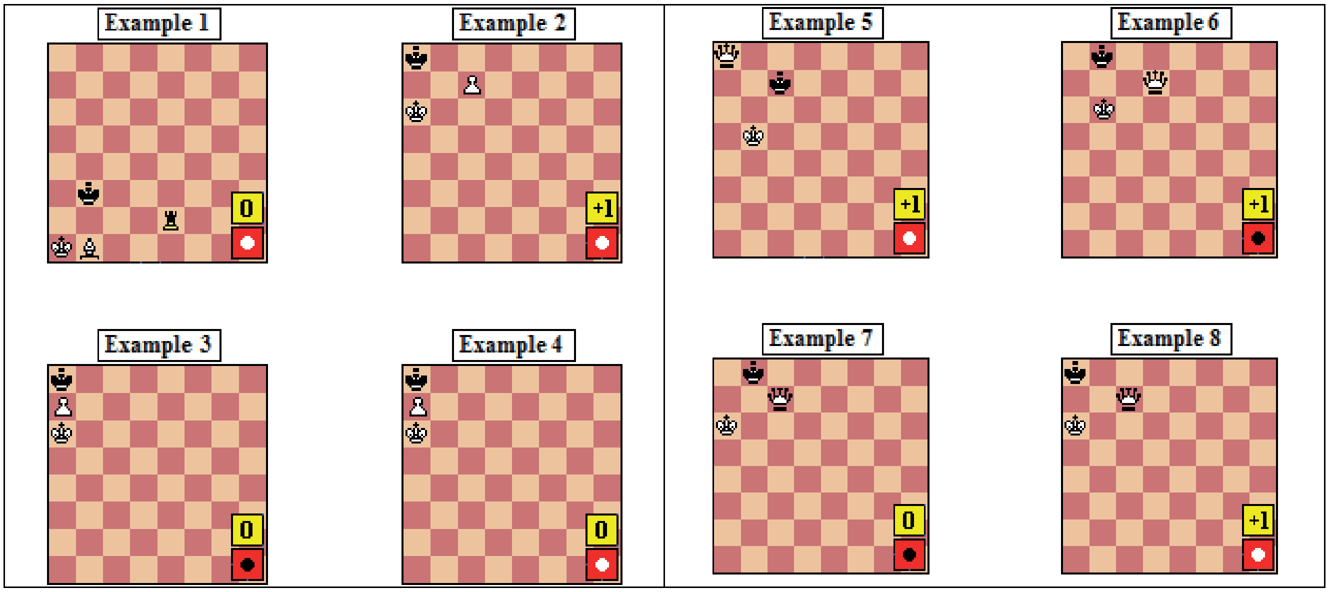
V-Последовательность это всегда обыкновенная числовая Последовательность, но состоящая из трех чисел, оценок «**-1**», «**0**», «**+1**» (в нашем конкретном случае оценка «**+1**» невозможна ни в одной партии, так как слон не может выиграть против ладьи). Ее можно рассматривать (и исследовать ее свойства) и отдельно от партии, но прежде всего здесь мы иллюстрируем ее свойства в связи с партией, причем конкретной, от позиции *1* на обложке.

Уже сразу получается такой интересный факт. Хоть правильных партий - три, для них имеется только одна V-Последовательность: {**0**; **0**} (если используются фигурные скобки, то кавычки для оценок можно не давать).

Для четырех же партий из двух позиций, характерных ходом слона на *a2*, *c2*, *d3*, *e4*, имеется другая V-Последовательность: {**0**; **-1**}. Ясно, что после ходов слона под бой короля или ладьи, Черные выигрывают его взятием (в теории позиция, где Черные выигрывают, имеет оценку «**-1**»). Черные также выигрывают и после хода слона на *d3*: они вначале дают шах на *a2*, а затем совершают двойной удар ходом ладьи на *d2*.

Для читателя, не прочитавшего Предисловие-Описание для обложки, можно посоветовать обратить внимание на семь «кругов» в Графе (исключая круг с позицией *1*).

Они символизируют семь разных ходов Белых, упомянутых выше, причем в их центрах находятся позиции, обозначенные номерами *10*, *20*, *30*, *40*, *50*, *60*, *70*. Первые четыре позиции, характерные положением слона на *a2*, *c2*, *d3*, *e4*, - оценки «**-1**»; последние три, характерные положением слона на *f5*, *g6*, *h7* - оценки «**0**». Пока перейдем к другому примеру.



b) Пример *2*. Позиция: «Белые: ♔a6, ♙c7; Черные ♚a8. Ход Белых».

Эта позиция имеет оценку «**+1**» (Белые выигрывают). Есть две выходящие из нее «**+1**» позиции: после превращения пешки в ферзя или ладью. Все другие пять выходящих позиций – оценки «**0**». Таким образом, из семи партий длиной в две позиции, имеются две V-Последовательности. Одна V-Последовательность - {**+1**; **+1**}, а вторая - {**+1**; **0**}.

Заметим такое интересное свойство этого примера. Если Белые не выигрывают постановкой мата, то получается ничья. С точки зрения V-Последовательностей, это приводит к тому, что правильных V-Последовательностей, длины большей 2 элементов, не существует (всегда число элементов в V-Последовательности равно числу позиций в партии, которую она отражает, но этот факт будет дан позже, в описании свойств).

c) Пример *3*. Позиция: «Белые: ♔a6, ♙a7; Черные ♚a8. Ход Черных».

Видно, что эта позиция патовая, поэтому ее оценка «**0**» (вообще понятие оценки довольно объемное, но для данного места прочтения достаточно понимать, что оценка «**0**» означает, что ни Белые, ни Черные не могут выиграть и не могут проиграть).

Тот факт, что позиция финальная (или матовая, или патовая, в данном случае: патовая), не влияет на существование V-Последовательности. Просто в данном случае V-Последовательность состоит из одного элемента {**0**}. Будем считать, что V-Последовательность, состоящая из одного элемента, это просто оценка позиции.

d) Пример *4*. Позиция: «Белые: ♔a6, ♙a7; Черные ♚a8. Ход Белых».

Эта позиция также, как предыдущая, имеет оценку «**0**», однако она не финальная, кроме того, партии от нее могут быть неограниченной длины (во всей теории не действуют правила трехкратного повторения позиций, 50 ходов и некоторые другие, связанные с человеческим стремлением ограничить длину партии).

V-Последовательность длиной в два элемента от данной позиции только одна: {**0**; **0**}. Она отражает все три партии, характерные позициями с расположениями короля на *a5*, *b5*, *b6*.

Но и далее, так как Черные не могут ошибиться, V-Последовательность из трех элементов, только одна {**0**; **0**; **0**}. Она отражает четыре партии (на каждый из двух, не патующих, ходов Белых, имеется два хода Черных). Две из этих партий кончаются позициями с голыми королями (но партия продолжается: ее можно остановить так называемой процедурой «Стоп», но обычно в теории не использующейся). Две другие партии характерны тем, что Черные не берут пешку, а делают ход королем на *b7*.

Далее Белые могут пойти любым ходом, но опять же лишь ничейным, как приводящим в позицию оценки «**0**». Заметим, что из белой позиции, с одним черным королем, и оценки «**0**» все выходящие позиции также оценки «0», - это есть следствие Принципа Максимума, о котором ниже. Следовательно, V-Последовательность из четырех элементов, отражающая любую партию из четырех позиций, (начиная с начальной в этом примере), может быть только одна: {**0**; **0**; **0**; **0**}.

Но уже V-Последовательность из пяти элементов, отражающая партию с пятью позициями, может не быть V-Последовательностью-константой (как состоящей из одних и тех же элементов). Именно, V-Последовательность {**0**; **0**; **0**; **0; +1**} отражает партию 1.♔b5 ♚b7 2.a8♕ ♚c7. Если бы Черные взяли белого ферзя, то была бы V-Последовательность {**0**; **0**; **0**; **0; 0**}, но Черные этого не сделали, совершив ошибку.

Заметим, что ошибка в данной теории есть изменение оценки позиции и только это изменение. Например, Белые превратили свою пешку в ферзя, обрекая его на уничтожение. Но это не ошибка: выиграть они все равно не могли, и оценка позиции после превращения не изменилась. С другой стороны, это сработало: Черные почему-то не взяли ферзя, а сделали проигрывающий ход, меняющий оценку позиции. Это отражено V-Последовательностью {**0**; **0**; **0**; **0; +1**}, в которой есть только одно изменение: после четвертого элемента «**0**» стоит пятый элемент «**+1**». Получившуюся позицию будем считать начальной для нового примера.

e) Пример *5*. Позиция: «Белые: ♔b5, ♕a8; Черные ♚c7. Ход Белых».

Эта позиция – оценки «**+1**», так как Белые могут выиграть. Эта оценка означает, что Белые могут поставить мат Черным, как бы те не играли. Но сам мат ставить в нашей теории необязательно, достаточно установить, что позиция оценки «**+1**».

Заметим, что начальная позиция принадлежит Балансу «король и ферзь против короля» (Баланс есть множество позиций с данным фигурным соотношением).

На первый взгляд кажется, что «**+1**» позиции Баланса «король и ферзь против короля» лучше в некотором отношении «**+1**» позиций Баланса «король и ладья против короля». И уж они явно «лучше», чем «**+1**» позиции Баланса «король и пешка против короля» (примеры ниже).

Но когда мы говорим «лучше», то должны иметь ввиду определенные критерии сравнения. Это особенно важно именно потому, что здесь сравниваются позиции одной и той же оценки. Конечно, если бы нам нужно было сравнить (например, для Белых) две позиции разных оценок, то было бы очень просто: лучше всего иметь позицию «**+1**», затем позицию «**0**», и только затем «**-1**»,- символизирующих выигрыш Белых, ничью, выигрыш Черных соответственно (кстати, независимо от очереди хода в позиции).

Одним из таких критериев могло бы быть расстояние (в числе позиций) до мата: чем оно меньше, тем позиция лучше. Например, в начальной позиции этого Примера мат может быть поставлен в 8 позиций; вот одна из партий: 1.♕d5 ♚b8 2.♔c6 ♚a8 3.♔b6 ♚b8 4.♕d8#. Заметим, что все позиции этой партии - оценки «**+1**», что означает, что она отражается V-Последовательностью {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1;** **+1**; **+1**}. Как мы установили, это V-Последовательность-константа.

Однако, так как мат ставить необязательно, данная V-Последовательность отражает любую партию, состоящую из восьми «**+1**» позиций. Вот например, такая партия:
1.♕d5 ♚b8 2.♕d7 ♚a8 3.♔a6 ♚b8 4.♔b6.

Последняя позиция этой партии будет являться начальной позицией следующего примера.

f) Пример *6*. Позиция: «Белые: ♔b6, ♕d7; Черные ♚b8. Ход Черных».

Черные зажаты и могут ходить только по полям *a8* и *b8*, - Белые при этом ходят своим королем по полям *a6* и *b6*. Белые как бы смеются над Черными, понимая, что мат они всегда могут поставить (причем в один ход). Так как в теории партия может продолжаться неограниченно долго, следует признать, что V-Последовательность-константа (здесь: состоящая из только «**+1**») может содержать сколько угодно элементов и даже быть бесконечной.

Заметим также, что Белые могут разнообразить партию разными ходами своего короля. Он может побывать, например, на всех полях пяти первых горизонталей. Это приводит к тому, что множество партий все время увеличивается, но при этом все они (при какой-либо конкретной длине) отражаются одной и той же V-Последовательностью-константой, состоящей из «**+1**» той же длины. Это явление называется «**+1**» Гомоморфизмом партий. Здесь «**+1**» Гомоморфизм партий означает, что все партии гомоморфны (равны в оценивающем смысле), так как отражаются одной и той же V-Последовательностью-константой, состоящей только из «**+1**» элементов.

Но очень легко построить партию, отражаемую не V-Последовательностью-константой, а V-Последовательностью, имеющую элемент «**0**». Если в какой-то партии с путешествующим по пятой горизонтали королем при ходе Белых вместо хода короля сделать ход ферзем на *b7*, то в V-Последовательности будет стоять «**0**» (отражающий уже ничейную оценку позиции). Кстати, так как после такого самоубийства ферзя, образуется позиция КК-Баланса (с двумя королями), то все позиции партий после этого будут иметь оценку «**0**». Получается интересное множество V-Последовательностей, каждая из которых состоит из некоторого количества «**+1**»-единиц, после чего идет некоторое количество «**0**»-нулей. Причем первый «**0**» должен стоять на четном месте, отражающий оценку черной «**0**» позиции, - ведь белых «**0**» позиций в этом трех-фигурном Балансе нет.

Заметим также, что черная позиция в этом Балансе имеет оценку «**0**» только при двух условиях: она или патовая, или черный король может взять белого ферзя. Это означает, что Белым не рекомендуется приближаться ферзем очень близко к черному королю во избежание пата или взятия ферзя, когда он не защищен собственным королем. Это предложение может быть переведено на математический язык с помощью учения о V-Последовательностях (эта идея в главном тексте будет конкретно детализирована).

g) Пример *7*. Процесс задания начальной позиции этого Примера описан следующим абзацем ниже.

Из позиции Примера *6* выше: «Белые ♔b6, ♕d7; Черные ♚b8. Ход Черных» построим партию 1... ♚a8 2. ♔a6 ♚b8 4.♕c7. Последним ходом Белые подставили ферзя на незащищенное поле, значит последняя позиция имеет оценку «**0**», а вся партия отражается V-Последовательностью {**+1**; **+1**; **+1**; **+1; 0**} (заметим, кстати, что число позиций в партии на единицу больше числа ходов, сделанных каждой стороной, в теории ход есть соединение между позициями или направленное ребро в Графе, о чем ниже).

В последней позиции этой партии (она же и есть начальная позиция этого Примера): «Белые: ♔a6, ♕c7; Черные ♚b8. Ход Черных», Черные имеют два хода (1...♚c7 и 1...♚a8), приводящие к позициям разных оценок. Поэтому имеются две V-Последовательности от нее длиной в два элемента. Первая: {**0**; **0**} и вторая {**0**; **+1**}соответственно для указанных ходов, приводящих к позициям оценок «**0**» и «**+1**».

Насчет первой все ясно: далее все партии от нее будут отражаться V-Последовательностью с одними нулями. Насчет же второй имеем, что после «**0**» будет идти «**+1**».

Два предложения предыдущего абзаца можно применить или к партиям от позиции «♔b6, ♕d7; Черные ♚b8. Ход Черных» с ходами 1... ♚a8 2. ♔a6 ♚b8 4.♕c7 и последующей развилкой в двух вариантах, или к партиям уже от позиции «♔a6, ♕c7; Черные ♚b8. Ход Черных» с той же развилкой. В первом случае имеем V-Последовательность: {**+1**; **+1**; **+1**; **+1; 0; 0**} (когда Черные берут ферзя) и V-Последовательность {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**} (когда они идут в угол). Во втором случае имеем V-Последовательность {**0**; **0**} и V-Последовательность {**0**; **+1**}.

Имеем новые и интересные свойства V-Последовательностей. Так, V-Последовательность {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**} имеет разные элементы в самой середине. Группа «**+1**; **0**; **+1»** означает, что было совершено две ошибки: вначале Белые подставили ферзя под бой (изменение оценки с «**+1**» на «**0**»), а затем Черные не взяли этого ферзя (изменение оценки с «**0**» на «**+1**»). Группу «**+1**; **0**; **+1»** можно повторить несколько раз и далее. Ввиду важности, оформим это им созданием нового пункта с самостоятельным Примером.

h) Пример *8*. Дана позиция: «Белые: ♔a6, ♕c7. Черные: ♚a8. Ход Белых» (она получается из позиции «Белые: ♔a6, ♕c7. Черные ♚b8. Ход Черных» ходом черного короля в угол, хотя этот факт уже не важен). Эта позиция имеет оценку «**+1**». Далее строим партию: «1.♕d7 ♚b8 2.♕c7 ♚a8 3.♕d7 ♚b8 4.♕c7 ♚a8 (с несколькими повторениями в начальную позицию данного Примера *8*).

Эта партия отражается V-Последовательностью {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**; **+1; +1**; **0 ; +1**}, где имеется наша знакомая группа «**+1**; **0**; **+1»**. Удобнее считать эту V-Последовательность периодической, где в качестве периода служит отрезок «**+1**; **+1**; **+1**; **0»**, повторяемый произвольное число раз, пусть и бесконечно (ведь можно положить, что партия выше дальше повторяется своими позициями бесконечно).

Впервые мы построили уже бесконечную периодическую V-Последовательность (причем не наивную V-Последовательность-константу)! Ее период состоит из четырех элементов, первые три из которых «**+1**», а четвертый элемент – «**0**». А можно ли построить партию, отражаемую V-Последовательностью с периодом «**+1**; **0**»? Да, можно, и мы это собираемся сделать, но прежде выскажем одно замечание по поводу взаимоотношения партии с ее V-Последовательностью.

Ясно, что партия, данная выше, сама по себе периодическая. Она состоит из четырех позиций, которые можно занумеровать номерами «1»; «2»; «3»; «4». Позиция «1» это сама начальная позиция Примера *8*. Позиция «2» это позиция «Белые: ♔a6, ♕d7. Черные: ♚a8. Ход Черных». Позиция «3»: «Белые: ♔a6, ♕d7; Черные: ♚b8. Ход Белых». Позиция «4» это позиция «Белые: ♔a6, ♕c7; Черные: ♚b8. Ход Черных».

Из позиции «1» выходит позиция «2». Из позиции «2» выходит позиция «3». Из позиции «3» выходит позиция «4». Из позиции «4» выходит позиция «1». Тем самым мы наивным образом описали ориентированный Граф, состоящий из четырех вершин (позиций), где в качестве ребер (направленных стрелок) выступают ходы между позициями. Авторы специально для читателя подробно описали строение Графа, чтобы он (читатель) лучше представил себе этот математический объект (хотя он гораздо лучше отображается в рисунке, см. главную часть книги).

Можно и по-другому. Представьте себе квадрат, где вершины (позиции) занумерованы в предлагаемом порядке обхода сторон (причем направление движения задается стрелкой в одну сторону, оттого и Граф называется ориентированным). Тогда партия, записанная шахматной нотацией, записывается последовательностью позиций {1; 2; 3; 4; 1; 2**;** 3; 4 **;** 1}. Эта партия (последовательность!) отражается V-Последовательностью {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**; **+1; +1**; **0 ; +1**}. Обе имеют 9 элементов, причем каждый элемент V-Последовательности на таком-то месте отражает оценку позиции в партии на том же месте. Проверим: первые три позиции должны быть оценки «**+1**», а четвертая позиция – оценки «**0**». Что ж, все правильно: из четырех вершин квадрата первые три одной оценки («**+1**») и лишь четвертая – оценки «**0**».

В дополнении к свойству ориентированности для нашего Графа еще можно указать на его свойство контурности. Мы имеем контурный Граф, так как его четвертая позиция связана с первой, образуя контур, направленный замкнутый цикл.

И последнее замечание. Вообще говоря, Граф не обязательно должен содержать вершины (позиции) с такой-то оценкой. Оценки, приписанные вершинам Графа, это лишь дополнительные, но необязательные свойства Графа. Но конечно, для нашего случая такой Граф (называемый часто V-Графом) наиболее интересен, так как в результате какого-либо обхода его вершин, образуется не только последовательность позиций (партия), а и V-Последовательность (последовательность их оценок).

i) Пример *9*. Построение контурного V-Графа, который порождает партию, отражаемую V-Последовательностью {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0; +1**; **0; ...**} (начальная позиция этого Примера дана в третьем абзаце этого подпункта).

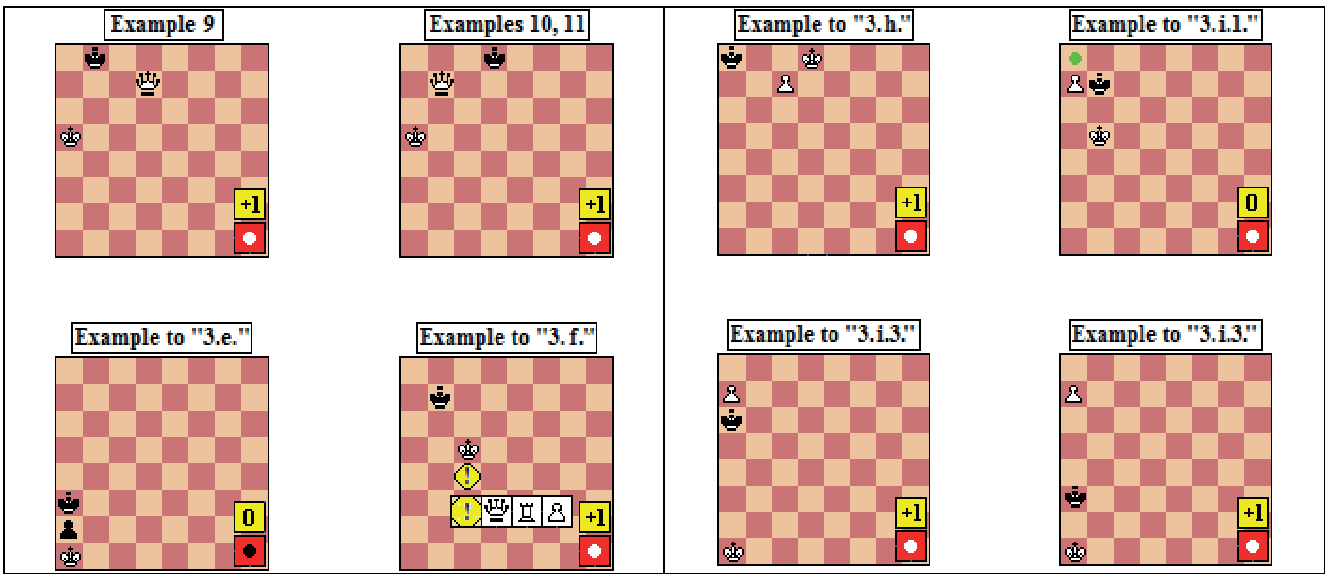
По сути нам нужно в квадратном контурном Графе из пункта выше поменять оценку позиции «2» с «**+1**» на «**0**». «Поменять» здесь означает – конкретно построить партию от такой-то позиции, которая будет отражаться V-Последовательностью выше.

Возьмем такую начальную позицию: «Белые: ♔a5, ♕d7. Черные: ♚b8. Ход Белых» (если кому-то интересно, то она получается из начальной позиции Примера *8* «Белые: ♔a6, ♕c7. Черные: ♚a8. Ход Белых» такой, например, партией: «1.♕d7 ♚b8 2.♔b5 ♚a8 3.♔a5 ♚b8).

Из этой «**+1**» позиции будем ходить Белыми только ферзем по полям *a7* и *d7*, а Черными королем на *c8* и *b8*. Ясно, что каждый раз и Белые и Черные будут совершать ошибки, так как Белые могли не подставлять ферзя (но подставили), а Черные могли его взять (но не взяли).

Проще всего вначале это представить V-Графом. Это здесь направленный квадратный контур из четырех позиций, меняющихся в оценке, а в сравнении с Графом предыдущего Примера именно вторая его позиция имеет оценку «**0**». Партия есть какой-то путь в Графе, но так как в данном случае этот путь есть однозначный обход квадрата с простым увеличеннем числа позиций, то получающаяся V-Последовательность и будет иметь вид {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0; +1**; **0; ...**}, где группа «**+1**; **0**» может повторяться сколько угодно раз (или бесконечно).

В построении V-Последовательности вида {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1...**} с периодом «**+1**; **0**; **+1**; **0**» важен такой факт. Да, она отражает следующую партию от начальной позиции этого Примера: «1.♕a7 ♚c8 2.♕d7 ♚b8...» (где «танцевальный» узор ходов повторяется указанным в предыдущем абзаце способом), но легко понять, что она отражает и другую партию.



j) Пример *10*. Так, из третьей позиции построенной только что партии, вместо хода ферзем на *d7*, сделаем ход ферзем на *b7*. Черные пойдут на *d8*, а дальше устроим танцы ферзя и королем, как и ранее, только сдвинутые вправо.

Итак, начальная позиция этого Примера «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚d8. Ход Белых» а строящаяся партия «1.♕e7 ♚c8 2.♕b7 ♚d8... (ферзь шахует с *e7* и *b7*, а черный король не берет его на полях *d8* и *c8*). Партия «1.♕e7 ♚c8 2.♕b7 ♚d8... отражается V-Последовательностью {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1...**} (не забываем, число позиций в партии или V-Последовательности на единицу больше числа ходов). Вот мы построили и другую партию, отражаемую той же V-Последовательностью,- причем очень характерной (здесь: периодической). Это - еще одно напоминание о гомоморфизме партий.

k) Пример *11*. Существует огромное множество партий из позиций этого Баланса, отражаемых выше заданной V-Последовательностью. Кстати, ясно, что существование периода {**+1**; **0**; **+1**; **0**} означает и существование периода {**+1**; **0**}. И тот и другой могут отражать и непереодическую партию, которую мы сейчас и построим в этом Примере.

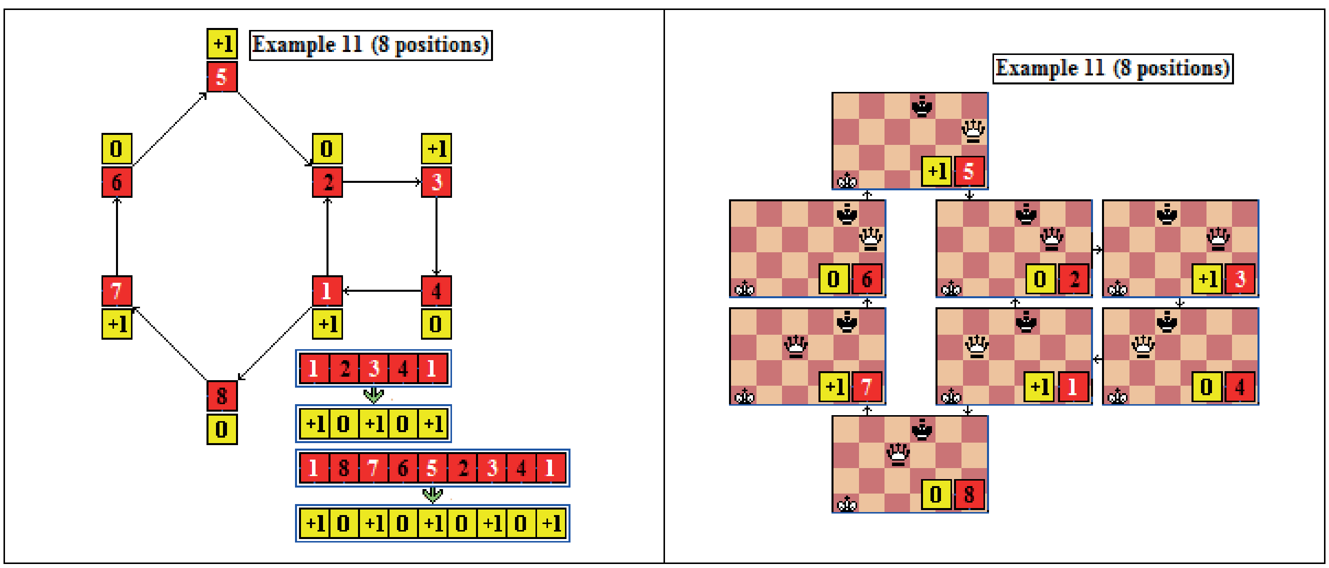
Пусть начальная позиция будет такой же: «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚d8. Ход Белых». Мы будем строить непереодическую партию, отражаемую периодической V-Последовательностью с периодом «**+1**; **0**». Прежде всего читателю надо понять, что значит «непереодическая» партия (далее идет адаптированное, не строгое, описание так называемых периодической и непереодической партий).

Периодическую партию мы уже построили, например, в Примере *8*. Она тогда удобно выражалась через последовательность нумерованных позиций {1; 2; 3; 4; 1; 2**;** 3; 4 **;** 1...}, где сами числа (позиции) повторялись в определенном узоре, - периоде.

Другими словами, периодическая партия это последовательность чисел (позиций), повторяющаяся заданным способом произвольное число раз, а непереодическая партия – партия, не обладающая этим свойством (ни одна группа чисел не может служить периодом, - узором, повторяющимся произвольное число раз).

Так как число позиций конечно, то некоторые из них, начиная с определенного момента будут повторяться. Поэтому имеет смысл сразу рассматривать бесконечную партию, где такие-то позиции будут повторяться бесконечно. Мы такую партию и построим, а потом покажем, что она не имеет никакого узора (периода), что и будет означать, что эта партия непереодическая.

Ограничимся следующими позициями. Первая, начальная для этого примера позиция *1*: «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚d8. Ход Белых» (она, кстати, была начальной и в Примере *10*). Позиции *2*, *3*, *4* также взяты из партии предыдущего Примера. Они описаны ниже:



Позиция *2*: «Белые: ♔a5, ♕e7. Черные: ♚d8. Ход Черных»;
Позиция *3*: «Белые: ♔a5, ♕e7. Черные: ♚c8. Ход Белых»;
Позиция *4*: «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚c8. Ход Черных»;
Добавим к списку следующие четыре позиции:
Позиция *8*: «Белые: ♔a5, ♕c7. Черные: ♚d8. Ход Черных»;
Позиция *7*: «Белые: ♔a5, ♕c7. Черные: ♚e8. Ход Белых»;

Позиция *6*: «Белые: ♔a5, ♕f7. Черные: ♚e8. Ход Черных»;

Позиция *5*: «Белые: ♔a5, ♕f7. Черные: ♚d8. Ход Белых»;

Заметим, что от позиции *8* получается позиция *7*, от позиции *7* получается позиция *6*, от позиции *6* получается позиция *5*. И еще: свяжем позицию *1* с позицией *8*, а позицию *5* позицией *2*.

Уже все готово. Новый Граф состоит из 8 позиций. Четыре из них образуют малый контур: «1, 2, 3, 4, 1» (мы его уже знаем из Примера *10*, он же, без последней позиции *1* есть так называемый «малый» период при обходе). А все восемь позиций образуют «большой» контур: «1, 8, 7, 6, 5, 2, 3, 4, 1», который без последней позиции *1* является большим периодом.

Теперь имеем две партии. Первая, из пяти позиций: {1, 2, 3, 4, 1} (кстати, при повторении малого периода дающую партию из девяти позиций {1; 2; 3; 4; 1; 2**;** 3; 4 **;** 1} или с еще большим числом позиций). Вторая, из девяти позиций: {1, 8, 7, 6, 5, 2, 3, 4, 1} (также допускающая повторения своим большим периодом).

Обе партии (там, где девять позиций в каждой) отражаются одной и той же V-Последовательностью {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}. Значит, во-первых, мы выполнили задачу построения непериодической партии (партии {1, 8, 7, 6, 5, 2, 3, 4, 1}), отражающейся периодической V-Последовательностью {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}. И во-вторых, по сути указали способ построения множества таких партий из предложенного Графа.

l) Пример *12*. Способ построения множества партий с любым числом его элементов (даже бесконечным, см. следующий Пример *13*).

Способ заключается в наращивании партий (в длинах) комбинацией разных периодов из построенного в предыдущем Примере Графа.

Ведь действительно, мы можем вначале, например, взять малый период, затем большой, затем снова малый и снова большой, а потом завершить партию позициями *1* и *2* (чтобы избежать возникновения каких-либо периодов в этой новой партии).

Полученная партия будем иметь вид (как последовательность 26 позиций):
{1; 2; 3; 4; 1; 8; 7; 6; 5; 2; 3; 4; 1; 2**;** 3; 4**;** 1; 8; 7; 6; 5; 2; 3; 4; 1; 2} и отражаться V-Последовательностью из 26 элементов: {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**}. Эта V-Последовательность периодическая (минимальный период «**+1**; **0**»), но она отражает непереодическую партию!

m) Пример *13*. Построение бесконечного множества бесконечных же партий.

Вначале еще раз осознаем, что хотя бы одна бесконечная партия существует: мы просто повторяем какой-либо период (из предыдущего Примера) бесконечно. Но ясно, что повторяя эти периоды в различных нх сочетаниях получается бесконечное множество или конечных, или бесконечных партий (как мы захотим).

Здесь конечная партия – это партия с любым, сколь угодно большим (но конечным) числом позиций. Множество таких партий бесконечно, так как можно строить и перечислять все такие партии неограниченно долго во все увеличивающемся списке всех партий со все большими длинами этих партий в количестве позиций.

Тогда ясно, что такое бесконечное множество является счетным множеством (то есть множеством, которое можно поставить в соответствие с множеством натуральных чисел).

Малое замечание. Вообще говоря, этот факт, - что существует бесконечное счетное множество партий уже был установлен в ранних Частях всей теории. Он тогда, однако, почти не касался связи партий с оценками позиций или с V-Последовательностями.

Сейчас же мы его подтверждаем уже в новом смысле. Именно: существует бесконечное счетное множество партий, отражаемое по сути «одной» V-Последовательностью (точнее, V-Последовательностями одного Типа: с периодом «**+1**; **0**» - ведь, строго говоря, эти V-Последовательности имеют разное число элементов).

Можно выразить этот факт и так: V-Последовательность выше отражает абсолютную ошибочность игры двух сторон. В шахматном смысле это означает, что ферзь всегда подставляется под удар (хотя мог бы этого не делать), а черный король его не берет (хотя мог бы это сделать).

Читателю можно вообразить, как это могло бы происходить на шахматной доске. Ферзь начинает давать шахи черному королю, находящемуся на одно поле по диагонали справа от него до тех пор, пока он (черный король) не окажется на *g8*. При короле на *g8* ферзь начинает давать шах с поля *h7* и «гонит» черного короля влево, пока он не окажется на поле *b8*. При короле на *b8* ферзь дает шах с *a7* и гонит черного короля вправо. Другими словами, вначале он находится слева от короля (на одно поле по диагонали), затем справа от короля (на одно поле по диагонали). Заметьте, что черный король не должен быть на *h8* или *a8*, так как при контактных шахах черный король обязан будет взять ферзя, - но тогда абсолютно неправильная V-Последовательность будет разрушена!

Шахматный узор предыдущего абзаца содержит большее число позиций, чем требуется для создания бесконечного множества конечных партий, но это лишь усиливает восприятие парадоксальности происходящего и неисчерпаемости Шахмат. К тому же можно и его разнообразить: белый ферзь может гнать черного короля почти по всей доске. Жертвуя собой, например, на той же горизонтали, где стоит король, он вынуждает последнего менять горизонталь, но если при этом королю хватит места ускользнуть от бешеного ферзя, то мы всегда будем иметь партию, отражающуюся «абсолютно неправильной» V-Последовательностью.

Проясним и роль белого короля. В создании «абсолютно неправильной» бесконечной партии он не может участвовать (во-первых, он не должен ходить, во-вторых, не допускать опасного приближения к нему бешеного ферзя и черного короля, при которых черный король не сможет ускользнуть от ферзя, а будет вынужден его взять). После хода белого короля может получиться позиция оценки «**0**» (а раньше была позиция оценки «**+1**», так как все белые позиции в этом Балансе оценки «**+1**»), но эта позиция может быть только патом.

Мы только что по сути описали уже и бесконечную партию и множество таковых, также являющееся бесконечным. Для упрощения демонстрации этого используем только восемь позиций Примера *11*.

Итак, существует не только бесконечная партия из восьми указанных в Примере *11* позиций, а их огромное множество. Вначале покажем, что оно (это множество) бесконечно.

Ну, здесь все просто. У нас уже есть бесконечное множество конечных партий, - помните тот самый бесконечно расширяющийся список все увеличивающихся в длинах партий? В том списке каждая партия уникальна. Но легко превратить каждую такую партию в бесконечную партию добавлением позиций какого-либо конкретного периода бесконечное число раз.

Получившийся список уже бесконечных партий есть то самое бесконечное множество уже бесконечных партий; ведь каждая партия в нем уникальна: добавлением одним и тех же бесконечных окончаний к партиям, мы не нарушаем их уникальности, которая, конечно же, сохраняется.

Другое дело, что полученное бесконечное множество бесконечных партий останется счетным: ведь соответствие между ним и множеством конечным партий очевидно (каждая партия без добавления одного и того же периода соответствует партии с добавлением).

Но можно ли построить еще большее множество? Этот вопрос выражен наивно, так как сравнение бесконечных множеств несколько отличается от сравнения конечных или бесконечного с конечным. Ведь число элементов в любом бесконечном множестве бесконечно, поэтому нужно прежде всего выработать критерии сравнения «бесконечностей».

В этом предисловии мы не будем (и видимо не смогли бы) пытаться математически грамотно выразить такую мысль: существуют такие критерия сравнения бесконечных множеств, при которых их также, как и конечные множества, можно сравнивать по количеству (называемому «мощностью») элементов. К тому же это сделано в Частях *1* и *2* теории. Читателю предлагается найти или: тот отрывок в предыдущих книгах, который полнее освещает этот вопрос, или: дать запрос авторам на дополнительную информацию, или: поверить авторам, прочитав очень сжатый абзац ниже, иллюстрирующий создание так называемого «несчетного» множества партий.

n) Пример *14*. Построение бесконечного несчетного множества бесконечных партий, отражающихся одной «абсолютно неправильной» бесконечной V-Последовательностью с периодом «**+1**; **0**». Пока будем считать, что несчетное множество партий это также, как и счетное, бесконечное множество, но которое невозможно представить в виде бесконечного списка партий, готовых для перечисления (в процессе построения это будет уточнено).

В построении используем только те восемь позиций, которые указаны в Примере *11*. Партии будем строить с помощью двух периодов, найденных ранее: малого «1; 2; 3; 4» (обозначим его как «A») и большого «1; 8; 7; 6; 5; 2; 3; 4» («B»). Тогда любая бесконечная партия может быть представлена как последовательность букв «A» и «B», которые могут идти в произвольном порядке. Например, бесконечная партия, записанная как {A, B, …A, B…}, где «A» и «B» чередуются бесконечно, есть партия записанная в позициях как {1; 2; 3; 4; 1; 8; 7; 6; 5; 2; 3; 4; 1; 2**;** 3; 4**;** 1; 8; 7; 6; 5; 2; 3; 4...}. А для шахматистов в алгебраической нотации она же записывается как: «1.♕e7 ♚c8 2.♕b7 ♚d8 3.♕c7 ♚e8 4.♕f7 ♚d8 5.♕e7 ♚c8 6.♕b7 ♚d8 7.♕e7 ♚c8 8.♕b7 ♚d8 9.♕c7 ♚e8 10.♕f7 ♚d8 11.♕e7 ♚c8 12.♕b7 ♚d8...» – в этой партии ферзь все время жертвует собой согласно известным узорам, а черный король все время его не берет.

Ясно, однако, что можно так скомбинировать периоды в строящейся партии, что они сами по себе будут хаотичны и беспорядочны. Так, например, после однократного повторения двух периодов, можно потом брать период «A» 2 раза, а период «B» один раз, затем период «A» три раза, и снова период «B» только один раз. Тогда образуется партия без явно выраженного периодического узора, хотя мы ее отчетливо представляем и можем занести в предполагаемый список всех партий.

Теперь допустим, что все партии мы занесли в этот список. Он бесконечный в двух направлениях. В ширину: как отражающий любую бесконечную партию в столбцах этого списка и в высоту («идущую вниз»): как отражающий бесконечное число этих партий в строках списка. Если допустить, что этот список существует (в смысле того, что все партии в него внесены) , то он счетен в том отношении, что каждую партию можно занумеровать.

Однако представим себе партию, «находящуюся» на диагонали этого списка, только составленную из противоположных букв (если «А», то заменяем ее на «В», а если «В», то заменяем на «А»). Есть ли эта партия в списке? По задумке построения списка она должна быть, но с другой стороны ее и нет: ведь она отличается от любой партии списка хотя бы одной буквой, - той, которой мы и заменили! Поэтому такой список не существует, а значит, бесконечное множество бесконечных партий несчетно.

«Несчетно» означает тот факт, что его невозможно поставить в соответствие с любым счетным множеством, в частности, с бесконечным натуральным рядом; проще говоря, невозможно «подсчитать», перечислить, занумеровать. Но так как это множество бесконечно, то для выражения большего числа элементов в математике придумали слово «мощность» множества. Так, мощность несчетного множества больше мощности счетного множества.

Этот факт, еще раз заметим, был дан и в Частях *1* и *2* всей теории. Но сейчас мы его можем связать с V-Последовательностью с периодом «**+1**; **0**». Оказывается, что несчетное бесконечное множество партий отражается только одной этой V-Последовательностью!

Идеи абзацев этого пункта выше можно использовать для расширения выводов об отображении и других бесконечных несчетных множеств определенными V-Последовательностями.

Так например, очевидно, что существует и несчетное бесконечное множество партий, отражаемое V-Последовательностью-константой (здесь: состоящей из «**+1**»). Для обоснования этого вспомннм (Пример из пункта “f”), что V-Последовательность-константа, состоящая только из «**+1**» - отражает всякую партию, начинающаяся белой «**+1**» позицией и состоящей из любых «разумных» ходов фигур, - ходов, не допускающих пат, мат или взятие черным королем ферзя (мат надо исключить для создания бесконечной партии).

Также существует и несчетное бесконечное множество партий, отражаемой V-Последовательностью с периодом «**+1**; **+1**; **0**; **+1**». Для обоснования этого вспомним Пример *8* из пункта «h» с начальной позицией «Белые: ♔a6, ♕c7. Черные: ♚a8. Ход Белых» и партией: «1.♕d7 ♚b8 2.♕c7 ♚a8 3.♕d7 ♚b8 4.♕c7 ♚a8. Из этой партии легко получить не только произвольное число конечных партий разных длин, но бесконечные множества партий разной мощности. Надо лишь ходить первым ходом ферзем на другие разумные поля по седьмой горизонтали, потом жертвовать ферзя на поле *c7* и после не взятия ферзя черным королем делать другой разумный ход по указанной горизонтали вправо. Тогда различные устойчивые поля белого ферзя будут являться характернстикой новых периодов в построении партий и, комбинируя эти периоды, получаем аналогичное доказательство несчетности числа партий, отражаемых той же V-Последовательностью (в данном случае с периодом «**+1**; **+1**; **0**; **+1**»).

Завершая этот пункт, еще раз подчеркнем важную идею о гомоморфизме партий отражаемых одной и той же V-Последовательностью: огромные множества партий могут различаться по разным характеристикам, однако есть такие характеристики, при которых они (или их элементы: партии) «равны», гомоморфны. Именно: партии гомоморфны в оценивающем смысле, если отражаются одной и той же V-Последовательностью.

o) Пример *15*. Построение бесконечного несчетного множества V-Последовательностей.

Этот пример должен был бы быть дан после иллюстрации существования разных V-Последовательностей: вначале для конечных длин, затем бесконечных, но счетных множеств, и только затем для несчетных. Но по горячим следам мы используем ту же идею доказательства несчетности, которая была использована для доказательства несчетности партий.

Для неискушенных в математике (здесь: теории множеств) читателей может показаться вначале, что существование бесконечных несчетных множеств V-Последовательностей очень уж невероятно: ведь они состоят из только трех разных элементов (оценок: «**-1**»; «**0**»; «**+1**»). Однако число разных элементов в построении разных бесконечных последовательностей (а затем и их разных множеств) не имеет особого значения, если их больше одного.

Возьмем только два числа: 0 и 1 (у нас они дополнительно заключаются в кавычки или даны в жирном шрифте, но это не имеет значения). Из теории множеств известно, что множество всех бесконечных последовательностей, состоящих из нулей и единиц, несчетно. Мощность такого множества дополнительно называется «континуум», и все множества его содержащие, являются несчетными.

В теории множеств несчетность континуума доказывается тем же диагональным способом, который мы применили в доказательстве несчетности партий. Ведь очевидно, что периоды «A» и «B» это и были «единица» и «ноль» (ими могут быть «**+1**» и «**0**» как оценки...). Далее идея диагонального способа заключалась в рассмотрении перевернутой «1-0» последовательности, стоящей на диагонали предполагаемого бесконечного списка последовательностей. И тогда оказывалось, что имеется противоречие между всеми «1-0» счетными последовательностями списка и множеством всех «1-0» последовательностей (континуумом). Другими словами, такого счетного списка не существует, значит множество несчетно.

Теперь заметим, что и партии и V-Последовательности имеют разные элементы (для партий это позиции, коих очень много, для V-Последовательностей – это оценки, коих только три), но для доказательства несчетности их множеств диагональным способом достаточно использовать только те, в которых лишь два «элемента» (причем элементами могут выступать «группы», «периоды» этих позиций и оценок).

Поэтому для доказательства несчетности бесконечного множества V-Последовательностей мы построим их в виде континуума, но не из нулей и единиц, а в виде некоторых групп или периодов (типа тех, что мы и строили как для партий, так и для V-Последовательностей).

И последния два замечания перед построением.

Первое. Мы будем использовать только две оценки в V-Последовательностях: «**+1**» и «**0**», причем на примере партий с позициями трех-фигурного Баланса «король и ферзь против короля».

Второе. У читателя может возникнуть вопрос: «так почему же нельзя воспользоваться уже известным фактом из теории множеств?» (тем, где доказано, что число «1-0» последовательностей несчетно) – ведь у нас V-Последовательности такие же?»

Насчет первого лишь поясняем. После демонстрации (построения) несчетного множества V-Последовательностей, состоящих из только «**+1**» и «**0**», будет очевидно, что и все V-Последовательности, например. составленные из трех элеменгов – также несчетны (ведь их множество наверняка будет содержать в качестве своего подмножества несчетную часть.

Насчет второго чуть сложнее. Дело в том, что, хотя V-Последовательности и состоят из только единиц и нулей (в форме «**+1**» и «**0**»), эти единицы и нули не могут идти в любом произвольном порядке. Это основано на Принципах Максимума и Минимума, о которых мы будем говорить ниже. Хотя можно привести очень короткую иллюстрацию.

Так, ни одна V-Последовательность не может внутри себя иметь группу «**+1**; **0**; **0**; **+1**» (занятно, но это намекает на число «1001» – из известного сборника рассказов о 1001 ночи Шахерезады).

Рассмотрим два варианта. Первый вариант, когда первый элемент этой группы отражает белую позицию и второй вариант: когда он отражает черную позицию.

Первый вариант. Если «**+1**» отражает белую позицию, то эта группа означает, что сразу после этого Белые ошиблись (позиция стала ничейной, так как оценка «**0**»), затем Черные сделали правильный ход (поддерживая оценку позиции), но после этого в группе идет «**+1**», что невозможно: Белые не могут в ничейной позиции выиграть.

Второй вариант. Если оценка «**+1**» отражает черную позицию, то эта группа означает, что сразу после этого Черные улучшили оценку своей позиции, превратив ее из проигранной в ничейную, что невозможно: Черные не могут спастись в проигранной для себя позиции (выражение «Черные не могут уменьшить оценку своей позиции» и называется Принципом Минимума, о котором позже). Конец короткой иллюстрации. Переходим к построению партий и V-Последовательностей (из только двух элементов), доказывающих, что множество V-Последовательностей несчетно.

Так, первые четыре позиции возьмем те же, что и в Примере *11*. Добавим к ним еще две новые позиции (занумеруем их как: «позиция *11*» и «позиция *12*»). Итак, ниже весь список шести позиций; только их мы будем использовать в этом Примере.

Позиция *1*: «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚d8. Ход Белых»;

Позиция *2*: «Белые: ♔a5, ♕e7. Черные: ♚d8. Ход Черных»;

Позиция *3*: «Белые: ♔a5, ♕e7. Черные: ♚c8. Ход Белых»;

Позиция *4*: «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚c8. Ход Черных»;

Позиция *12*: «Белые: ♔a5, ♕a7. Черные: ♚d8. Ход Черных»;

Позиция *11*: «Белые: ♔a5, ♕a7. Черные: ♚c8. Ход Белых».

Соединения между позициями: от позиции *1* идут позиция *2* и позиция *12* (позиция *12* - новая позиция и новый ход-соединение в нее из позиции *1*), от позиции *2* идет позиция *3*, от позиции *3* идет позиция *4*, от позиции *4* идет позиция *1*, от позиции *12* идет также новая позиция *11* (с новым ходом-соединением), от позиции *11* идет позиция *4* (новый ход-соединение в позицию *4*).

Мы только что словесно описали Граф из шести позиций. Он имеет два контура. Первый нам уже знаком. Это контур «1: 2; 3; 4; 1». Второй же контур: «1; 12; 11; 4; 1». Первый контур отражается V-Последовательностью {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}. Второй контур – отражается V-Последовательностью {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**}. Первый контур имеет период «A»: «**+1**; **0**; **+1**; **0**», второй контур - период «D»: «**+1**; **+1**; **+1**; **0**» (период «C» мы зарезервировали для «правильной» группы «**+1**; **+1**; **+1**; **+1**» (см. ниже).

Теперь можно строить бесконечные партии, записывая их периодами «A» и «D» в различных сочетаниях. Уже можно не волноваться о порядке: каждый раз можно взять или

«A» или «D», которые могут идти неограниченное число раз. Например, V-Последовательность {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**...}, записанная кратко как {A; D; A; **D**…}, отражает партию, записываемую как последовательность нумерованных позиций {1; 2; 3; 4; 1; 12; 11; 4; 1; 2; 3; 4; 1; 12; 11; 4; 1...} или в алгебраической нотации: «1.♕e7 ♚c8 2.♕b7 ♚d8 3.♕a7 ♚c8 4.♕b7 ♚d8 5.♕e7 ♚c8 6.♕b7 ♚d8 7.♕a7 ♚c8 8.♕b7 ♚d8...» (в V-Последовательности и в партии, записанной в виде последовательности нумерованных позиций, число элементов 17, на единицу больше числа ходов в партии, записанной шахматной нотацией).

Проще говоря, партия выше чередует группу (позиций), состоящую из одних ошибок, с группой, в которой только одна ошибка. И ту и другую группу мы подробно описывали в ранних пунктах выше. Но сейчас наша идея в том, чтобы получить не только несчетное множество партий (а оно, кстати, также получается, см. новый абзац ниже), а и несчетное множество V-Последовательностей.

Действительно, мы имеем континуум из букв «A» и «D», следовательно, множество V-Последовательностей несчетно. Это множество отражает несчетное множество партий, причем отражает в таком смысле: каждой партии (любому обходу Графа выше) соответствует только одна некоторая V-Последовательность и, так как число партий несчетно, то и число V-Последовательностей несчетно.

Можно и не использовать партии (или даже позиции как таковые). Так, рассмотрим тот же Граф, что выше, только вместо нумерованных позиций – оценки. Тогда различные обходы также дают несчетное множество V-Последовательностей (а если бы оно было счетно, то диагональный метод из теории множеств привел бы к противоречию).

Также легко построить и другое бесконечное несчетное множество (или подмножество) V-Последовательностей, которое будет составлено из аналогичного Графа из шести позиций, но имеющего в качестве контуров контур «D» (с периодом «**+1**; **+1**; **+1**; **0**») и контур «C» с периодом «**+1**; **+1**; **+1**; **+1**». Ниже даны шесть его позиций, причем самыми новыми являются только две позиции: позиция *14* и позиция *13*.

Позиция *1*: «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚d8. Ход Белых».

Позиция *4*: «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚c8. Ход Черных»;

Позиция *12*: «Белые: ♔a5, ♕a7. Черные: ♚d8. Ход Черных»;

Позиция *11*: «Белые: ♔a5, ♕a7. Черные: ♚c8. Ход Белых»;

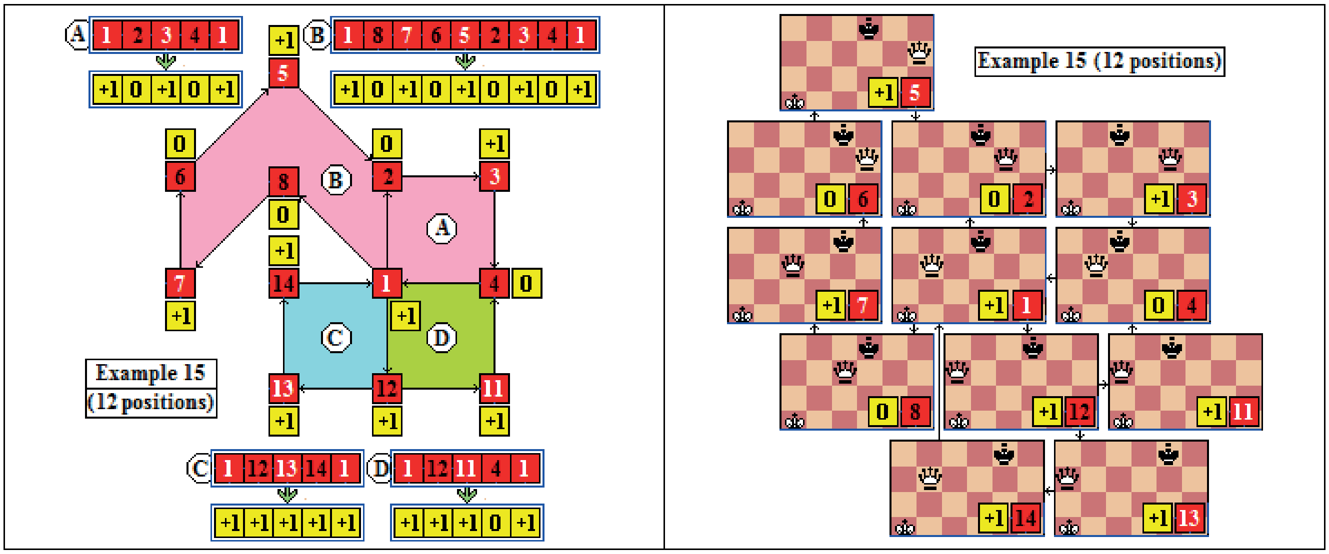
Позиция *13*: «Белые: ♔a5, ♕a7. Черные: ♚e8. Ход Белых»;

Позиция *14*: «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚e8. Ход Черных»;

Соединения между позициями: от позиции *1* идет позиция *12*, от позиции *12* идут позиция *11* и позиция *13*; от позиции *13* идет позиция *14*, от позиции *14* идет позиция *1*, от позиции *11* идет позиция *4*, от позиции *4* идет позиция *1*.

Контур «D» представляется через позиции как «1; 12; 11; 4; 1». Контур «C» представляется позициями «1; 12; 13; 14; 1».

Снова строим бесконечные партии, записывая их периодами «D» и «C» в разных сочетаниях. Например, V-Последовательность {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**...}, записанная как {D; C; D; C...}, отражает партию, записываемую как последовательностью нумерованных позиций {1; 12; 11; 4; 1; 12; 13; 4; 1; 12; 11; 4; 1; 12; 13; 14; 1...}, так и партией в алгебраической шахматной нотации: «1.♕a7 ♚c8 2.♕b7 ♚d8 3.♕a7 ♚e8 4.♕b7 ♚d8 5.♕a7 ♚c8 6.♕b7 ♚d8 7.♕a7 ♚e8 8.♕b7 ♚d8...».



Множество V-Последовательностей, построенных при различных обходах Графа выше, несчетно, так как имеется континуум из последовательностей, состоящих из букв «D» и «C», идущих в произвольном порядке. При получении этого вывода мы использовали Граф, состоящий из оценок (как вершин), хотя могли бы использовать Граф, состоящий из позиций (вершин).

Наконец, в конце этого пункта, выразим еше несколько идей.

Первая состоит в том, что используемые нами разные Графы (в основном из шести или более позиций) сами по себе есть подграфы какого-то общего Графа всех позиций. Например, в случае с Балансом «король и ферзь против короля» эти Графы есть подграфы общего Графа данного Баланса. Но так как в этом Графе, как мы показали, имеются разные оценочные контуры (контуры, при обходе которых получаются разные V-Последовательности), то имеем вывод, что множество V-Последовательностей, отражающих партии с позициями этого Баланса представляет собой бесконечное несчетное множество.

Проще всего это обосновать выделением только одной позиции, от которой идут разные оценочные контуры. Такой позицией, например, является позиция «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚d8. Ход Белых» (она же позиция *1* в последних нескольких Примерах).

Ведь действительно, от позиции *1* идут контуры «A», «B», «C», «D». Для построения партий любой из них можно брать произвольным образом, от этого вывод о несчетности партий не изменится. Эти контуры не обязательно должны быть одинаковой длины (так, контур «B», как мы показали, длиннее в числе позиций, чем остальные).

Или вот такой яркий пример. Представим себе контур, отражающий правильную партию, где Белые своим ферзем гонят черного короля по всей доске (не жертвуя собой), а потом возвращаются в позицию *1*. Если по пути стороны проходят только разные позиции, то контур невероятно огромный (можно показать, что число позиций почти пол-миллиона). Очевидно, что существует и другой, такой же громадный (в размерах) контур, но имеющий позицию, где Белые жертвуют своего ферзя.

Это значит, что мы могли бы использовать для доказательства несчетности множества V-Последовательностей эти огромные два контура. Отсюда вывод: для создания несчетного множества V-Последовательностей нужен любой Граф с выбранной такой-то позицией (обычно являющейся начальной в построении партий), от которой отходят по крайней мере два разных оценочных контура.

Возникает вопрос: «а какое минимальное число позиций должно быть в «шахматном» Графе (здесь «шахматном» в смысле того, что этот Граф отражает существующие позиции), чтобы он порождал несчетное множество V-Последовательностей (и значит, несчетное число партий)?»

Для ответа на этот вопрос напомним понятие Сиквела данной позиции (из ранних частей теории). Сиквел данной позиции есть множество всех позиций, вытекающих из данной (при любых неограниченных в длинах партиях). Например, Сиквел Первоначальной позиции (самой первой позиции любой партии согласно правилам игры), - есть множество всех позиций Шахмат.

Легко понять, что два контура, а значит шесть позиций, - необходимы для создания несчетного множества партий (меньше быть не может, так как пять позиций «шахматный» контур не создает, а четыре позиции создают только один контур). Оказывается, что шсстъ позиций в Сиквеле такой-то позиции также и достаточны для создания несчетного множества как партий, так и V-Последовательностей. Авторами конкретно найдена такая позиция. От нее идут два разных оценивающих контура. Таким образом, получаем удивительный вывод: существует бесконечное несчетное множество V-Последовательностей, отражающее бесконечное несчетное множество партий, построенное только на 6 позициях! Заметим, что несчетное множество V-Последовательностей обязательно влечет существование несчетного множества партий, но обратное не обязательно (для этого нужны два разных «оценивающих» контура).

На этом пока останавливаем описание Примеров (их число и так большое, если нам понадобится, мы дадим и новые примеры). Переходим к описанию свойств V-Последовательностей.

A General Preface to Part 6.
Stage 2.
“The basic properties of V-Sequences”.

3. a) In this item we will give some properties of V-Sequences (firstly those that directly emerge from the Examples above), and later we will address the last one of them in detail.

1. A V-Sequence reflects values not only of a single position, but of an entire game. The game may contain any arbitrary number of positions, up to and including an infinite one.

2. A V-Sequence consists of no more than three elements (values of positions) but can be of any length. In particular, it can be infinite as containing an infinite number of elements. In a certain sense it exists independently of the game and has properties independent of the properties of the game.

3. A V-Sequence reflects the degree of faultlessness in a game. Thus, a change in its elements (values) is a mistake. V-Sequence with different elements reflects a mistake in a game occurring between the positions reflected by those elements. A lack of a mistake (for instance, in a game) is reflected by a constant V-Sequence.

4. Also, if we have several games reflected by the same specific V-Sequence, then the number of mistakes in all games equals the product of the number of all games and the number of mistakes given by this V-Sequence.

5. It is possible (and often necessary and beneficial) to connect V-Sequences with the Sequel Graph of the position under consideration. Then a game from this position is some traversal, while a V-Sequence is a sequence of values of positions under this traversal.

6. A V-Sequence of a certain (here: finite) length reflects specific limitations on the order of its possible elements. This order is in most cases based on the Principles of Maximum and Minimum.

b) As we have already said many times, the Principles of Maximum and Minimum play a huge role for values of positions (both for games and for V-Sequences).

The Principle of Maximum concerns a white position and consists in the fact that the value of a white position is the maximum of the values of all positions that directly emerge from it.

The Principle of Minimum concerns a black position and consists in the fact that the value of a black position is the minimum of the values of all positions that directly emerge from it.

Let’s describe in detail how these Principles affect the order of elements in a V-Sequence. To begin with, we look at the case of only two values, “**+1**” and “**0**”, which form the V-Sequence. This case is specifically illustrated by those examples above which look at V-Sequences for games from the given initial position with a lone king for Black.

For example, in the white position *1*: «White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚d8. White to move» its value is “**+1**” and will never drop to “**-1**” in any games. That would symbolize a win for Black, which is impossible under a lone black king. But it can, as we have shown, be of value “**0**”.

To express this fact it is better to use the concept of the Sequel of the initial position, which states that there is a position of value “**0**” among others in the Sequel of the given position. Furthermore, such positions are already found among those that directly emerge from position *1*.

Then, according to the Principle of Maximum for White, the value of the initial position must be chosen from the set of possible values of all emerging positions. And if besides the value «**+1**» there is also the value «**0**», it means that: *1*) the value of the initial position is «**+1**» (as the maximum of the two); *2*) there are two possible V-Sequences of two elements: {**+1**; **+1**} and {**+1**; **0**}.

We look into what three-element V-Sequences are. To that end, it is possible to use the two-element V-Sequences just found, but it is necessary to keep in mind that they now “end” with a black position. More precisely, they have a value that relates to a black position in their second place.

If this value is "**+1**", then according to the Principle of Minimum the next value can only be "**+1**" again; Black cannot decrease the value of his position. This makes it impossible for the V-Sequence {**+1**; **+1; 0**} to arise from the Sequence {**+1**; **+1**}. In other words, of all three-element V-Sequences, only {**+1**; **+1**; **+1**} arises from the V-Sequence {**+1; +1**}. The other two three-element V-Sequences arise only from the V-Sequence {**+1**; **0**}. They are written as: {**+1**; **0**; **0**} and {**+1**; **0**; **+1**}. The first of them implies that Black, being in a "**0**" position, played flawlessly, preserving the value. The second one implies that Black made a mistake, or for him the value has increased.

It turns out that the number of three-element V-Sequences under two possible values ("**+1**" and "**0**") and a mandatory first element of "**+1**", is three and is not four.

It is clear that in contrast to the case in which the V-Sequences are formed with "zeroes" and "ones" in arbitrary order, we expect to find fewer V-Sequences as we increase their length. Thus, under a usual "1-0" sequence of length four elements there would be eight sequences (or two raised to the third power, where the third power reflects the fact that the first element "**1**" cannot be changed. Taking into consideration the Principles of Maximum and Minimum, however, it turns out that there are only five such V-Sequences. We demonstrate it by immediately writing out all the possible V-Sequences.

Below is a list of V-Sequences of length 4 elements, reflecting games that begin with an initial "**+1**" white position whose Sequel has positions of only two values: «**+1**» and «**0**».

First V-Sequence: {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**};

Second V-Sequence: {**+1**; **+1**; **+1**; **0**};

Third V-Sequence: {**+1**; **0**; **0**; **0**};

Fourth V-Sequence: {**+1**; **0**; **+1**; **+1**};

Fifth V-Sequence: {**+1**; **0**; **+1**; **0**}.

In particular, we note that the list is missing the V-Sequence {**+1**; **0**; **0**; **+1**}. This V-Sequence contradicts the Maximum Principle for a white position: the "**0**" in third place cannot be followed by a "**+1**". Also missing are the V-Sequences {**+1**; **+1**; **0**; **0**} and {**+1**; **+1**; **0**; **+1**}: for each of them, the second "**+1**" cannot be followed by "**0**" as the third element. Additionally, for the latter one, the third "**0**" cannot be followed by a "**+1**". The three illegal V-Sequences pointed out in this paragraph, along with the five legal ones, would give V-Sequences under the formula "their number is equal to 2^{n-1}" (where *n* is the length of any V-Sequence, whether legal or illegal, under an assigned first element of "**+1**").

It is also possible to demonstrate that the number of V-Sequences of length five elements is equal to eight. Their list is given below.

First V-Sequence: {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.

Second V-Sequence: {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **0**}.

Third V-Sequence: {**+1**; **0**; **0**; **0**; **0**}.

Fourth V-Sequence: {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.

Fifth V-Sequence: {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**}.

Sixth V-Sequence: {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**).

Seventh V-Sequence: {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **0**}.

Eighth V-Sequence: {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}.

This list, just as the previous one, is composed under the criterion of a greater number of mistakes in the V-Sequence. So, the first V-Sequence is a V-Sequence-constant reflecting any flawless game (from the initial white "**+1**" position).

The second and third V-Sequences have one mistake each. In the second one White erred in the third position, which is reflected by the "1-0" group. In the third one White erred on his first move. In both cases this is mapped by the "1-0" group. The fourth V-Sequence contains two mistakes, committed on White's and (immediately) Black's first moves ("1-0-1" group). The fifth one also has two mistakes, but committed at different times: first White erred ("1-0" group), and only at the very end Black erred ("0-1" group). The sixth V-Sequence maps two mistakes, which appear consecutively at the end of this V-Sequence ("1-0-1" group). The seventh V-Sequence reflects 3 mistakes (the "1-0-1-0" group of the first four elements). Finally the eighth V-Sequence maps the most incorrect, error-prone game, - it has 4 mistakes, since its elements always change values.

There are 13 V-Sequences with 6 elements; 21 V-Sequences with 7 elements, 34 V-Sequences with 8 elements. The reader who has read the Preface-Description of the front cover already knows the formula that generates these quantities of V-Sequences. It is the Fibonacci formula: **F(n)=F(n-1)+F(n-2)** under ***n*** greater than or equal to **3** (for **n=1** and **n=2** the values are equal to **1** и **2**, respectively).

In the main text this formula is proved twice. It implies the following. This formula is unusual in the sense that it is recurrent rather than analytic. A recurrent formula is one in which the value of every following term in the sequence depends on the previous ones and not just the number **n** in the V-Sequence (in that case a formula is analytic).

So, the authors first derived and proved the recurrent formula above. Then they derived and proved an analytical formula: one where the number of V-Sequences is expressed as a function of **n**.

We underscore that all this concerns the number of V-Sequences that map games with an initial white «**+1**» position whose Sequel contains positions of only two values: «**+1**» and «**0**». It is evident that this formula (in both its recurrent and analytical forms) will be the same if the initial position is a black "**0**" position. Here we only illustrate this fact (although in the main text it will be proved).

So, suppose the position «White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚c8. Black to move» is given (we called this position "position *4*" in Example *15*). Black has two moves. One of them leads to a position with the same value of "**0**". The other one is a mistake and leads to another value, "**+1**". Two games arise, mapped by two different V-Sequences: {**0; 0**} and {**0; +1**} (both games and V-Sequences have two elements each). Thinking deeply, this situation (two V-Sequences of length two elements) is analogous to the situation with two V-Sequences from the white "**+1**" position described above, - only "zeroes" are replaced with "ones" and "ones" with "zeroes".

The same situation arises also in Example *1*, with the initial position of value "**0**" on the cover of the book: «White: ♔a1, ♗b1. Black: ♚b3, ♜e2. White to move». The Sequel of this position has positions of only two values, «**0**» and «**-1**». Also, with his first move White can create games that are mapped by the V-Sequences {**0; 0**} and {**0; -1**}. If he really plays correctly, then he will uphold the value of the position – «**0**». Black will then be unable to change it, since according to the Principle of Minimum he cannot change the value of his position to «**-1**» (he is also unable to change the value to «**+1**», since there is no position with such a value in the Sequel).

In other words, the number of V-Sequences is determined by the Fibonacci formula above if the following holds true. Namely, there must be games that emerge from the initial position that are mapped by several different V-Sequences (of any length). They must also consist of only two elements as defined by the values of the Sequel's positions. For instance, a position is given in the main text whose Sequel has positions consisting only of the following values: «**+1**» and «**-1**». If the initial white position simultaneously has value «**+1**», then we have the formula pointed out above.

If, however, in the latter case (with a Sequel where all positions are of "**+1**" or "**-1**" value) the initial position is of "**-1**" value, then the Fibonacci formula remains the same but its initial parameters differ. Namely: it is the Fibonacci formula: **F(n)=F(n-1)+F(n-2)** under *n* greater than or equal to **3**, while for **n=1** and **n=2** the values are equal to **1** and **1**, respectively. We illustrate this in more detail with the position from Example *15*, only we take position *12* from Example *15* as initial: «White: ♔a5, ♕a7. Black: ♚d8. Black to move».

This position has value "**+1**", but since it is Black to move, any position from it also leads to a position of "**+1**" value. In the language of V-Sequences this means that there exists only one V-Sequence of length two elements in this situation: {**+1; +1**}. Only later, having transitioned to a white position, the playing side (White) can make a mistake. This would lead to having two V-Sequences (of length 3): {**+1; +1; +1**} and {**+1; +1; 0**}. There will be three V-Sequences of length 4: {**+1; +1; +1; +1**}, {**+1; +1; 0; 0**}, and {**+1; +1; 0**; **+1**}. Note that unlike the case where the side to move initially isn't lost, the number of V-Sequences as a function of its length grows with a certain delay. This does not affect the essence of the Fibonacci formula, as it only affects the initial parameters. They, unlike in the above case (when they are equal to **1** and **2** for **n=1** and **n=2**), become equal to **1** and **1** for **n=1** and **n=2** values, respectively.

Before giving conclusions to this sub-item, we give these notes.

Note *1*. In general, the V-Sequences described do not necessarily depend on specific games from some initial position. For their construction (kind and number) it is necessary to know only the "abstract" initial position in value, its turn to move, and the possible values of positions of its Sequel. Under these three parameters, it is possible to talk about the function of "the kind and number" of V-Sequences dependent only on the length *n* of the V-Sequence (this will be reflected in the conclusions below). Of course, V-Sequences may depend on specifics: some given initial position and games from it. However, this fact determines a different aspect or a different function, which will be described in another item. To denote "the kind and number" of V-Sequences dependent only on the length *n*, we will use representations such as $V(n)^{«0»«-1»}$. Here superscripts mean the existence an abstract white position of value «**0**» and its Sequel that contains only the values «**0**» and «**-1**» (position *1* on the cover is a specific embodiment of this).

Note *2*. This is a consequence of sorts of the note *1* above. It consists in the fact that some V-Sequences, described applicably to specific Examples above, do not always map real games from them. It could be understood as simply not having any games left for a V-Sequence of some kind and length. This, however, is nothing to fear, as we will later come to understand that the set of games for such V-Sequences is empty, which is allowed for a mapping between games and V-Sequences.

Here is a concrete example of a lack of games that emerge from the initial white position «White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚d8. White to move» and are mapped by the V-Sequence {**+1; 0; 0; 0; +1**} (this, by the way, is the fifth V-Sequence from the list of eight).

In order to show that there do not exist any games mapped by the given V-Sequence, we take a closer look to its structure. So, White immediately made a mistake (the value changed from «**+1**» to «**0**»). Black, on the other hand, responded flawlessly (he could have made a mistake but did not, and the value stayed "**0**"). White responded seemingly flawlessly (the value did not change), but he could not have made a mistake (by the Principle of Maximum, he could not increase the value; he could also not decrease it since a value of "**-1**" cannot be).

Finally, Black erred (the value changed from “**0**” to “**+1**”) and his position became lost. The last sentence is very interesting. It turns out that Black did err after all, but did not err before that (despite having opportunity to). If we distract away from specific properties of the initial position (viewing it as an abstract initial white position of value “**+1**” with a limitation “by Sequel”), then this is possibly what is mapped by the fifth V-Sequence {**+1; 0; 0; 0; +1**}. But if we do not distract from specific properties of the initial position, then this is impossible. Here is why.

White, being in a position winning for himself that is of value “**+1**”, blundered his queen. Black did capture it in the sense that he could not have done otherwise, since the only means of a flawless response for him was this capture. A position with lone kings resulted. But then, starting with that moment, there must be zeroes in all V-Sequences, which contradict our V-Sequence. From this follows the conclusion (not the main one yet, but only one for note *2*) that there are no games mapped by the fifth V-Sequence. This is the V-Sequence containing three zeroes in a row between two ones.

We take a wider look at this. We just understood that a V-Sequence reflects more than just the game from the point of view of errors committed by sides or lack thereof. It also reflects the time at which these mistakes are made, their frequency, and their probability of appearing, whether independent of previous events or not. Since really, no V-Sequence (reflecting some game of a specific length) can have three consecutive zeroes framed by two “plus-ones”.

This is very important in understanding the ideas of a V-Sequence in contrast to the value of a position. The former reflects the essence of the game much better, since it reflects the game in whole, in the entire time of transition from one set of position values to another. The fact of a “**0**” value or the fact of a transition from “**0**”to “**+1**” does not necessarily speak to what happens in the game after this change or before it. The V-Sequence is what speaks to it successfully, since it reflects values at any moment in time. This fact is an important property of a V-Sequence compared to using values of only one or a small number of positions (we will address this in new properties).

c) It is possible to consider the kind and number of V-Sequences independently of the kind of the initial position or games from it. Only the following parameters are necessary initial parameters for this: the value and turn to move in an abstract initial position, as well as the set of possible values comprising the V-Sequence. In particular, the latter can be the set of values for positions of given position’s Sequel.

In this Preface (or at least in this item) we limit the set of values of V-Sequences to only two possibilities. Furthermore, these possibilities are given by the Sequel of the initial position. The case of three values will be mainly addressed in the next part, although some mention is made of it also in this General Preface.

Under this limitation on the Sequel and under the assigned characteristics of the initial position (its value and turn to move), the only and main characteristic of a V-Sequence is its length *n*. Then it is possible to talk about a function (mapping) between the number and kind of Sequences, and the length *n*. In this Preface we describe many different functions, and this is only one of them.

Then the following possibilities exist.

1. $V(n)^{\text{«0»«-1»}}$: The number and kind of V-Sequences depending on length *n*, - under the initial parameters: initial (no matter which, as if considered abstract) white position of “**0**” value whose Sequel contains positions of only two elements: “**0**” and “**-1**”.
2. $V(n)^{\text{«0»«-1»}}$: The number and kind of V-Sequences depending on length *n*, - under the initial parameters: initial (no matter which, as if considered abstract) black position of “**0**” value whose Sequel contains positions of only two elements: “**0**” and “**-1**”.

3. $V(n)^{«-1»«0»}$: The number and kind of V-Sequences depending on length *n*, - under the initial parameters: initial (no matter which, as if considered abstract) black position of “**-1**” value whose Sequel contains positions of only two elements: “**-1**” and “**0**”.
4. $V(n)^{«-1»«0»}$: The number and kind of V-Sequences depending on length *n*, - under the initial parameters: initial (no matter which, as if considered abstract) white position of “**-1**” value whose Sequel contains positions of only two elements: “**-1**” and “**0**”.
5. $V(n)^{«0»«+1»}$: The number and kind of V-Sequences depending on length *n*, - under the initial parameters: initial (no matter which, as if considered abstract) white position of “**0**” value whose Sequel contains positions of only two elements: “**0**” and “**+1**”.
6. $V(n)^{«0»«+1»}$: The number and kind of V-Sequences depending on length *n*, - under the initial parameters: initial (no matter which, as if considered abstract) black position of “**0**” value whose Sequel contains positions of only two elements: “**0**” and “**+1**”.
7. $V(n)^{«+1»«0»}$: The number and kind of V-Sequences depending on length *n*, - under the initial parameters: initial (no matter which, as if considered abstract) white position of “**+1**” value whose Sequel contains positions of only two elements: “**+1**” and “**0**”.
8. $V(n)^{«+1»«0»}$: The number and kind of V-Sequences depending on length *n*, - under the initial parameters: initial (no matter which, as if considered abstract) black position of “**+1**” value whose Sequel contains positions of only two elements: “**+1**” and “**0**”.
9. $V(n)^{«+1»«-1»}$: The number and kind of V-Sequences depending on length *n*, - under the initial parameters: initial (no matter which, as if considered abstract) white position of “**+1**” value whose Sequel contains positions of only two elements: “**+1**” and “**-1**”.
10. $V(n)^{«+1»«-1»}$: The number and kind of V-Sequences depending on length *n*, - under the initial parameters: initial (no matter which, as if considered abstract) black position of “**+1**” value whose Sequel contains positions of only two elements: “**+1**” and “**-1**”.
11. $V(n)^{«-1»«+1»}$: The number and kind of V-Sequences depending on length *n*, - under the initial parameters: initial (no matter which, as if considered abstract) black position of “**-1**” value whose Sequel contains positions of only two elements: “**-1**” and “**+1**”.
12. $V(n)^{«-1»«+1»}$: The number and kind of V-Sequences depending on length *n*, - under the initial parameters: initial (no matter which, as if considered abstract) white position of “**-1**” value whose Sequel contains positions of only two elements: “**-1**” and “**+1**”.

All of these 12 possibilities are divided into only two large groups, which are further denoted by special words that ease their understanding. Namely: the group “in the initial position a side can make a mistake” and the group “in the initial position a side cannot make a mistake”.

For the group “in the initial position a side can make a mistake” of length two elements two V-Sequences are possible. Meanwhile, for the group “in the initial position a side cannot make a mistake” there is only one two-element V-Sequence. This is essentially the fact that defines the initial parameters for the function of the number of V-Sequences dependent on its length *n*. This function is described by the Fibonacci formula.’

Before formally giving this function, we sort the proposed possibilities along the newly formed groups. Thus, the first group contains all the odd possibilities, and the second group contains all even possibilities.

Fibonacci formula for possibilities 1, 3, 5, 7, 9, 11 (the first group, where “in the initial position a side can make a mistake”):

F(n)=F(n-1)+F(n-2) under *n* greater than or equal to 3 (for **n=1** and **n=2** the values are equal to **1** and **2**, respectively).

Fibonacci formula for possibilities 2, 4, 6, 8, 10, 12 (the second group, where “in the initial position a side cannot make a mistake”):

F(n)=F(n-1)+F(n-2) under *n* greater than or equal to 3 (for **n=1** and **n=2** the values are equal to **1** and **1**, respectively).

An important note. The formulae above give the number of V-Sequences dependent on its length *n*. But the form itself of these V-Sequences is assigned by a function that determines not only the number of V-Sequences, but their kind (structure, order of its elements). For now, we name this function as “Kind and Number of V-Sequences dependent on their length (of 12 possibilities)”. Yes, this is the function V(n), but we first describe its main properties and only then come to an agreement as to what we understand by the symbol V(n).

Here are the main properties of this function. The domain is the natural numbers, *n* (as a reminder, we consider finite V-Sequences in this item). The range is essentially numeric sequences composed of only two number values (see possibilities above). These number values, however, cannot proceed in arbitrary order. It is precisely the function V(n) that determines this order. As an example, see the list of eight five-element V-Sequences.

Now we ought to accept an agreement of comprehension. It is usually customary that a function must have one outgoing value under a given value of the argument. Formally this does not work here: for V-Sequences of length 5 there are eight V-Sequences. That is why we accept such an agreement for this function.

Agreement of comprehension. We will deem the function V(n) to be the number of V-Sequences dependent on its length. In other words, by default we will consider the “function V(n)” as a purely numeric function (depending on the argument *n*). Although in principle, we will always be able to specifically write out all V-Sequences with any given *n*. We will consider this ability of ours as an important property of the “function V(n)”. If we ever need to highlight this fact, we will discuss it beforehand. Note that we have intentionally included the words regarding the function in quote marks. If we ever need to write out all V-Sequences, then besides their number (the function itself), the kind of V-Sequences will be important too. Then we will often talk about the “number and kind of V-Sequences”.

d) The existence of a Fibonacci formula describing the number of V-Sequences dependent on *n* is, of course, an important property of V-Sequences themselves. Another such property is the so-called GV-Distribution. For this sub-item of the Preface we will so far illustrate this concept only with certain simple examples. Primarily, these are the examples known to us from the set of Examples already discussed in item *1*.

1. Thus, we conjecture that the GV-Distribution shows the number of games mapped by a particular V-Sequence. Of course, there is a strict definition of this, found on the list of main definitions. This number of games primarily depends on the length of the game (or V-Sequence) *n*. Here is a bright and clear example: the GV-Distribution given in the Preface-Description of the front cover (for the example of the initial “fortress” position given on the cover). For those readers who have not read the Preface-Description, we give GV-Distributions for length **n=2** and length **n=5**.

Under the symbols GV(n) and V(n) that follow are marked the GV-Distribution itself for a given **n** (number of games) for a specific sequence V(n). The symbol V(n) below is understood not as a function but as a kind of V-Sequence.

GV-Distribution for games from the initial position on the cover under **n=2**.

GV(2) = 3 games for V(n)={**0; 0**}.

GV(2) = 4 games for V(n)={**0; -1**}.

GV-Distribution for games from the initial position on the cover under **n=5**.

GV(5) = 3211 games for V(5)={**0; -1; 0; -1; 0**}.

GV(5) = 487 games for V(5)={**0; -1; 0; -1; -1**}.

GV(5) = 3402 games for V(5)={**0; 0; 0; -1; 0**).

GV(5) = 24 games for V(5)={**0; -1; -1; -1; 0**}.

GV(5) = 3455 games for V(5)={**0; -1; 0; 0; 0**}.

GV(5) = 67 games for V(5)={**0; -1; -1; -1; -1**}.

GV(5) = 331 games for V(5)={**0; 0; 0; -1; -1**}.

GV(5) = 4312 games for V(5)={**0; 0; 0; 0; 0**}.

Notes to these GV-Distributions.

For games from the given initial position only GV-Distributions for **n=2** and **n=5** are given. The properties of this GV-Distribution for **n=5** or other values (except **n=2**) are given either in the Preface-Description of the front cover or in the main text itself. For **n=2** some properties will be discussed also in this General Preface (as opposed to GV-Distributions of other examples).

2. We build the GV-Distribution for games from the position: «White: ♔a6, ♙c7; Black ♚a8. White to move» (this was the initial position of Example *2*).

Here is the GV-Distribution for games from the initial position above for different values of *n* (up to **n=4**).

GV(1), GV-Distribution for games and V-Sequences of length *n* =1.

GV(1) = 1 game - for V(1), the V-Sequence ={**+1**}.

GV(2), GV-Distribution for games and V-Sequences of length *n* =2.

GV(2) = 2 games - for V(2) ={**+1**; **+1**}.

Comment: these are games where White promotes the pawn to a queen or rook.

GV(2) = 5 games - for V(2) ={**+1**; **0**}.

Comment: these are games where White either promotes the pawn to a bishop or knight, as well as those where White moves his king.

GV(3), GV-Distribution for games and V-Sequences of length *n* =3.

GV(3) = 0 games - for V(3) ={**+1**; **+1**; **+1**}.

Comment. There are no games mapped by this V-Sequence (as well as games of greater length mapped by a V-Sequence with more than two “plus ones”).

GV(3) = 4 games - for V(3) ={**+1**; **0**; **0**}.

Comment. Two of these games are ones where White first moves the king to *a5* or *b5*, and in response Black moves the king to *b7*; the other two are games where White first promotes the pawn to a bishop or knight, and Black moves the king to *b8*.

GV(3) = 2 games - for V(3) ={**+1**; **0**; **+1**}. These are games in which White moves the king to *a5* or *b5*, and in response Black moves the king to a*7*.

GV(4), GV-Distribution for games and V-Sequences of length **n=4**.

GV(4) = 0 games - for V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.

Comment. There are no games mapped by this V-Sequence (or any other V-Sequence with more than two "plus ones").

GV(4) = 0 games - for V(4) ={**+1**; **+1**; **+1; 0**}.

Comment. There are no games mapped by this V-Sequence for the same reason (see comment above).

GV(4) = 32 games - for V(4) ={**+1**; **0**; **0**; **0**}.

Comment. There are 16 games in which White first moves the king and 16 games where he first promotes the pawn to a bishop or knight. In the subset of games where White first moves the king, Black moves the king to *b7* on his turn, and White responds with any move. In the subset of games where White first promotes the pawn to a bishop or knight, any side can then play in any way (this will be addressed in more detail later).

GV(4) = 3 games - for V(4) ={**+1**; **0**; **+1**; **+1**}.

Here are these games: «1.♔a5 ♚a7 2.c8♖»; «1.♔b5 ♚a7 2.c8♖»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔c6.

GV(4) = 14 games - for V(4) ={**+1**; **0**; **+1**; **0**}.

Here are these games: «1.♔a5 ♚a7 2.c8♕»; «1.♔a5 ♚a7 2.c8♗»; «1.♔a5 ♚a7 2.c8♘» «1.♔a5 ♚a7 2.♔a4»; «1.♔a5 ♚a7 2.♔b4»; «1.♔a5 ♚a7 2.♔b5»; «1.♔b5 ♚a7 2.c8♕»; «1.♔b5 ♚a7 2.c8♗»; «1.♔b5 ♚a7 2.c8♘»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔a4»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔a5»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔b4»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔c4»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔c5».

Notes for these GV-Distribution (or GV(n)–Distributions under given **n**).

Their GV-Distributions concerning above all correct games will be called the main parts of GV(n)-Distributions (usually of "first" and "second" order). This should be understood first of all as the ratio of the number of correct games to the overall number of games.

It is clear that since the main part of GV(1) is always one game from position, the ratio of the number of correct games to the number of all games will be 100%. That is why if we want to compare two or more positions (which we do below) along GV(1), we will compare only for positions of differing values. Then we have that same naïve comparison that we talked about earlier: for White that of two or more positions is best whose value exceeds the others, and for black that is best whose value is below the others.

But now a GV-Distribution of the "second" order has an obviously greater sense in comparing two positions. Strange as it may be, but these two positions may differ in value.

Thus, we have just found GV(2)-Distributions for two Examples of this item. We now emphasize the main second-order parts for each of them (the ratio of the number of correct games to the number of all games) and compare them.

In the example with the fortress it is 3/7 (three correct games among all seven games). In the example just explored it is 2/7 (two correct games among all seven games). 3/7 is greater than 2/7, so in some sense the initial position of the "fortress" example is "better" than the initial position of Example *2* "with pawn on *c7*". We will still return to this rather unusual statement. End of notes.

3. We build a GV-Distribution for games from the position: «White: ♔a6, ♙a7; Black ♚a8. White to move» (this was the initial position of Example *4*).

GV(1) = 1 game - for V(1) ={**0**}.
GV(2) = 3 games - for V(2) ={**0**; **0**}.
GV(3) = 4 games - for V(3) ={**0**; **0**; **0**}.
GV(3) = 0 games - for V(3) ={**0**; **0**; **+1**}.
GV(4) = 25 games - for V(4) ={**0**; **0**; **0**; **0**}.
GV(4) = 0 games - for V(4) ={**0**; **0**; **+1**; **+1**}.
GV(4) = 0 games - for V(4) ={**0**; **0**; **+1**; **0**}.

Notes pertaining to distributions under *n* not exceeding 4.

Every time we first calculate the number of V-Sequences by the Fibonacci formula with some initial parameters. Here these initial parameters are 1 and 1 (variant *6*). The number of V-Sequences of length 2 is equal to 1, and those of length 3 is equal to 2. That is exactly why we give two V-Sequences even as we understand that the V-Sequence {**0**; **0**; **+1**} does not map a single game. When before we said that "there is no such V-Sequence", we strictly tied it to specific games from a specific initial position. Now, however, we consider its existence regardless of specifics, guided only by the Fibonacci formula.

On the other hand, the fact that there are no games mapped by this V-Sequence implies that there exists an interesting black position of value "**0**", in which Black cannot lose with any move. Abstractly, he still could, since after all only he can lose. Such positions in the theory belong to the so-called trivial situations (when any move by a side does not change the value of the position). Yet the trivial situations themselves differ in their form. We can say that this is a "false" or "seeming" trivial situation.

We proceed further. There exist three V-Sequences of length 4, but two of them do not map any games. Generally, V-Sequences that contain the value "**+1**" appear only under length **n=5** (let's remember this fact, as it is one more positive property of a V-Sequence that reflects properties of positions and games). We return to the GV-Distribution, continuing with **n=5**. The number of V-Sequences at that is equal to 5.

GV(5) = 75 games - for V(5) ={**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}.
GV(5) = 38 games - for V(5) ={**0**; **0**; **0**; **0**; **+1**}.
GV(5) = 0 games - for V(5) ={**0**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
GV(5) = 0 games - for V(5) ={**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**}.
GV(5) = 0 games - for V(5) ={**0**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}.

Notes to this GV(5)-Distribution.

The last three lines reflect the fact that there are no games in which Black errs on his first move (although in an abstract, non-trivial situation he could err, which would lead to the existence of three different V-Sequences). A nontrivial situation is a position where a side can make a mistake. It is also interesting that Black made a total of 38 mistakes in all games (of this length of five positions). This results in the ratio of correct games to the overall number of games as: 75/75+38= 66% (approximately). We will possibly interpret these results a little later, but now we proceed to construction of the GV-Distribution for games from the initial position of the following example.

4. We build the GV-Distribution for games from the position: «White: ♔b5, ♕a8; Black ♚c7. White to move» (this was the initial position of Example *5*).

GV(1) = 1 game - for V(1) ={**+1**}.
GV(2) = 23 games - for V(2) ={**+1**; **+1**}.
GV(2) = 4 games - for V(2) ={**+1**; **0**}.

GV(3) = 82 games - for V(3) ={**+1**; **+1**; **+1**}.
GV(3) = 4 games - for V(3) ={**+1**; **0**; **0**}.
GV(3) = 5 games - for V(3) ={**+1**; **0**; **+1**}.

Comment. The authors have decided not to give GV-Distributions for larger values of lengths. But for variety let us give here all correct games (there will be 61 of them) that end in a checkmate in the shortest way (in 6 positions, see note regarding shortest games a little below). As such, there is this line in the GV-Distribution (by the symbol $GV_{mate6}(6)$ we mean a symbol for a Conditional GV-Distribution):

$GV_{mate6}(6)$ = 61 games - for V(6) ={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.

Note (about shortest games).

To follow, we give the list of shortest games, from the initial position of this Example (or the initial position of Example 5 of item *1* of this Preface), that end with a checkmate to Black. The shortest games below, however, are games composed of only "**+1**" positions (that is, correct ones), under which the sides cooperate with each other in constructing them.

If Black cooperates with White, then the length of any such game equals 6 (positions). If Black were to put up the toughest resistance against White, then the length of a game would be equal 8 (positions); for example, there would be the game 1.♕d5 ♚b8 2.♔c6 ♚a8 3.♔b6 ♚b8 4.♕d8# (pointed out earlier in item *1*).

End of note.

The list of games is as follows.

«1.♕a1 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a1 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕h8#»;
«1.♕a1 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕h8#»;
«1.♕a1 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a1 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕h8#»;
«1.♕a2 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a2 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕g8#»;
«1.♕a2 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕g8#»;
«1.♕a2 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a2 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕g8#»;
«1.♕a3 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a3 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕f8#»;
«1.♕a3 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕f8#»;
«1.♕a3 ♚c8 2.♔c6 ♚d8 3.♕f8#»;
«1.♕a3 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a3 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕f8#»;
«1.♕a4 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a4 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕e8#»;
«1.♕a4 ♚b8 2.♔b6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕a4 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a4 ♚d8 2.♔b6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕a4 ♚d7 2.♔b6 ♚c8 3.♕e8#»;

«1.♕a5 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a5 ♚c8 2.♔a6 ♚b8 3.♕d8#»;
«1.♕a5 ♚b8 2.♔a6 ♚b8 3.♕d8#»;
«1.♕a5 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕c7#»;
«1.♕a7 ♚c8 2.♔c6 ♚d8 3.♕d7#»;
«1.♕a7 ♚d8 2.♔b6 ♚c8 3.♕c7#»;
«1.♕a7 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a7 ♚d8 2.♔c6 ♚d8 3.♕c7#»;
«1.♕d5 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕g8#»;
«1.♕d5 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕d8#»;
«1.♕d5 ♚c8 2.♔a6 ♚b8 3.♕d8#»;
«1.♕d5 ♚c8 2.♔a6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕d5 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕d5 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕g8#»;
«1.♕e4 ♚b8 2.♔b6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕e4 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕e4 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕e8#»;
«1.♕e4 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕e4 ♚c8 2.♔a6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕e4 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕e4 ♚d8 2.♔b6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕e4 ♚d7 2.♔b6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕e4 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕f3 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕f8#»;
«1.♕f3 ♚c8 2.♔c6 ♚d8 3.♕f8#»;
«1.♕f3 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕f8#»;
«1.♕f3 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕f8#»;
«1.♕f3 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕f3 ♚c8 2.♔a6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕g2 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕g2 ♚c8 2.♔a6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕g2 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕g8#»;
«1.♕g2 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕g8#»;
«1.♕g2 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕g8#»;
«1.♕h1 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕h1 ♚c8 2.♔a6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕h1 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕h8#»;
«1.♕h1 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕h8#»;
«1.♕h1 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕h8#»;

e) Now we compare the GV-Distributions of the four examples of this item. We will compare the first example with the third, and the second with the fourth, since their initial positions are of the same value.

1. Regarding the comparison of the first and third examples. From a chessplayer's point of view it is immediately clear that even though we are comparing two "**0**" positions, it is obvious that the initial position of the first example is at first sight clearly worse than the initial position of the third example. The reason for this is that it is the first example where White and not Black is fighting for a draw. This fact, however, is also described through a GV-Distribution, that is, through the study of V-Sequences. It is enough to understand that any V-Sequence in the first example consists only of the values "**0**" and "**-1**", while any V-Sequence of the third example consists only of the values "**0**" and "**+1**".

But let us take a look at this problem (one of the comparison criteria for positions of the same value) from a different side. Here, for instance, is a question: "how much harder (or easier) is it for White to make a draw in the first example than it is to win in the third example?" We try to answer it by analyzing GV-Distributions of higher orders (with greater lengths *n*).

But under small lengths *n* (with **n=2** and with **n=3** and with **n=4**), there aren't yet any V-Sequences containing a "**+1**". So how can White win? He will obtain any chance at a win at all when an opportunity for Black to make a mistake appears. It will however, only appear later, when Black either steps far away from the white pawn or for some reason fails to take the white queen (or rook) immediately when it appears.

Note that here we are attempting to compare "**0**" positions under two different goals: to make a draw and to win. The first of these goals is reflected by correct (flawless) or "low-error" V-Sequences (the more zeroes in them, the better for White). The second is reflected by "incorrect" or "mainly erroneous" V-Sequences (the more "plus ones" in them, the better for White). Of course, it is possible to compute the percentage of these zeroes or ones under different cases (lengths) but let us simplify the problem a little by employing the Symmetrical White-Black Transformation.

The latter was reviewed in Part *3*, but the reader does not need to get the book with Part *3*. Rather, we will bring up another initial position, which is a consequence of the Transformation above (or its symmetrical counterpart).

Thus, let the initial position «White: ♔a1; Black ♚a3, ♟a2. Black to move» be given. The sense of this position is that it has been obtained by: a vertical reflection of the board in the middle followed by a recoloring of the squares, recoloring of the pieces into opposite colors, switch of turn to move (this is what was called a Symmetrical White-Black
Transformation in Part *3*). Simply put, Black becomes the stronger side in a way, while White needs to make a draw.

We should not be anxious about the circumstance that in this new position it is Black to move. We examine White's chances of making a draw and compare them with White's chances to make a draw in the initial "fortress" position on the cover. But then it is obvious for most chessplayers that White's chances of making a draw here are much higher than in the "fortress" position. This obvious fact is also well-reflected through V-Sequences, which for small lengths do not contain any "**-1**" ("minus ones"). For example, after Black's king move to *b4*, White could even make any move, and the value of the position will not change. Although by the rules of constructing a V-Sequence, he could make a mistake (a seeming trivial situation!).

White can only err on his second move, when, for example, in response to the pawn's promotion to a queen, he does not take it. Then the Balance "king versus king and queen" that is so terrifying for White arises. In this Balance, it is difficult to make a draw; it is at least more difficult than in any positions of the Sequel of position *1* on the cover.

So it turns out that when a chessplayer says that making a draw in the initial position «White: ♔a1; Black ♚a3, ♟a2. Black to move» is easier than in the fortress position on the front cover, he does not fully realize how the game could develop further. He definitely does not consider that upon White's mistake a transition is possible into an endgame with a different material ratio, and making a draw in such endgame would be much more difficult for White. Possibly, however, he does not have to consider it, since it is obvious for him that no one will allow queening. See more on this later.

But this fact is more precisely reflected by V-Sequences, in particular, the GV-Distribution for games with positions in which the Balance now contains a queen. Therefore it makes sense to first compare GV-Distributions of games from "**+1**" positions in this item, namely from examples *2* and *4*. This allows us to understand under which criteria they could be compared (after this we will again revisit the comparison of "**0**" positions of examples *1* and *3*).

2. So, let's compare (by a regular method and through GV-Distributions) the initial positions of examples *2* and *4*. As a reminder, these are positions «White: ♔a6, ♙c7; Black ♚a8. White to move» and «White: ♔b5, ♕b7. Black: ♚d8. White to move» for these two examples, respectively.

A beginner chessplayer will immediately notice that in the first position White checkmates at once. In the language of games: for the first position a checkmate of length two positions is possible, while for the second position such a game ending with a checkmate contains no less than eight positions. Is it possible to compare these positions by the length of the shortest game? Yes, it is, although this is not the only criterion for comparison. Is this criterion reflected by a GV-Distribution? Yes, it is, and here is how.

There are two games reflected by the V-Sequence V(2) ={**+1**; **+1**}. At the same time, there are no correct games of greater length mapped by V-Sequences with three or more "plus ones", as we said before. This means that it is namely these two games end with a checkmate. Otherwise, White could have declared a checkmate later, which would have been reflected by correct "**+1**" V-Sequences (constant sequences of length greater than 2). In other words, it follows from the GV-Distribution that there are two games ending in checkmate from position *2*, of length two elements. They are mapped by a constant "**+1**" V-Sequence of the same length. There are also 61 checkmating games for position *4* of length 6 elements, which are mapped by a constant "**+1**" V-Sequence of the same length.

If we hold the quickest checkmate to be of greatest importance, then position *2* is better, but if we instead hold the number of checkmating games to be such, then position *4* is better. Besides, why is it necessary to declare checkmate in the shortest number of positions? For some chessplayers, it is of possible importance that checkmate can also be declared in some other number of positions. By the same, we hint at the existence of other comparison criteria for positions of the same "**+1**" value.

There exists such a comparison criterion for "**+1**", positions won for White (or, by the way, "**-1**"~~,~~ positions won for Black) as the material ratio of pieces present on the board. For instance, a queen is definitively stronger than other pieces and much stronger than a pawn, so why can we not use this criterion? Yes, we can but the GV-Distribution also reflects this, and here is how.

For position *2* there are two correct "**+1**" games out of seven possible (in other words: two winning White moves of five possible). The ratio of the number of correct games to the number of all games equals 2/7 (approximately 29%). At the same time for position *4* under 23 "**+1**" correct games, there are 23+4=27 games altogether. That is, the ratio is 23/27 (equal to approximately 85%).

Obviously, under the criterion of main parts of the GV(2)-Distribution (ratio of the number of correct games to the total number of games) position *4* ("with the queen") is better than position *2* ("with the pawn"). This also holds for the GV(3)-Distribution: for the position "with the queen" the ratio of the number of correct games to the overall number of games equals 82/(82+4+5)=90% (approximately), while for the position with the pawn it is complete zero. This comparison is strange, so we compare other positions with the same piece ratio immediately below).

f) In this sub-item we attempt to compare "**+1**" positions of different three-piece Balances: "king and queen versus king", "king and rook versus king", "king and pawn versus king". We will refer to them briefly as positions "with queen", "with rook", and "with pawn", respectively. For clarity of analysis all pieces in these positions will stand on the same squares. *c5* and *b7* will be reserved for the white and black kings, and *c4* for White's queen, rook, or pawn. So:

Initial position «with queen»: «White: ♔c5, ♕c4. Black: ♚b7. White to move».

Initial position «with rook»: « White: ♔c5, ♖c4. Black: ♚b7. White to move».

Initial position «with pawn»: « White: ♔c5, ♙c4. Black: ♚b7. White to move».

Here we give GV-Distributions for each of them (computations are taken from the main text or available upon request).

GV-Distribution for position "with queen".
GV(1) = 1 game - for V(1) ={**+1**}.
GV(2) = 25 games - for V(2) ={**+1**; **+1**}.
GV(2) = 1 game - for V(2) ={**+1**; **0**}.
GV(3) = 114 games - for V(3) ={**+1**; **+1**; **+1**}.
GV(3) = 1 game - for V(3) ={**+1**; **0**; **0**}.
GV(3) = 2 games - for V(3) ={**+1**; **0**; **+1**}.
GV(4) = 3141 games - for V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.
GV(4) = 138 games - for V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **0**}.
GV(4) = 6 games - for V(4) ={**+1**; **0**; **0**; **0**}.
GV(4) = 46 games - for V(4) ={**+1**; **0**; **+1**; **+1**}.
GV(4) = 9 games - for V(4) ={**+1**; **0**; **+1**; **0**}.

GV-Distribution for position "with rook".
GV(1) = 1 game - for V(1) ={**+1**}.
GV(2) = 15 games - for V(2) ={**+1**; **+1**}.
GV(2) = 0 games - for V(2) ={**+1**; **0**}.
GV(3) = 79 game - for V(3) ={**+1**; **+1**; **+1**}.
GV(3) = 0 games - for V(3) ={**+1**; **0**; **0**}.
GV(3) = 0 games - for V(3) ={**+1**; **0**; **+1**}.
GV(4) = 1502 games - for V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.
GV(4) = 29 games - for V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **0**}.
GV(4) = 0 games - for V(4) ={**+1**; **0**; **0**; **0**}.
GV(4) = 0 games - for V(4) ={**+1**; **0**; **+1**; **+1**}.
GV(4) = 0 games - for V(4) ={**+1**; **0**; **+1**; **0**}.

GV-Distribution for position "with pawn".
GV(1) = 1 game - for V(1) ={**+1**}.
GV(2) = 3 games - for V(2) ={**+1**; **+1**}.
GV(2) = 2 games - for V(2) ={**+1**; **0**}.
GV(3) = 18 games - for V(3) ={**+1**; **+1**; **+1**}.

GV(3) = 6 games - for V(3) ={**+1**; **0**; **0**}.
GV(3) = 10 games - for V(3) ={**+1**; **0**; **+1**}.
GV(4) = 77 games - for V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.
GV(4) = 59 games - for V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **0**}.
GV(4) = 41 games - for V(4) ={**+1**; **0**; **0**; **0**}.
GV(4) = 20 games - for V(4) ={**+1**; **0**; **+1**; **+1**}.
GV(4) = 57 games - for V(4) ={**+1**; **0**; **+1**; **0**}.

The differences among the GV-Distributions for these three given positons under **n=2** are clearly visible. We compare the main parts (the ratios of the number of correct games to the total number of games) for GV(2) and each of the three positions.

So, for the position "with queen" the ratio equals 25\26=96%. For the position "with rook the ratio equals 15\15=100%. For the position "with pawn" the ratio equals 3\5=60%. It is apparent that the positions "with queen" and "with rook" are clearly better than the position "with pawn". One game in the position "with queen" that begins with the 1.♕c4-a6 is mapped by V(2) ={**+1**; **0**}; the queen is in some part worse than the rook.

These differences patently intensify with an increase in the length of games. So, there are 3141 «**+1**» correct games of length 4 for the position "with queen", 1502 correct games for the position "with rook", and only 77 games for the position "with pawn".

It is not necessary to calculate ratios of the number of correct games to their overall number. It makes sense to simply compare the number "**+1**" of length 4 (or even any other length). It is clear that 3141 games from the position "with queen" more than twice exceed the number of games of the position "with rook".

A thoughtful reader may ask: "is it possible to use these ratios to compare the power of pieces?" Yes, it is; furthermore, it can be shown that they are in some sense more precise than simply the ratios of the power of the pieces mentioned. For simplicity, we take the ratio of the power of pieces as "10:5:1", which reflects the fact that a queen is tenfold stronger than a pawn, a rook is five times stronger than a pawn, while the strength of a pawn is valued at 1.

We find a suitable counterpart for these numbers from the GV(2) Distribution for each position under consideration. Here are numbers that suit this role:: «25:15:3» - the numbers of correct «**+1**» games of length 2 for positions "with queen", "with rook" and "with pawn", respectively. The ratio of the power of a rook and pawn is generally the same (equal to 5). The ratio between the queen and pawn equals 25\3 – slightly exceeding 8, which is also suitable enough. The ratio between a queen and rook (from the GV-Distribution) equals 25/15 =1.67, and while at first sight it differs from 2 slightly, it is nonetheless well-founded by the following idea.

What do the numbers 25 and 15 consist of in the set of correct games of GV(2)-Distributions for positions "with queen" and "with rook", respectively? The number 25 in the position "with queen" consists of 20 queen moves to any square (except *a6*) and 5 king moves. The number 20 in the position "with rook" consists of 10 rook moves and five king moves. This hints at the idea that the preceding numbers reflect a simple, naïve strength of pieces, the given queen or rook. If we pretend to remove the two kings, then the queen will attack 25 squares from *c4*, and the rook will attack 14. And then the ratio will equal 25/14 (slightly closer to the number 2). On the other hand, if the queen stands on *e4*, it attacks 27 squares, while the rook still attacks 14 (regardless of where it stands, by the way), and the ratio would then be 27\14, which is very close to the number 2.

What we have described in the previous paragraph is a naïve evaluation of the power of pieces: that piece is stronger, which holds more squares under control, and it is as many times stronger as many times squares it holds. From this comes an idea: GV Distributions, in particular, GV(2)-Distributions, reflect the naïve power of pieces (here: queen and rook). This fact will be represented in the list of properties of GV-Distributions (or, the general case, the study of V-Sequences).

Yet there also exist obviously positive traits of using GV-Sequences as opposed to a naïve comparison of the power of pieces (or a comparison of "**+1**" positions). The power of pieces on an empty board is after all an abstraction of sorts, since it does not reflect legal positions in Chess. For example, the existence and moves of the white king must always be taken into account in computing the number of games. The existence of the black king must also be taken into account in the following sense: if it is located on the edge or corner of the board, then White must choose his correct move carefully in order not to stalemate. Finally, White had better not put the queen under attack of the black king, and this fact (its move to *a6*) for the position "with queen" is accounted for in the GV(2)-Distribution!

From this comes the following conclusion (which will enter the list of new properties of V-Sequences): using V-Sequences, in particular GV-Distributions of games from positions of a three-piece "**+1**" Balance, it is possible to compare the relative strength of pieces with greater accuracy.

g) We return to the analysis of the GV-Distribution of games from the "**+1**" position of Example *4* (of this item). Almost certainly this position just like all other white "**+1**" positions of the Sequel of the "king and queen versus king" Balance, are mutually reachable.

They form a connected subset of the "**+1**" Graph of the Sequel of position *4*. (We say "almost certainly" because this generally needs to be proved). If White does not declare checkmate, then it is possible to traverse all positions of this "**+1**" Graph. There are many more of them than there are "**0**" positions in this Balance. The number of correct "**+1**" games almost certainly also grows with an increase of the length of games (and most probably, the ratio of the number of correct games to the number of all games also grows).

Now we compare this picture with "**+1**" positions and games in the Sequels of Balances "king with rook" and "king with pawn versus king".

It is almost certain that all "**+1**" positions of the "**+1**" Graph of the Sequel of the Balance "king and rook versus king" are also mutually reachable. Their number is far greater than the number of "**0**" positions in this Balance. But at the same time, compared to the Balance "king and queen versus king" the number of games is smaller (since on average, the number of winning moves for arbitrarily taken "**+1**" positions "with rook" is lower than the number of winning moves in corresponding positions "with queen").

From these considerations it follows that: either the number of winning moves or the number of games of such-and-such length may serve as a comparison criterion for "**+1**" positions "with queen", "with rook", and "with pawn". These positions can be taken from our example or can be arbitrary in the Balances of corresponding Sequels. However, it is necessary to take into account the following circumstance.

White's pawn in "**+1**" positions of the Balance "king with pawn versus king" may promote to a queen or to a rook in order to secure a win. Yes, neither checkmate nor a promotion of the pawn into these pieces is necessary in the theory (unless we invoke a new condition on the necessity of checkmate or creation of positions "with queen" or "with rook"). However, in computing the number of games we will need to consider that long games will then contain positions of Balances "with queen" and "with rook". It makes sense to briefly illustrate this fact with a new additional example.

h) Let an initial position be given: «White: ♔d8, ♙c7. Black: ♚a8. White to move». Before constructing a GV-Distribution for it, we note that it can arise via some "**+1**" game from the position "with pawn" of the preceding example, that is, the position «White: ♔c5, ♙c4. Black: ♚b7. White to move». Besides, there are "**+1**" positions with the pawn on *c6* and *c5* between them, and even "earlier" the pawn could have been on *c3* and *c2*. The set of games from "**+1**" positions, characterized by the pawn's location on various ranks of this same file (here: the c-file) forms the so-called "**+1**" "Excelsior Filter". It is examined in Part *3* of the theory. The authors here do not compel the reader to completely comprehend what the Filter means, and we will only say the meaning of the word "excelsior" and shed light on the main idea of the Filter. In Latin "excelsior" means "higher and higher" – relating to the pawn's upward movement.

The main idea of the Excelsior Filter is that the set of "**+1**" games from a position characterized by the pawn's location on a lower rank contains the subset of games from positions standing on a higher rank (and it is so similarly for other sets, as the pawn moves higher and higher). This alone is enough for a subsequent comprehension.

GV-Distribution of games from position «White: ♔d8, ♙c7. Black: ♚a8. White to move».

GV(1) = 1 game - for V(1) ={**+1**}.

GV(2) = 6 games - for V(2) ={**+1**; **+1**}.

GV(2) = 2 games - for V(2) ={**+1**; **0**}.

GV(3) = 10 games - for V(3) ={**+1**; **+1**; **+1**}.

GV(3) = 4 games - for V(3) ={**+1**; **0**; **0**}.

GV(3) = 0 games - for V(3) ={**+1**; **0**; **+1**}.

Comments to this GV-Distribution.

1. There are 2 games mapped by V(2) ={**+1**; **0**} and 4 games mapped by V(3) ={**+1**; **0**; **0**},- these are those in which White promotes the pawn to a bishop or knight. By the way, if these games are excluded, a 100% correctness would result. At least it is important that any king moves are winning, which attests to the fact that the pawn's location on squares close to the promotion square definitely strengthens the king's position as well. This, too, is reflected by a GV-Distribution.

The following fact is also interesting. White may refrain from promoting the pawn to a queen (rook) in all "**+1**" games. He may play with the king alone the squares *b7*, *b8*, *c8*, *d7*, *d8* – at least one such square is unoccupied under any moves of the black king. Consequently, a winning game for White may be of any length (or even infinite) and be reflected by a "**+1**" V-Sequence.

2. Since the pawn is very close to the promotion square, there exist games whose positions belong to a different Balance, either "king and queen versus king" or "king and rook versus king". We usually examine the GV-Distribution for games with positions of any Balances, but it makes sense after all to emphasize certain subsets of games, which are composed of positions of only one Balance (the so-called conditional GV-Distributions).

In the general case (as in the GV-Distribution given above) this now leads to rapid growth of the number of winning games under an increase of the length of game. This is obvious, since we essentially move on to the GV-Distribution of games with positions "with queen". This also leads to an unusual conclusion, which we give in a separate item of the comments.

3. We have determined that the GV-Distribution above reflects the fact that with an increase of game lengths, the number of “**+1**” correct games increases rapidly at some point. This point reflects the time at which a new queen (rook) appears. It is easy to understand that if we had examined the position with the pawn on *c4* as initial, we would have then obtained the same abrupt jump in the number of correct games. The only difference is that such a jump would happen later.

Let’s imagine that we know almost nothing about the form of the initial position or games from it, but we only know the GV-Distribution (a softer scenario: we know it in a chess sense but do not know the value). Then by the presence of the jump (for instance, in sets of the numbers of games or of main parts of the GV-Distribution, such as the ratio of the number of correct games to the number of all games) it is possible to conjecture that we are dealing with abrupt changes in positions/games. In particular, such a change could be a transition into positions of a different Balance. The time of this change (the time at which the jump occurs) also follows from the GV-Distribution.

Then this would be considered a definitely positive property of the GV-Distribution (and of the whole study of V-Sequences). Of course, GV-Distributions and V-Sequences might not be so important for the given positions, but their importance may possibly increase when analyzing positions with unknown values. These questions will be examined in detail in a different Part of the theory, but even here it is already possible to make a prediction: the study of V-Sequences will help us better understand the (possible) values of unknown positions as well. Here an unknown position is a given position specific in a chess sense, only one that is unknown in its value.

4. The idea of the jump (in the number of games mapped by specific V-Sequences) can be applied to “**0**” objects as well; see the following item. Meanwhile, we return to analyzing GV-Distributions of games from “**0**” initial positions of the “king and pawn versus king” Balance.

i) We return to examining the GV-Distribution of games from the “**0**” initial position «White: ♔a6, ♙a7; Black ♚a8. White to move».

1. First of all, while on the hot trail of the previous item, we state that an abrupt jump in the number of games mapped by such-and-such V-Sequences is possible here too. But in order to illustrate this in detail, we need to accept the following condition. Let Black, after white king’s move to the fifth rank (or at any other instant when this is possible, as will be apparent) defend in the following way. He does not capture the white pawn but moves the king to *b7*, or, if he already stands with the king on *b7*, he also refrains from taking the pawn but moves the king to *a8* instead. After this he constantly moves the king along the squares *b7* and *a8* (whenever possible). This is the so-called «**0**» Strategy of not capturing the pawn. We need it in the investigation since Black, by sticking to it, does not leave the Type of the initial position of the “king and pawn versus king” Balance. Before we proceed further (and further we want to create a Conditional Strategy for White as well) we note that the formulated Black Strategy is real in the sense that White cannot interfere with it in any way. The *b7* square is always free for the black king if the white king does not control it. Even if White does control it, Black is forced to take the pawn, leaving the Type, which is something we can prohibit with a Conditional White Strategy.

Now we create this Conditional White Strategy. Let White also not obstruct the Black Strategy formulated above with his moves. Simpler put: White does not stalemate the opponent and does not force him to capture the pawn.

The introduction of these Conditional Strategies emphasizes among all games only those games composed of positions of a single Type. In them, Black moves his king only along the squares *b7* and *a8* (by the way, we will later examine all games played with positions of this Type when, for instance, both kings stroll along the entire board).

We construct the $GV_{b7\text{-}a8}$-Distribution for «b7-a8» games from the position: «White: ♔b5, ♙a7; Black ♚b7. White to move» (if someone is interested in knowing, it results from the initial position of Example *4* :«White: ♔a6, ♙a7; Black ♚a8. White to move» via the game 1.♔b5 ♚b7). Further it is necessary to take into account that the $GV_{b7\text{-}a8}$-Distribution is a conditional distribution in which White has no right to: a) move the pawn; б) move the king to squares that force Black to take the pawn or stalemate Black; c) Black moves only along the squares *b7* and *a8* (mathematically, it is as if the sides are located and play in that subset of the Type which is defined by Black's moves along these two squares).

$GV_{b7\text{-}a8}$-Distributions of games from the «**0**» initial position «White: ♔b5, ♙a7; Black ♚b7. White to move».

$GV_{b7\text{-}a8}(1)$ = 1 games - for V(1) ={**0**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(2)$ = 5 games - for V(2) ={**0**; **0**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(3)$ = 5 games - for V(3) ={**0**; **0**; **0**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(3)$ = 0 games - for V(3) ={**0**; **0**; **+1**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(4)$ = 30 games - for V(4) ={**0**; **0**; **0**; **0**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(4)$ = 0 games - for V(4) ={**0**; **0**; **+1**; **+1**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(4)$ = 0 games - for V(4) ={**0**; **0**; **+1**; **0**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(5)$ = 30 games - for V(5) ={**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(5)$ = 0 games - for V(5) ={**0**; **0**; **0**; **0**; **+1**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(5)$ = 0 games - for V(5) ={**0**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(5)$ = 0 games - for V(5) ={**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(5)$ = 0 games - for V(5) ={**0**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}.

Comments to this Conditional $GV_{b7\text{-}a8}$-Distribution.

1) There are no games mapped by V-Sequences that have at least one «**+1**», which signifies flawless play of sides. 2) Because Black plays flawlessly, so does White, - this thesis holds true for any «**0**» three-piece positions in which Black has a lone king. 3) Since Black is at all times forced to make only one move (either to *b7* or to *a8*), the number of games mapped by «**0**» V-Sequences increases "incrementally" (repeats after every only move by Black). End of comments.

2. Now it is also possible to create other subsets from the subset of games above.

For example, we can suppose that White may promote the pawn to a bishop or knight (we do not want a promotion to a queen yet, since by the same we enter the "king and queen versus king" Balance, which on the other hand has «**+1**» positions).

Imagine that in the position «White: ♔e5, ♙a7; Black ♚b7. White to move» White promotes the pawn to a bishop. Then, if Black does not take the bishop, White will have 15 moves to choose from on the following move. That is, the number of games increases abruptly compared to the distribution above (it is simplest to compare GV(2)-Distributions of games from the position «White: ♔e5, ♙a7; Black ♚b7. White to move» and from the position «White: ♔e5 ♗a8; Black ♚b8. White to move», which results after the moves 1. a8♗ ♚b8»). The number of games of a greater length will almost always increase also (this is what we referred to as the "jump" slightly above).

3. Now we widen that "conditional" set of positions which gave us the set of games according to the Conditional $GV_{b7\text{-}a8}$-Distribution even further. Namely: we will now examine the entire Type, which is based on the position: «White: ♔b5, ♙a7; Black ♚b7. White to move».

We remind the reader that the Type of a (given) position is the set of all positions that are mutually reachable among themselves and with the given position (this definition is given in the case of a Type consisting of 4 or more position, as in our case).

In our Type it is already allowed to move the kings almost anywhere, if it is then possible to return to the same position (of course, promoting the pawn or stalemating is not allowed). It is clear that the set of «b7-a8» positions (those in which the black king wanders along the squares *b7* and *a8*) is part of the Type. As we have determined, all of its elements (positions) have value «**0**». But since Black may now walk far away from the pawn, the Type also has «**+1**» positions, which in the game or V-Sequence stand for "plus ones" (moreover, White is not even required to promote the pawn).

In chess language «**+1**» and «**0**» positions are expressed by the well-known "rule of the square". It is applied when the king of the side with the pawn does not actively participate in the game.

It consists in the following. If the black king is either already located in the so-called "square of the pawn" (provisionally constructed on the board with side equal to the distance between the pawn's rank and the promotion rank) or can enter the square with its move, then the king stops the pawn; otherwise, it does not stop the pawn.

In our case the square of the pawn includes the squares *a8*, *b7* (the squares *a7* and *b8* may be excluded from obvious considerations: Black's king cannot stand on them in this Type), but with Black to move it is augmented by the squares *a6*, *b6*, *c6*, *c7*, *c8*. Consequently, the squares *a8* and *b7* form "**0**" positions of the Type under any turn to move and under any location of the white king in the lower half of the board, where it is not actively participating in the game). The same applies to the squares *a6*, *b6*, *c6*, *c7*, *c8*, but only if it is Black to move.

Our task is to find all positions of the Type in values, and then to construct its V-Graph (Graph with assigned values), having found their connections between each other. We will suppose that this is a manageable task for us. It will also be necessary to take into account those positions in which White's king does actively participate in the game, being located, for example, not far from its pawn.

Having all positions of the Type and having built its Graph, it is possible to write out all games of given lengths and put them in correspondence with V-Sequences. A deep idea regarding the mapping between games and V-Sequences is hidden here. However, even by making use of the concept of a $GV_{b7\text{-}a8}$-Distribution (as a characteristic of the mapping) it is possible to come to draw useful conclusions.

First of all, it is possible to construct the GV_{Type}-Distribution– the Conditional GV-Distribution of games consisting of positions of the Type. At the same time it will turn out that all chess properties of characteristic positions are also successfully mapped by the Conditional GV-Distribution mentioned above.

We illustrate this fact with an example of the "square rule". So, we compare these two positions: «White: ♔a1, ♙a7; Black ♚a6. White to move» and «White: ♔a1, ♙a7; Black ♚a3. White to move» along GV-Distributions. We place an added condition: White may promote his pawn, but only to a queen or rook (this will be given by the index «promotion to Q\R»).

For the first of them:
$GV_{\text{promotion to Q\R}}(2)$ = 2 games - for V(2) ={**+1**; **+1**}.
$GV_{\text{promotion to Q\R}}(2)$ = 1 game - for V(2) ={**+1**; **0**}.
For the second of them:
$GV_{\text{promotion to Q\R}}(2)$ = 3 games - for V(2) ={**+1**; **+1**}.
$GV_{\text{promotion to Q\R}}(2)$ = 0 games - for V(2) ={**+1**; **0**}, while further under a small increase in the length of games, the number of games mapped by a V-Sequence with at least one zero, will equal zero.

Truly, since Black needs to make 4 moves in order to grab the pawn, a game from the second position must contain at least 8 positions in order to be mapped by a V-Sequence with a zero! Here is one such shortest game that confirms this: «1.♔b1 ♚a4 2.♔a1 ♚a5 3.♔b1 ♚a6 4. 3.♔a1». This game is mapped by V(8) ={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **0**}, therefore, all of its "previous" V-Sequences: V(1); V(2); V(3); V(4); V(5); V(6); V(7), - that contain at least one zero, - do not map a single game! The translation of this sentence into chess language is also true: if the last V-Sequences do not map a single game with at least one "zero", then White can afford to make any moves until a certain point. "Until a certain point" means until Black's king is outside the square, which is confirmed by the rule of the square.

Thus, we have found one more property of V-Sequences (or of the GV-Distribution): it gives a more rigorous mathematical form for expression of chess properties of the endgame "king and pawn versus king". By the way, rigor here is imposed by exact numbers of games, positions, and different V-Sequences (for instance, by the number of games of some length to reach "**0**" positions, stipulated by the rule of the square and many other characteristics).

Now that we have accumulated enough material, it is possible to immediately formulate many important new properties of V-Sequences (by the same we are stating that we will no longer analyze various examples above, but will rather devote ourselves to general problems of the role of V-Sequences in the present theory).

4. a) In this item, we give some new properties of V-Sequences, which we found in the previous item (firstly by the examples above, as well as the Examples of item *1*).

1. V-Sequences can be used to compare the naïve power of pieces.
2. V-Sequences can be used to compare positions of the same value along various criteria.
3. V-Sequences are used to analyze the simplest endgames, such as "king and pawn versus king".
4. V-Sequences are used for a new (often: better and more precise and full) reflection of the rule of the "square".
5. V-Sequences are used to analyze the so-called Excelsior Filters, sets of positions and games from the three-piece Balance "king and pawn versus king", defined by the pawn's position on files that are closer and closer to the promotion FILE.
6. V-Sequences are used to analyze the three-piece Balances "king and bishop versus king" and "king and knight versus king". Although all positions in them are drawn, the connection of these Balances with the "king and pawn versus king" Balance is still important.
7. V-Sequences are used to analyze the Balances "king and queen\rook versus king". In particular, the GV-Distribution is widely used here; see further.
8. V-Sequences and the GV-Distribution are used to analyze the Balance "king and queen versus king". At the same time, it accurately shows the numbers of correct "**+1**" (or "**-1**" if Black is the stronger side) games, as well as incorrect, flawed games of various sorts.

9. V-Sequences and the GV-Distribution offer new, additional comparison criteria for "**+1**" (or "**-1**") positions in the Balance "king and queen versus king" and positions in the Balance "king and rook versus king" (positions contained in a single Balance, as well as between these Balances).

10. One of such important criteria is the ratio of the number of correct games (mapped by V-Sequences-constants) to the total number of games.

11. A very important tool of analysis is the Conditional GV-Distribution, which shows the GV-Distribution of some selected, conditional set of games among all games. In particular, it is possible to point out the following important sets of games mapped by specific V-Sequences (that is, ones forming Conditional GV-Distributions) – we will give them in a separate subitem below.

12. a) The set of games ending in checkmate to Black is mapped by finite V-Sequences that end with «**+1**».

b) The set of games ending in checkmate to Black in a certain number of moves (for instance, from the problems of Chess Composition or as a result of a forcing mating attack by White) is reflected by finite V-Sequences consisting only of «**+1**».

c) The set of games that contain repeating positions is mapped by V-Sequences that contain repeating elements.

c1) If either side (here, for instance, White) has a "**+1**" Repeating Strategy, then all games based on this strategy are mapped by «**+1**» constant V-Sequences and may be (just as the V-Sequences themselves) of arbitrary length.

c2) Among incorrect games (those containing at least one mistake) there exists such a conditional set of games that is mapped by a specific periodic V-Sequence with period
«**+1**; **0**; **+1**; **0**», as well as the set of games mapped by a V-Sequence with period «**+1**; **+1**; **+1**; **0**».

b) The new properties of V-Sequences brought up above are essentially based on certain general ideas and concepts, which are infused into the entire study of themselves and of those games they map. In particular, one such idea is the idea of a GV-Mapping, a mapping between games and V-Sequences.

In this subitem we illustrate it using existing, and possibly new, specific Examples; only in the new subitem will we give its general properties.

1. «Example 2 for GV–Mapping». An initial position: «White: ♔a6, ♙c7; Black ♚a8. White to move» is given. We build its GV–Mapping. "Wait, haven't we already done this?!", the surprised reader will exclaim. He will be right in part, since in order to construct a GV–Mapping we must use the segment copied below.

An initial position has value «**+1**». There are two "**+1**" positions emerging from it: after the pawn's promotion to a queen or rook. All other five emerging positions are of value «**0**». Therefore, among the seven games of length two positions, there are two V-Sequences. One V-Sequence is {**+1**; **+1**}, and the other is {**+1**; **0**}.

The paragraph above, however, does not give specific games and specific V-Sequences mapped by them. We must speak not in the language of positions, but in the language of games. Below we give a correct description of the GV–Mapping for small lengths.

GV–Mapping for length n=1.

Game (here: consisting of one position) - «White: ♔a6, ♙c7; Black ♚a8. White to move» ⇒ V-Sequence (here: consisting of only one element, the value of the given position): {**+1**}.

GV–Mapping for length n=2.

Game *1*: «1. c8♕» ⇒ V-Sequence, V(2) ={**+1**; **+1**}.

Game *2*: «1. c8♖» ⇒ V(2) ={**+1**; **+1**}.

Game *3*: «1. ♔a5» ⇒ {**+1**; **0**}.

Game *4*: «1. ♔b5» ⇒ {**+1**; **0**}.

Game *5*: «1. ♔b6» ⇒ {**+1**; **0**}.

Game *6*: «1. c8♗» ⇒ {**+1**; **0**}.

Game *7*: «1. c8♘» ⇒ {**+1**; **0**}.

GV–Mapping for length n=3.

No games exist (the empty set symbol follows) ∅ ⇒ V(3) ={**+1**; **+1**; **+1**}.

Game *1*: «1. ♔a5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **0**}.

Game *2*: «1. ♔b5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **0**}.

Game *3*: «1. c8♗ ♚b8» ⇒ {**+1**; **0**; **0**}.

Game *4*: «1. c8♘ ♚b8» ⇒ {**+1**; **0**; **0**}.

Game *5*: «1. ♔a5 ♚a7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**}.

Game *6*: «1. ♔b5 ♚a7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**}.

GV–Mapping for length n=4.

∅ ⇒ V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.

∅ ⇒ V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **0**}.

Games that begin with the moves: «1. ♔a5 ♚b7», in which the second moves are: 2.c8♕; 2.c8♖; 2.c8♗; 2.c8♘; 2. ♔a4; 2. ♔b4; 2. ♔b5, - and games that begin with the moves: «1. ♔b5 ♚b7», in which the second moves are: 2.c8♕; 2.c8♖; 2.c8♗; 2.c8♘; 2. ♔a4; 2. ♔a5; 2. ♔b4; 2. ♔c4; 2. ♔c5, - ⇒ V(4) ={**+1**; **0**; **0**; **0**} (16 games altogether, as is pointed out earlier along the GV-Distribution).

Game 1: «1.♔a5 ♚a7 2.c8♖» ⇒ {**+1**; **0;** **+1**; **+1**}.

Game 2: «1.♔b5 ♚a7 2.c8♖» ⇒ {**+1**; **0;** **+1**; **+1**}.

Game 3: «1.♔b5 ♚a7 2.♔c6» ⇒ {**+1**; **0;** **+1**; **+1**}.

14 games: «1.♔a5 ♚a7 2.c8♕»; «1.♔a5 ♚a7 2.c8♗»; «1.♔a5 ♚a7 2.c8♘» «1.♔a5 ♚a7 2.♔a4»; «1.♔a5 ♚a7 2.♔b4»; «1.♔a5 ♚a7 2.♔b5»; «1.♔b5 ♚a7 2.c8♕»; «1.♔b5 ♚a7 2.c8♗»; «1.♔b5 ♚a7 2.c8♘»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔a4»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔a5»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔b4»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔c4»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔c5» ⇒ {**+1**; **0;** **+1**; **0**}.

Comments.

We see the main difference of the GV–Mapping from, for example, the GV-Distribution or other secondary properties, which concern the relationship between games and V-Sequences. It lies in the fact that for every game, a unique V-Sequence is put into correspondence with that game. A mapping or function, just as any mapping in mathematics, must possess, and in this case does possess! – defining qualities that are expressed in the words “every” and “unique”. We will address this below in the description of general properties of this mapping. For now we stress (using the Example above) that by having the–Mapping, we essentially have all other properties, such as the GV-Distribution.

End of comments.

2. «Example *11* for GV–Mapping» (only games from position *1* below are considered, ones that consist of the following four positions.

Position *1*: «White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚d8. White to move»

Position *2*: «White: ♔a5, ♕e7. Black: ♚d8. Black to move»;

Position *3*: «White: ♔a5, ♕e7. Black: ♚c8. White to move»;

Position *4*: «White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚c8. Black to move»;

GV–Mapping for length n=1.

Game/position 1 $\Rightarrow$ {**+1**}.

GV–Mapping for length n=2.

Game: «Position*1*; position *2*» $\Rightarrow$ {**+1**; **0**}.

GV–Mapping for length n=3.

Game: {1; 2; 3} $\Rightarrow$ {**+1**; **0**; **+1**}.

GV–Mapping for length n=4.

{1; 2; 3; 4} $\Rightarrow$ {**+1**; **0**; **+1**; **0**}.

And so on for higher n.

Comments:

1. For simplicity we do not give lines with V-Sequences that do not map flawless (or "not completely flawed") games, although by the Fibonacci Formula they should exist (in other words: there are no lines with an empty set); 2. It is clear that the GV-Mapping above is rather clear, since it maps a Graph of four positions, where the games are traversals of the Graph from position *1*, and V-Sequences are sequences of values of these positions. That is why every time (under a given length) we have only one game; 3. But by making the Graph slightly more compound, for example, by adding a second contour (from position *1*), we will often have several games (of the same length) mapped by different V-Sequences; see Example that follows.

End of comments.

3a) «Example *15* (slightly modified) for GV–Mapping».

The following eight positions are given (the first four are the same as in the previous example, while the next four are selected based on Example *15* of item *1*).

Position *1*: «White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚d8. White to move»;

Position *2*: «White: ♔a5, ♕e7. Black: ♚d8. Black to move»;

Position *3*: «White: ♔a5, ♕e7. Black: ♚c8. White to move»;

Position *4*: «White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚c8. Black to move»;

Position *12*: «White: ♔a5, ♕a7. Black: ♚d8. Black to move»;

Position *11*: «White: ♔a5, ♕a7. Black: ♚c8. White to move»;

Position *13*: «White: ♔a5, ♕a7. Black: ♚e8. Black to move»;

Position *14*: «White: ♔a5, ♕b7. Black: ♚e8. White to move»;

For the subsequent construction the reader only needs to recall that these eight positions define three distinct minor contours. Contour "A" consists of positions «1; 2; 3; 4; 1» (with values from the V-Sequence {**+1**; **0**; **+1; 0; +1**}). Contour "D" is presented by positions «1; 12; 11; 4; 1» (with values from the V-Sequence {**+1**; **+1**; **+1; 0; +1**}). Contour "C" is presented by positions «1; 12; 13; 14; 1» (with values from the V-Sequence {**+1**; **+1**; **+1; +1; +1**}). Of course, some reader will find it difficult to imagine a Graph of these positions. If that is the case, they may first find its image in the main text, and then return to reading this General Preface.

GV–Mapping (from position *1*) for length **n=1**.
{1} ⇒ {**+1**}.
GV–Mapping for length **n=2**.
{1; 2} ⇒ {**+1**; **0**}.
{1; 12} ⇒ {**+1**; **+1**}.
GV–Mapping for length **n=3**.
{1; 2; 3} ⇒ {**+1**; **0**; **+1**}.
{1; 12; 11} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**}.
{1; 12; 13} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**}.
GV–Mapping for length **n=4**.
{1; 2; 3; 4} ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **0**}.
{1; 12; 11; 4} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**}.
{1; 12; 13; 14} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.
GV–Mapping for length **n=5**.
{1; 2; 3; 4; 1} ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}.
{1; 12; 11; 4; 1} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**}.
{1; 12; 13; 14; 1} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.
GV–Mapping for length **n=6**.
{1; 2; 3; 4; 1; 2} ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**}.
{1; 2; 3; 4; 1; 12} ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1; +1**}.
{1; 12; 11; 4; 1; 12} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**; **+1**}.
{1; 12; 11; 4; 1; 2} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**; **0**}.
{1; 12; 13; 14; 1; 2} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **0**}.
{1; 12; 13; 14; 1; 12} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.
And so on for other lengths (we can write briefly: GV(n) – GV–Mapping for length *n*).
Comments:

1. By the Fibonacci formula (with initial parameters **1** and **2**) the number of V-Sequences under various values of *n* for the given case is this: 1; 2; 3; 5; 8; 13...; 2. We see, however, that for certain *n* some V-Sequences are not given. But this does not mean that they do not exist: there simply are no games that they map. For instance, for **n=5** the following V-sequences do not map a single game: {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**}, {**+1**; **0**; **0**; **0**; **0**}, {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **0**}, {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **0**}, {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}. This happens for different reasons, and let's analyze this phenomenon in a separate subitem, after that we will understand better the general properties of the GV–Mapping.

End of comments.

b) So, theoretically (according to the Fibonacci formula with initial parameters **1** and **2**) under n=5 there must be eight V-Sequences. Let's write them out once more, this time pointing out at the ends of lines whether they map any games for our "Example *15* (slightly modified) for GV–Mapping" (they were first pointed out in item "3.b").

First V-Sequence: {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}, - maps {1; 12; 13; 14; 1}.
Second V- Sequence: {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **0**}, - does not map anything;
Third V- Sequence: {**+1**; **0**; **0**; **0**; **0**}, - does not map anything;
Fourth V- Sequence: {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}, - does not map anything;

Fifth V- Sequence: {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**}, - does not map anything;
Sixth V- Sequence: {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**), - maps {1; 12; 11; 4; 1};
Seventh V-v: {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **0**}, - does not map anything;
Eighth V- Sequence: {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}, - maps {1; 2; 3; 4; 1; 2}.

Regarding the "Second", "Third", "Fifth", and "Seventh" V-Sequences: the reason that there are no games that they map is the following.

Each of them has two (or more) consecutive "zeroes", such that the first of them is found at an even place. This attests that Black did not err in a drawn position. But we know that this signifies concretely that he captured the white queen, thereby transitioning to a Balance with lone kings. But our Graph, even if a subgraph (or conditional!) does not allow positions of the KK-Balance (with only two kings). It seems that it is possible and necessary to use an improved form of recording the GV–Mapping: «$GV_{Graph15}$ –Mapping», where «Graph15» is a subgraph of the complete Graph of the Sequel.

From this an important property of the GV-Mapping of the Example presented immediately follows. It concerns only some subgraph of the entire Sequel of the initial position *1*, primarily the one given by the Balance "with queen". Besides, our Graph is very small (in number of positions) and therefore does not contain games mapped by the "Fourth" V-Sequence: {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}. After all, it symbolizes the fact that first White put his queen en prise (made a mistake) Black did not capture it (made a mistake), but after that neither side made any mistakes (although they could if we were examining other positions as well).

We note also that even if we had examined the entire Sequel from position *1*, it would still not have contained games mapped by the "Fifth" V-Sequence: {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**}. The reason for this is that three consecutive "zeroes", which symbolize the KK-Balance, would deny the last "plus-one" (we have already talked about this, but in other words). This fact positively defines the V-Sequence (and the whole GV– Mapping above) in the following sense: knowing it ("there are no games mapped by it") it is possible to draw a conclusion regarding the properties of the games and positions themselves. Now we are ready to move on to describing the general properties of the GV–Mapping.

5. In this item we give a list of main properties of the GV–Mapping, one of the central concepts of the entire study of V-Sequences.

Before anything else, it is necessary to understand that a GV–Mapping is a correspondence (or function) between every game and V-Sequence, under which a unique V-Sequence is necessarily assigned to correspond to every game.

Speaking of the GV–Mapping as a mapping or function, we immediately underscore these properties that apply to any mapping. It is the fact that:

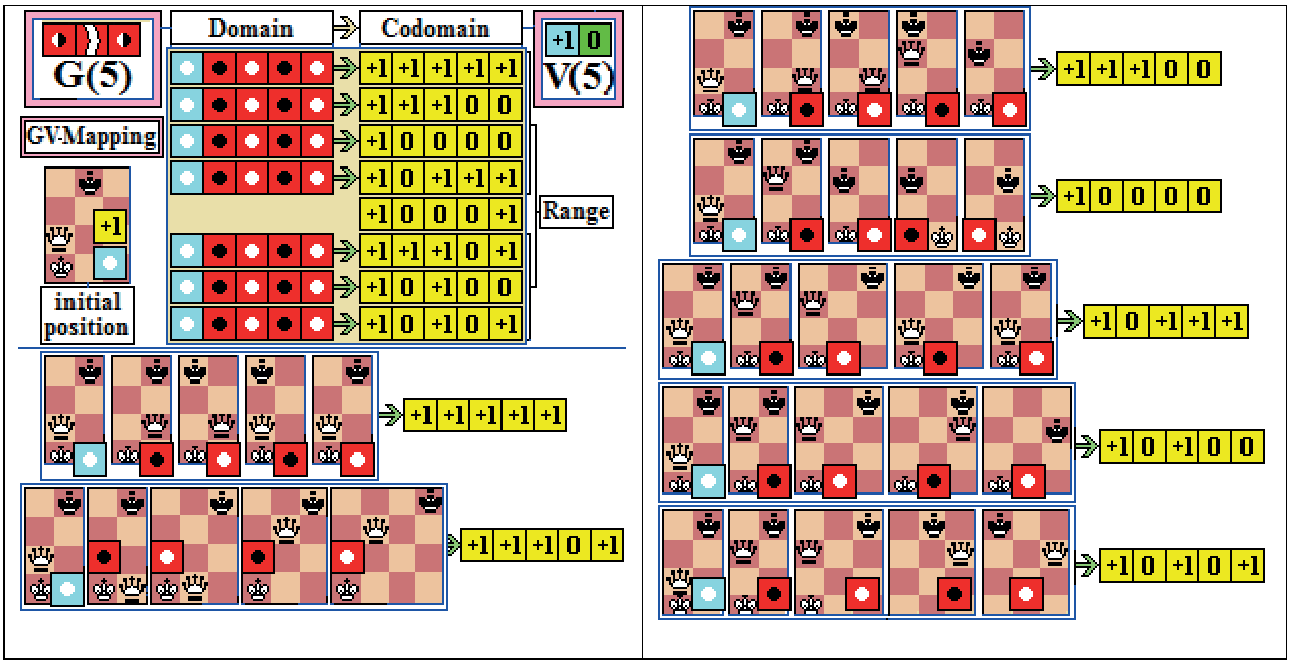
1) A mapping is some correspondence between two sets: the set of games and the set of V-Sequences, but additionally possessing the following property:

2) For every game, some V-Sequence is put to correspond with, such that:

3) It is unique in the set of all V-Sequences.

These three first properties are the most general and possess perhaps the highest form of abstraction. They are distracted from any specifics: specific positions, specific games, specific V-Sequences. As is well-known, mathematics is the study of the most abstract forms of the surrounding world, and so for the world of Chess the GV–Mapping is the most prominent manifestation of the highest abstraction regarding its objects from the point of view of values (for positions) and V-Sequences (for games).

Yet after all let’s describe these two sets, which are in correspondence with each other. GV–Mapping includes a set of games, - the domain, and a set of V-Sequences, - the codomain. Inside the codomain there is a range, is the set of the images of all games. A picture below explains the difference between codomain and range. In particular, the codomain consists of 8 V-Sequences. But the range consists of 7 V-Sequences, since the V-Sequence {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**} does not map any game (that was explained earlier).



Games can be given by various means: chess notation, segments (as finite sequences) of positions as expressed either numerically or verbally, traversals (paths among vertices) in such-and-such Graphs, and other means, all of which are based on the game as always a sequence of positions.

V-Sequences can be (and usually are) given by ordinary numeric sequences, but ones consisting of no more than three distinct elements (values). Sometimes V-Sequences can be given by certain numbers in their specific lists.

Although games, as we wrote above, can be given by different forms, mathematics is primarily interested in the question: “can games and V-Sequences essentially be of the same nature?” Fortunately, the answer is affirmative: both are sequences, and above all numeric ones. It is in this form that the GV–Mapping most prominently manifests itself. Their key factor in this correspondence is the length of game (as of a sequence of positions expressed by numbers assigned to them) and length of V-Sequence (as a sequence of numeric values). These lengths must coincide always, which leads to the following important property of the GV–Mapping.

4) Under a fixed length *n* there exist separate–Mappings, denoted as GV(n)–Mappings. We once more underscore that a GV(n)–Mapping is not a function between games and length *n* or a function between V-Sequences (for example, their number) and length *n*, but rather between games and V-Sequences under fixed *n*.

5) Also the GV–Mapping may be divided into some kinds (forms) depending on some fixed or initial parameters. For instance, it is possible to fix a given position by designating it as initial: then we will have a set of games only from it and a set of V-Sequences from its value (where other values of positions successfully follow). Somewhere between these extreme poles of consideration it is possible to examine GV–Mappings between games and V-Sequences that originate from an abstract white and black position, positions of a certain class, Balance, and other specific or conditional sets. We can examine games and V-Sequences separately, depending on these parameters, but once more we underscore that the GV–Mapping, which is called the Conditional GV–Mapping, is a mapping between games and V-Sequences (immediately below see them as a separate property).

6) A $GV_{condition}$ –Mapping is the correspondence between sets with a certain characteristic or under a certain condition, which are applicable to both the set of games and the set of V-Sequences. Special Graphs (subgraphs), special sets (subsets), and other selected conditions serve as examples in a more general set of such. It is also possible to suppose that games as well as V-Sequences will change under an altering of these conditions. One as well as the other will depend on them, forming their own functions. However, there must always be a correspondence precisely between games and V-Sequences, which form the content of the $GV_{condition}$ –Mapping.

7) In Part *6* of the theory (this book) mostly GV–Mappings with sufficiently general initial characteristics are analyzed. In particular, such are the value of the initial position, its turn to move, as well as the set of values of positions in the Sequel of this initial position. Further the properties describe the main possibilities of embodying the GV–Mapping under construction of games in the Sequel that contains only two distinct values of its positions. At the same, it turns out that:

8) There exist 12 possibilities of GV–Mappings, divided into two large groups along the following parameters:

a) In the initial position, a side can commit a mistake;

b) In the initial position, a side cannot commit a mistake;

For each of these groups the GV–Mapping (or GV(n)–Mappings under fixed *n*), the following special properties surface.

For group "a" the kind and number of V-Sequences are given or computed synonymously and independently of any other conditions. In particular:

9) The appearance of a V(n)-Sequence is determined only by the Principles of Maximum and Minimum, while the number of V(n)-Sequences is calculated from the Fibonacci formula under two possibilities of initial parameters (of said formula), namely:

a) For possibilities of group "a" this formula is:

F(n)=F(n-1)+F(n-2) for *n* greater than or equal to 3 (for **n=1** and **n=2** the values are equal to **1** and **2**, respectively).

This formula leads to the sequence {1; 2; 3; 5; 8...}.

b) For possibilities of group "b" this formula is:

F(n)=F(n-1)+F(n-2) for *n* greater than or equal to 3 (for **n=1** и **n=2** the values are equal to **1** and **1**, respectively).

This formula leads to the sequence {1; 1; 2; 3; 5...}.

10) The formula **F(n)=F(n-1)+F(n-2)** under given initial parameters of possibilities «a» and «b» must be understood as a separate function, which describes the number of V-Sequences depending on *n*. This is not a GV–Mapping (or even GV(n)–Mappings for fixed *n*).

11) The number of V-Sequences determined by the Fibonacci formula above (in either possibility: “a” or “b”) is the maximal number of V-Sequences under given initial conditions. The maximal number (and appearance) of V-Sequences essentially forms the codomain of the GV–Mapping. It is in some sense independent of the domain, - the set of games.

Only a certain part of this set of V-Sequences, called the range of the mapping, maps games. By the same, it is affirmed that the range of the mapping might not coincide with the entire codomain. Or: it is possible that some V-Sequences do not map a single game. Yet the converse is impossible: for every element of the domain, - games, there is always a corresponding V-Sequence, which is also unique.

12) The set of games that are mapped by the same V-Sequence, is also a set of homomorphic games, games that are equal in some respect. In chess language all such games are equal in the “value” sense: the sequence of positional values comprising them is the same for all such homomorphic games.

13) In Part *3* of the theory the concept of Homomorphism of positions was introduced (more precisely, a value homomorphism, but for brevity we give it exactly like this, and similarly for games – see further).

Homomorphism of positions is the “equality” of positions with the same value. Homomorphism of games, though, is an extension of the concept of homomorphism from positions to games. It is clear, however, that whereas there were only three Homomorphisms for positions («**+1**»-Homomorphism, «**0**»- Homomorphism, «**-1**»-Homomorphism), there are many more of them for games. Their number, in particular, under certain conditions described in items 7-10 of properties above, coincides with the number of V-Sequences and is determined by the Fibonacci formula with certain initial parameters.

For now we interrupt the enumeration of general properties of the GV–Mapping. Yet it is necessary to keep in mind that many properties will be present in Parts of the theory that follow, mainly ones dedicated to V-Sequences of all three values.

Note for the readers in English.

Please jump to Part 3 of this Preface.

3. а) В этом пункте дадим некоторые свойства V-Последовательностей (прежде всего те, которые прямо вытекают из Примеров выше), а затем подробно осветим последнее из них.

1. V-Последовательность отражает оценки не только одной позиции, а и всей партии, содержащей любое произвольное, в том числе бесконечное, число позиций.

2. V-Последовательность состоит из не более чем трех элементов (оценок позиций), но может быть любой длины, в частности, быть бесконечной, как содержащей бесконечное число элементов. В определенном смысле она существует самостоятельно, независимо от партии и имеет свойства, независимые от свойств партий.

3. V-Последовательность отражает ошибочность или безошибочность игры сторон. Так, изменение элементов в ней есть ошибка (если связать V-Последовательность с конкретной партией, то говорится об ошибке, совершенной стороной в этой партии). Отсутствие ошибки (например, в партии) отражается V-Последовательностью-константой.

4. Также, если у нас имеется несколько партий, отражаемых одной и той же конкретной V-Последовательностью, то число ошибок во всех партиях равно произведению числа всех партий на число ошибок, задаваемых этой V-Последовательностью.

5. V-Последовательности можно (и часто нужно, и полезно) связывать с Графом Сиквела рассматриваемой позиции. Тогда партия от этой позиции есть какой-либо обход этого Графа (или его части), а V-Последовательность есть последовательность оценок позиций при этом обходе.

6. V-Последовательность определенной (здесь: конечной) длины отражает конкретные ограничения на порядок ее возможных элементов. Этот порядок в большинстве случаев основан на Принципах Максимума и Минимума.

b) Как мы уже неоднократно говорили, огромную роль для оценок позиций (как для партий, так и для V-Последовательностей) играют Принципы Максимума и Минимума.

Принцип Максимума касается белой позиции и состоит в том, что оценка белой позиции есть максимум оценок всех позиций, прямо вытекающих от нее.

Принцип Мимимума касается черной позиции и состоит в том, что оценка черной позиции есть минимум оценок всех позиций, прямо вытекающих от нее.

Давайте подробно опишем, как эти Принципы влияют на порядок элементов в V-Последовательности. Рассмотрим вначале случай только двух оценок, «**+1**» и «**0**», образующих V-Последовательность. Этот случай конкретно иллюстрируется теми примерами выше, в которых рассматриваются V-Последовательности от партий от данной начальной позиции с голым королем у Черных.

Например, в белой позиции *1*: «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚d8. Ход Белых» ее оценка – «**+1**» и никогда, в любых партиях, не опустится до «**-1**» (символизирующую выигрыш Черных, но он невозможен при голом черном короле). Но она, как мы показали, может быть оценки «**0**».

Для выражения этого факта лучше использовать понятие Сиквела начальной позиции, который говорит, что в Сиквеле данной позиции есть и позиции оценки «**0**». Более того, такие позиции есть уже среди тех, которые прямо выходят из позиции *1*.

Тогда, согласно Принципу Максимума для Белых, оценка начальной позиции должна быть выбрана из множества возможных оценок всех выходящих позиций. И если кроме оценки «**+1**», есть и оценка «**0**», то это означает, что: *1*) оценка начальной позиции есть «**+1**» (как максимум из двух); *2*) есть две возможные V-Последовательности из двух элементов: {**+1**; **+1**} и {**+1**; **0**}.

Рассмотрим, какие существуют V-Последовательности из трех элементов. Для этого можно использовать только что найденные V-Последовательности из двух элементов, только надо иметь ввиду, что они «кончаются» уже черной позицией, - точнее, имеют на свое втором месте оценку, относящуюся к черной позиции.

Если эта оценка «**+1**», то это означает, что согласно Принципу Минимума следующей оценкой может быть только снова «**+1**»; ведь Черные не могут уменьшить оценку своей позиции. Это приводит к тому, что из V-Последовательности {**+1**; **+1**} V-Последовательность {**+1**; **+1; 0**} получиться не может. Другими словами, из V-Последовательности {**+1; +1**} получается только одна V-Последовательность из трех элементов{**+1**; **+1**; **+1**}. Две же V-Последовательности (из трех элементов) получаются только из V-Последовательности {**+1**; **0**}. Они записываются как: {**+1**; **0**; **0**} и {**+1**; **0**; **+1**}. Первая из них означает, что Черные, находясь в «**0**» для себя позиции, сыграли безошибочно и тогда оценка осталась такой же; а вторая означает, что они совершили ошибку, или: оценка для них увеличилась.

Получается, что число V-Последовательностей длиной в три элемента при двух возможных значениях (оценках «**+1**» и «**0**») и при обязательном первом элементе «**+1**» - не четыре, а три.

Ясно, что с увеличением длины следует ожидать снижения числа V-Последовательностей по сравнению с тем, что было бы с этим числом, если бы они формировались при произвольном порядке следования в них «единиц» и «нулей». Так, при обычной «1-0» последовательности длиной в четыре элемента было бы восемь последовательностей (или 2 в третьей степени, где третья степень отражает тот факт, что первый элемент «**1**» нельзя менять), а с учетом Принципов Максимума и Минимума оказывается, что таких V-Последовательностей только пять. Покажем же это, сразу выписав все возможные V-Последовательности.

Список V-Последовательностей длиной в 4 элемента, отражающих партии, нвчинающихся с начальной белой «**+1**» позиции, Сиквел которой имеет позиции только двух оценок: «**+1**» и «**0**».

Первая V-Последовательность: {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**};

Вторая V-Последовательность: {**+1**; **+1**; **+1**; **0**};

Третья V-Последовательность: {**+1**; **0**; **0**; **0**};

Четвертая V-Последовательность: {**+1**; **0**; **+1**; **+1**};

Пятая V-Последовательность: {**+1**; **0**; **+1**; **0**}.

Заметим, в частности, что в списке нет V-Последовательности {**+1**; **0**; **0**; **+1**}. Эта, как мы говорили, V-Последовательность из «1001 ночи восточных сказок», противоречит Принципу Максимума для белой позиции: после «**0**», стоящего на третьем месте, не может идти «**+1**». Также нет V-Последовательностей {**+1**; **+1**; **0**; **0**} или {**+1**; **+1**; **0**; **+1**}: для каждой из них после второй «**+1**» не может идти третьим элементом «**0**», кроме того для второй после третьего «**0**» не может идти «**+1**». Указанные в этом абзаце три нелегальные V-Последовательности, вместе с пятью легальными, дали бы восемь V-Последовательностей по формуле «их число равно 2^{n-1}» (где n - длина любой V-Последовательности, как легальной, так и нелегальной, при заданном первом элементе «**+1**»).

Также можно показать, что число V-Последовательностей длиной в пять элементов равно восьми. Их список дан ниже.

Первая V-Последовательность: {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.
Вторая V-Последовательность: {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **0**}.
Третья V-Последовательность: {**+1**; **0**; **0**; **0**; **0**}.
Четвертая V-Последовательность: {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
Пятая V-Последовательность: {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**}.
Шестая V-Последовательность: {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**).
Седьмая V-Последовательность: {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **0**}.
Восьмая V-Последовательность: {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}.

Этот список (как и предыдущий) составлен по критерию большего числа ошибок в V-Последовательности. Так, первая V-Последовательность – есть V-Последовательность-константа, то есть отражающая любую безошибочную партию (от начальной белой «**+1**» позиции). Вторая и третья V-Последовательности имеют одну ошибку: во второй Белые в третьей позиции ошиблись, что отражается группой «1-0», а в третьей Белые ошиблись на своем первом ходу; в обоих случаях это отражается группой «1-0». Четвертая V-Последовательность имеет две ошибки, совершенных на первом ходу и Белых и (сразу же) Черных (группа «1-0-1»). Пятая также имеет две ошибки, но совершенные в разное время: вначале Белые ошиблись (группа «1-0»), и лишь в самом конце ошиблись Черные (группа «0-1»). Шестая V-Последовательность отражает две ошибки, идущие рядом в конце этой V-Последовательности (группа «1-0-1»). Седьмая V-Последовательность отражает 3 ошибки (группа «1-0-1-0» из первых четырех элементов). Наконец, восьмая V-Последовательность отражает самую неправильную, ошибочную, партию, - она имеет 4 ошибки, так как ее элементы все время меняются в значениях.

Имеются 13 V-Последовательностей с 6 элементами; 21 V-Последовательность с 7 элементами, 34 V-Последовательности с 8 элементами. Читатель, прочитавший Предисловие-Описание к обложке, уже знает, по какой формуле получаются количества этих V-Последовательностей. Это формула Фибоначчи: **F(n)=F(n-1)+F(n-2)** при ***n*** большем или равном **3** (для n=1 и n=2 значения равны **1** и **2** соответственно).

В главном тексте эта формула доказывается дважды. Это означает следующее. Эта формула необычна в том смысле, что является рекуррентной, а не аналитической. Рекуррентная формула – эта, где значение каждого следующего числа в последовательности зависит от предыдущих, а не только от номера **n** в V-Последовательности (тогда формула является аналитической).

Так, авторы вначале вывели и доказали рекуррентную формулу выше. Затем же они вывели и доказали аналитическую формулу: ту, где число V-Последовательностей выражается как функция от **n**.

Это все касается, подчеркнем, числа V-Последовательностей, отражающих партии с начальной белой «**+1**» позицией, Сиквел которой имеет позиции только двух оценок: «**+1**» и «**0**». Очевидно, что эта формула (как в рекуррентной, так и аналитической формах) будет такой же, если начальная позиция будет черной «**0**» позицией. Мы тут лишь проиллюстрируем этот факт (хотя в главном тексте он доказан).

Так, допустим у нас дана позиция «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚c8. Ход Черных» (эта позиция называлась нами «позиция *4*» в Примере *15*). Черные имеют два хода: один, ведущий в позицию той же оценки «**0**», а другой, ошибочный, в другую оценку, «**+1**».

Получаются две партии, отражающиеся двумя разными V-Последовательностями: {**0; 0**} и {**0; +1**} (и в партиях и в V-Последовательностях по два элемента). Если вдуматься, то эта ситуация (две V-Последовательности длины в два элемента) аналогична ситуации с двумя V-Последовательностями от белой «**+1**» позиции, описанной выше, - лишь «нули» заменяются на «единицы», а «единицы» - на «нули».

Такая же ситуация возникает и в Примере *1*, с начальной позицией оценки «**0**» на обложке книги: «Белые: ♔a1, ♗b1. Черные: ♚b3, ♜e2. Ход Белых». Сиквел этой позиции имеет позиции только двух оценок, «**0**» и «**-1**», причем первым ходом Белые могут создать партии, отражающиеся V-Последовательностями {**0; 0**} и {**0; -1**}. Если они действительно сыграют правильно, то поддержат оценку позиции – «**0**» и Черные уже не смогут изменить ее, так как согласно Принципу Минимума они не могут изменить оценку своей позиции на «**-1**» (а изменить оценку на «**+1**» они также не могут, так как позиции с такой оценкой в Сиквеле нет).

Другими словами, число V-Последовательностей определяется формулой Фибоначчи выше, если из начальной позиции возможны партии, отражаемые несколькими разными V-Последовательностями (любой длины), состоящими только из двух элементов, определяемых оценками позиций Сиквела. Например, в главном тексте приводится позиция, Сиквел которой имеет позиции только следующих оценок: «**+1**» и «**-1**». Если при этом начальная белая позиция с оценкой «**+1**», то имеем указанную выше формулу.

Если же в этом последнем случае (с Сиквелом, где все позиции оценки «**+1**» или «**-1**» начальная позиция оценки «**-1**», то формула Фибоначчи остается такой же, только начальные параметры ее другие. Именно: это формула Фибоначчи: **F(n)=F(n-1)+F(n-2)** при *n* большем или равном **3**, а для n=1 и n=2 значения равны **1** и **1** соответственно. Проиллюстрируем это подробнее на позиции из Примера *15*, только в качестве начальной возьмем позицию *12* из Примера *15*: «Белые: ♔a5, ♕a7. Черные: ♚d8. Ход Черных».

Эта позиция имеет оценку «**+1**», но так как в ней ход Черных, то любой ход из нее ведет также в позицию оценки «**+1**». На языке V-Последовательностей это означает, что существует только одна V-Последовательность длины в два элемента в такой ситуации: {**+1; +1**}. Только потом, перейдя в белую позицию, играющая сторона (Белые) может ошибиться, что приведет к тому, что V-Последовательностей (длины 3) будет две: {**+1; +1; +1**} и {**+1; +1; 0**}. V-Последовательностей длины 4 будет три: {**+1; +1; +1; +1**}, {**+1; +1; 0; 0**} и {**+1; +1; 0**; **+1**}. Заметим, что число V-Последовательностей в зависимости от ее длины растет как бы с задержкой по сравнению со случаем, когда начальная позиция была бы не проиграна для стороны, чья очередь хода в ней. Это не влияет на сущность формулы Фибоначчи, только влияет на начальные параметры, которые, в отличие от случая выше (когда они для **n=1** и **n=2** равны **1** и **2**) становятся равными **1** и **1** для **n=1** и **n=2** значений соответственно.

Прежде чем дать выводы по этому подпункту, дадим еще такие замечания.

Замечание *1*. Описанные V-Последовательности в общем случае не обязательно зависят от конкретных партий от такой-то начальной позиции. Для их построения (вида и числа) нужно знать только как бы абстрактную начальную позицию в оценке, ее очередь хода, и в возможных оценках позиции ее Сиквела. При этих трех параметрах можно говорить о функции вида и числа V-Последовательностей в зависимости только от длины V-Последовательности *n* (это и будет отражено в выводах ниже). Конечно, V-Последовательности могут зависеть и от конкретики: начальной такой-то позиции и партий от нее, но этот факт уже определяет другой аспект или другую функцию, которая будет описана в другом пункте. Для обозначения вида и числа V-Последовательностей в зависимости только от длины *n* будем использовать обозначения типа $V(n)^{«0»«-1»}$, - здесь понимается: абстрактная белая позиция оценки «**0**», Сиквел которой содержит только две оценки, «**0**» и «**-1**» (конкретное проявление этого, есть например, позиция *1* на обложке).

Замечание *2*. Это как бы следствие замечания *1* выше. Оно состоит в том, что некоторые V-Последовательности, описанные применительно к конкретным Примерам выше, не всегда отражают реальные партии от них. Это надо понимать так, что этих партий может просто не оказаться для V-Последовательности такого-то вида и длины (ничего страшного, потом мы поймем, что множество партий для таких V-Последовательностей пусто, что допускается для отображения между партиями и V-Последовательностями).

Вот конкретный пример отсутствия партий, происходящих из начальной белой позиции «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚d8. Ход Белых» и отображаемых V-Последовательностью {**+1; 0; 0; 0; +1**} (это, кстати, пятая V-Последовательность из списка восьми).

Для того, чтобы показать, что не существует никаких партий, отражаемых данной V-Последовательностью, приглядимся внимательно на ее строение. Так, Белые сразу совершили ошибку (оценка поменялась с «**+1**» на «**0**»). Черные же ответили безоошибочно (они могли совершить ошибку, но не сделали этого, и оценка не поменялась, оставаясь «**0**»). Белые ответили вроде бы безоошибочно (оценка не поменялась), но они и не могли ошибиться (по Принципу Максимума они не могут увеличить оценку, да и уменьшить не могут в связи с ограничением: оценки «**-1**» быть не может). Наконец, Черные ошиблись (оценка поменялась с «**0**» на «**+1**») и их позиция стала проигранной. Последнее предложение очень интересно. Оказывается, Черные все-таки ошиблись, но перед этим не ошибались (а могли бы). Если отвлечься от конкретных свойств начальной позиции (рассматривая как бы абстрактную начальную белую позицию оценки «**+1**» с ограничением «по Сиквелу»), то это возможно, что и отражается пятой V-Последовательностью {**+1; 0; 0; 0; +1**}. Но если не отвлекаться от конкретных свойств начальной позиции, то это невозможно и вот почему.

Белые, находясь в выигрышной для себя позиции оценки «**+1**», подставили ферзя. Черные его и взяли: в том смысле, что не могли его не взять, так как единственным способом безошибочного ответа для них и было это взятие. В результате получилась позиция с голыми королями. Но тогда, начиная с этого момента, во всех V-Последовательностях должны быть нули, что противоречит нашей V-Последовательности. Отсюда вывод (пока еще не основной, и только для замечания *2*), что нет партий, отражаемой пятой V-Последовательностью, V-Последовательностью, содержащей три подряд идущих нуля между двумя «единицами».

Взглянем чуть шире на это. Мы только что поняли, что V-Последовательность отражает не только партию с точки зрения ошибочной или безошибочной игры сторон, а и время совершения этих ошибок, их частоту, их вероятность появления как независимо от предыдущих событий, так и зависимо от них. Ведь действительно, ни в одной V-Последовательности (отражающей такую-ту партию конкретной длины), не может быть три нуля, стоящие рядом и обрамленные двумя «плюс-единицами».

Это очень важно в понимании идей V-Последовательности в сравнении с оценкой позиции: она гораздо лучше отражает сущность партии, так как отражает ее целиком, во всем времени перехода от одних оценок позиций к другим. Факт оценки «**0**» или факт перехода от «**0**» к «**+1**» еще не говорит о том, что именно произошло в партии до этого момента изменения (или после него). Об этом (и успешно!) говорит V-Последовательность, которая отражает оценки в любой момент времени. Этот факт является важным свойством V-Последовательности в сравнении с использованием оценок только одной или малого числа позиций (мы об этом скажем в новых свойствах).

c) Можно рассматривать вид и число V-Последовательностей независимо от вида начальной позиции и от партий от нее. Необходимыми начальными параметрами для этого являются только следующие параметры: оценка и очередь хода в абстрактной начальной позиции и множество возможных значений, из которых V-Последовательность состоит (в частности, множество оценок позиций Сиквела данной позиции).

Мы в этом Предисловии (по крайней мере в этом пункте) ограничим множество значений V-Последовательностей (оценок) только двумя возможностями, причем теми, которые задаются Сиквелом начальной позиции (случай с тремя оценками будет в основном освещен в следующей части, хотя немного будет упомянут и в этом Общем Предисловии).

При этом ограничении на Сиквел и при заданных характеристиках начальной позиции (ее оценки и очереди хода), единственной и главной характеристикой V-Последовательности является только ее длина *n*. Тогда можно говорить о функции (отображении), между числом и видом V-Последовательностей, и длиной *n* (в этом Предисловии мы опишем много разных функций, это только одна из них).

Тогда существуют такие варианты.

1. $V(n)^{«0»«-1»}$: Число и вид V-Последовательностей в зависимости от длины *n*, - при начальных параметрах: начальная (не важно какая, как бы абстрактная) белая позиция оценки «**0**», Сиквел которой содержит позиции только из двух оценок: «**0**» и «**-1**».
2. $V(n)^{«0»«-1»}$: Число и вид V-Последовательностей в зависимости от длины *n*, - при исходных параметрах: начальная (не важно какая, как бы абстрактная) черная позиция оценки «**0**», Сиквел которой содердит позиции только из двух оценок: «**0**» и «**-1**».
3. $V(n)^{«-1»«0»}$: Число и вид V-Последовательностей в зависимости от длины *n*, - при исходных параметрах: начальная (не важно какая, как бы абстрактная) черная позиция оценки «**-1**», Сиквел которой содержит позиции только из двух оценок: «**-1**» и «**0**».
4. $V(n)^{«-1»«0»}$: Число и вид V-Последовательностей в зависимости от длины *n*, - при исходных параметрах: начальная (не важно какая, как бы абстрактная) белая позиция оценки «**-1**», Сиквел которой содержит позиции только из двух оценок: «**-1**» и «**0**».
5. $V(n)^{«0»«+1»}$: Число и вид V-Последовательностей в зависимости от длины *n*, - при исходных параметрах: начальная (не важно какая, как бы абстрактная) черная позиция оценки «**0**», Сиквел которой содержит позиции только из двух оценок: «**0**» и «**+1**».
6. $V(n)^{«0»«+1»}$: Число и вид V-Последовательностей в зависимости от длины *n*, - при исходных параметрах: начальная (не важно какая, как бы абстрактная) белая позиция оценки «**0**», Сиквел которой содержит позиции только из двух оценок: «**0**» и «**+1**».
7. $V(n)^{«+1»«0»}$: Число и вид V-Последовательностей в зависимости от длины *n*, - при исходных параметрах: начальная (не важно какая, как бы абстрактная) белая позиция оценки «**+1**», Сиквел которой содержит позиции только из двух оценок: «**+1**» и «**0**».
8. $V(n)^{«+1»«0»}$: Число и вид V-Последовательностей в зависимости от длины *n*, - при исходных параметрах: начальная (не важно какая, как бы абстрактная) черная позиция оценки «**+1**», Сиквел которой содержит позиции только из двух оценок: «**+1**» и «**0**».

9. $V(n)^{«+1»«-1»}$: Число и вид V-Последовательностей в зависимости от длины *n*, - при исходных параметрах: начальная (не важно какая, как бы абстрактная) белая позиция оценки «**+1**», Сиквел которой содержит позиции только из двух оценок: «**+1**» и «**-1**».

10. $V(n)^{«+1»«-1»}$: Число и вид V-Последовательностей в зависимости от длины *n*, - при исходных параметрах: начальная (не важно какая, как бы абстрактная) черная позиция оценки «**+1**», Сиквел которой содержит позиции только из двух оценок: «**+1**» и «**-1**».

11. $V(n)^{«-1»«+1»}$: Число и вид V-Последовательностей в зависимости от длины *n*, - при исходных параметрах: начальная (не важно какая, как бы абстрактная) черная позиция оценки «**-1**», Сиквел которой содержит позиции только из двух оценок: «**-1**» и «**+1**».

12. $V(n)^{«-1»«+1»}$: Число и вид V-Последовательностей в зависимости от длины *n*, - при исходных параметрах: начальная (не важно какая, как бы абстрактная) белая позиция оценки «**-1**», Сиквел которой содержит позиции только из двух оценок: «**-1**» и «**+1**».

Все эти 12 вариантов разделяются всего лишь на две большие группы, названные далее специальными словами, облегчающие их понимание. Именно: группа «в начальной позиции сторона может ошибиться» и группа «в начальной позиции сторона не может ошибиться».

Для группы «в начальной позиции сторона может ошибиться» для длины в два элемента возможны две V-Последовательности, а для группы «в начальной позиции сторона не может ошибиться» имеется только одна двух-элементная V-Последовательность. Вот этот факт, собственно, и определяет начальные параметры для функции числа V-Последовательностей в зависимости от ее длины *n*; и эта функция описывается формулой Фибоначчи.

Прежде чем формульно дать эту функцию, отсортируем предлагаемые варианты по вновь сформированным группам. Так, к первой группе относятся все нечетные варианты, а ко второй группе – все четные варианты.

Формула Фибоначчи для вариантов 1, 3, 5, 7, 9, 11 (первой группы, где «в начальной позиции сторона может ошибиться»):

F(n)=F(n-1)+F(n-2) при *n* большщем или равном 3 (для **n=1** и **n=2** значения равны **1** и **2** соответственно).

Формула Фибоначчи для вариантов 2, 4, 6, 8, 10, 12 (второй группы, где «в начальной позиции сторона не может ошибиться»):

F(n)=F(n-1)+F(n-2) при *n* большем или равном 3 (для **n=1** и **n=2** значения равны **1** и **1** соответственно).

Важное замечание. Формулы выше дают число V-Последовательностей в зависимости от ее длины *n*. Но сам вид этих V-Последовательностей задается функцией, определяющей не только число V-Последовательностей, но и их вид (строение, порядок следования ее элементов). Назовем эту функцию пока словами: «Вид и Число V-Последовательностей в зависимости от их длины (из 12 вариантов)». Да, это есть функция V(n), но вначале опишем ее основные характеристики, а потом примем соглашение, что мы будем под символом V(n) понимать.

Основные характеристики этой функции. Область определения: натуральные числа, *n* (напомним, в этом пункте рассматриваем конечные V-Последовательности). Область значений – по сути числовые последовательности, составленные из только двух чисел-оценок (см. варианты выше). Эти числа-оценки, однако, не могут идти в произвольном порядке, их порядок именно и определяется функцией V(n) (см. например, список восьми V-Последовательностей из пяти элементов).

Теперь нам лучше принять соглашение о понимании. Обычно считается, что функция должна иметь одно выходящее значение при заданном значении аргумента. Формально тут так не получается: для V-Последовательностей длины 5 имеется восемь V-Последовательностей. Поэтому мы принимаем такое соглашение для этой функции.

Соглашение о понимании. Будем считать, что функцня V(n) есть число V-Последовательностей в зависимости от ее длины. Другими словами, по умолчанию мы будем считать «функцию V(n)» как чисто числовую функцию (в зависимости от аргумента *n*). Хотя в принципе, если потребуется, мы всегда сможем конкретно выписать все V-Последовательности с любым заданным *n*. Эту нашу способность будем считать важным свойством «функции V(n)» и, если нам нужно подчеркнуть этот факт, то будем обговаривать его заранее. Заметим, что мы специально привели слова насчет функции в кавычках: если нам нужно будет выписать все V-Последовательности, то кроме их числа (собственно функции), будет важен и вид V-Последовательностей (и часто тогда будем говорить о «числе и виде V-Последовательностей»).

d) Существование формулы Фибоначчи, описывающей число V-Последовательностей в зависимости от *n*, есть, конечно, важное свойство самих V-Последовательностей. Другим таким свойством является так называемое GV-Распределение. Для этого подпункта Предисловия пока проиллюстрируем это понятие лишь на некоторых простых примерах, прежде всего известных нам из множсства Примеров, уже обсужденных в пункте *1*.

1. Итак, мы полагаем, что GV-Распределение показывает число партий, отражающихся конкретной V-Последовательностью (конечно, есть и строгое определение, см. список основных опрелелений). Это число партий прежде всего зависит от длины партии (или V-Последовательности) *n*. Самый яркий и наглядный пример: GV-Распределение, данное в Предисловии-Описании обложки (для примера начальной позиции «крепости», данной на обложке). Для читателей, не прочитавших Предисловие-Описание, даем ниже GV-Распределения для длины n=2 и для длины n=5. Под символами GV(n) и V(n) далее обозначены само GV-Распределение для данного **n** (число партий) для конкретной V(n), V-Последовательности (символ V(n) ниже понимается не как функция, а как вид V-Последовательности).

GV-Распределение для партий от начальной позиции на обложке при n=2.

GV(2) = 3 партии для V(n)={**0; 0**}.

GV(2) = 4 партии для V(n)={**0; -1**}.

GV-Распределение для партий от начальной позиции на обложке при n=5.

GV(5) = 3211 партий для V(5)={**0; -1; 0; -1; 0**}.

GV(5) = 487 партий для V(5)={**0; -1; 0; -1; -1**}.

GV(5) = 3402 партий для V(5)={**0; 0; 0; -1; 0**).

GV(5) = 24 партий для V(5)={**0; -1; -1; -1; 0**}.

GV(5) = 3455 партий для V(5)={**0; -1; 0; 0; 0**}.

GV(5) = 67 партий для V(5)={**0; -1; -1; -1; -1**}.

GV(5) = 331 партий для V(5)={**0; 0; 0; -1; -1**}.

GV(5) = 4312 партий для V(5)={**0; 0; 0; 0; 0**}.

Замечания к этим GV-Распределениям.

Для партий от данной начальной позиции даны лишь GV-Распределения при **n=2** и **n=5**. Свойства этого GV-Распределения при n=5 или других значениях n (кроме **n=2**) даны или в в Предисловии-Описании обложки или в самом главном тексте книги. Для **n=2** некоторые свойства будут обсуждены и в этом Общем Предисловии (в сравнении с GV-Распределениями других примеров).

2. Построим GV-Распределение для партий от позиции: «Белые: ♔a6, ♙c7; Черные ♚a8. Ход Белых» (это была начальная позиция Примера *2*).

GV-Распределение для партий от начальной позиции выше для разных значений *n* (до n=4).

GV(1), GV-Распределение для партий и V-Последовательностей длины *n* =1.

GV(1) = 1 партия - для V(1), V-Последовательности ={**+1**}.

GV(2), GV-Распределение для партий и V-Последовательностей длины **n=2**.

GV(2) = 2 партии - для V(2) ={**+1**; **+1**}.

Комментарий: это партии, где Белые превращают пешку в ферзя или ладью.

GV(2) = 5 партий - для V(2) ={**+1**; **0**}.

Комментарий: это партии, где Белые или превращают пешку в слона или коня, а также те, где Белые ходят своим королем.

GV(3), GV-Распределение для партий и V-Последовательностей длины **n=3**.

GV(3) = 0 партий - для V(3) ={**+1**; **+1**; **+1**}.

Комментарий. Нет партий, отражаемых этой V-Последовательностью (как впрочем и партий, большей длины, отражаемых V-Последовательностью с более чем двумя «плюс единицами»).

GV(3) = 4 партии - для V(3) ={**+1**; **0**; **0**}.

Комментарий. Это две партии, в которых Белые вначале ходят королем на *a5* или *b5*, а в ответ Черные ходят королем на *b7*; а также две партии, где Белые вначале превращают пешку в слона или коня, а Черные ходят королем на *b8*.

GV(3) = 2 партии - для V(3) ={**+1**; **0**; **+1**}. Это партии, в которых Белые ходят королем на *a5* или *b5*, в ответ Черные ходят королем на *a7*.

GV(4), GV-Распределение для партий и V-Последовательностей длины n=4.

GV(4) = 0 партий - для V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.

Комментарий. Нет партий, отражаемых этой V-Последовательностью (или любой другой V-Последовательностью с больше чем двумя «плюс единицами»).

GV(4) = 0 партий - для V(4) ={**+1**; **+1**; **+1; 0**}.

Комментарий. Нет партий, отражаемых этой V-Последовательностью по той же причине (см. комментарий выше).

GV(4) = 32 партии - для V(4) ={**+1**; **0**; **0**; **0**}.

Комментарий. Есть 16 партий, где Белые вначале идут королем и 16 партий, где они вначале превращают пешку в слона или в коня. В подмножестве партий, где Белые вначале идут королем, Черные своим ходом идут королем на *b7* и Белые отвечают как угодно. В подмножестве партий, где Белые вначале превращают пешку в слона или коня; любая сторона может потом играть как угодно (об этом будет подробнее сказано позже).

GV(4) = 3 партии - для V(4) ={**+1**; **0**; **+1**; **+1**}.

Вот эти партии: «1.♔a5 ♚a7 2.c8♖»; «1.♔b5 ♚a7 2.c8♖»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔c6.

GV(4) = 14 партий - для V(4) ={**+1**; **0**; **+1**; **0**}.

Вот эти партии: «1.♔a5 ♚a7 2.c8♕»; «1.♔a5 ♚a7 2.c8♗»; «1.♔a5 ♚a7 2.c8♘» «1.♔a5 ♚a7 2.♔a4»; «1.♔a5 ♚a7 2.♔b4»; «1.♔a5 ♚a7 2.♔b5»; «1.♔b5 ♚a7 2.c8♕»; «1.♔b5 ♚a7 2.c8♗»; «1.♔b5 ♚a7 2.c8♘»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔a4»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔a5»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔b4»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔c4»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔c5».

Замечания к этому GV-Распределению (или GV(n) – распределениям при данных *n*).

Будем называть главными (в основном «первого» и «второго» порядка) частями GV(n)-Распределения их GV-Распределения в отношении прежде всего правильных партий. Это надо понимать прежде всего как отношение числа правильных партий к общему числу партий.

Ясно, что так как главная часть GV(1) есть всегда одна партия из одной позиции, то всегда отношение числа правильных партий к числу всех партий будет 100%. Поэтому, если мы хотим сравнить две или более позиции (а мы это и сделаем ниже) по GV(1), то будем сравнивать только для позиций разных оценок. Тогда имеем самое наивное сравнение, о котором мы говорили выше: для Белых из двух или более позиций та лучше, оценка которой больше остальных; для Черных: из двух или более позиций та лучше, оценка которой меньше остальных.

Но уже GV-Распределение «второго» порядка имеет явно больший смысл в сравнении двух позиций. Как ни удивительно, но эти две позиции могут быть разной оценки.

Так, мы только что нашли GV(2)-Распределения для двух Примеров этого пункта. Выделим в каждом из них главные части второго порядка (отношения числа правильных партий к числу всех партий) и сравним их.

В примере с крепостью это 3/7 (три правильные партии среди всех семи партий). В только что разобранном примере это 2/7 (две правильные партии среди всех семи партий). 3/7 больше, чем 2/7, поэтому в некотором смысле начальная позиция примера «крепости» «лучше» начальной позиции Примера *2* «с пешкой *c7*». К этому довольно необычному утверждению мы еще вернемся. Конец замечаний.

3. Построим GV-Распределение для партий от позиции: «Белые: ♔a6, ♙a7; Черные ♚a8. Ход Белых» (это была начальная позиция Примера *4*).

GV(1) = 1 партия - для V(1) ={**0**}.

GV(2) = 3 партии - для V(2) ={**0**; **0**}.

GV(3) = 4 партии - для V(3) ={**0**; **0**; **0**}.

GV(3) = 0 партий - для V(3) ={**0**; **0**; **+1**}.

GV(4) = 25 партий - для V(4) ={**0**; **0**; **0**; **0**}.

GV(4) = 0 партий - для V(4) ={**0**; **0**; **+1**; **+1**}.

GV(4) = 0 партий - для V(4) ={**0**; **0**; **+1**; **0**}.

Замечания к распределениям при *n* не больше 4.

Каждый раз мы вначале вычисляем число V-Последовательностей по формуле Фибоначчи с такими-то начальными параметрами. Здесь эти начальные параметры: 1 и 1 (вариант *6*). Число V-Последовательностей длины 2 равно 1, а длины 3 равно 2; именно поэтому мы даем две V-Последовательности, даже понимая, что V-Последовательность {**0**; **0**; **+1**} не отражает ни одной партии. Когда чуть выше мы говорили, что «нет такой V-Последовательности», то жестко привязывали ее к конкретным партиям от конкретной начальной позиции, сейчас же мы учитываем ее существование независимо от конкретики, лишь руководствуясь формулой Фибоначчи.

С другой стороны, факт того, что нет партий, отражаемой этой V-Последовательности, означает, что существует интересная черная позиция оценки «**0**», в которой Черные любым ходом не проигрывают (хотя абстрактно могли бы, ведь как-никак только они и могут проиграть). Такие позиции в теории принадлежат к так называемым тривиальным ситуациям (когда любой ход стороны не меняет оценку позиции), но сами тривиальные ситуации различаются по виду: это можно сказать, «ложная» или «кажущаяся» тривиальная ситуация.

Далее. Существуют три V-Последовательности длины 4, но две из них не отражают никаких партий. Вообще, V-Последовательности, содержащие оценку «**+1**», появляются лишь при длине n=5 (запомним этот факт, он является еще одним положительным свойством V-Последовательности, отражаюшим свойства позиций и партий). Вернемся к GV-Распределению, продолжив с **n=5**. Число V-Последовательностей при этом равно 5.

GV(5) = 75 партий - для V(5) ={**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}.

GV(5) = 38 партий - для V(5) ={**0**; **0**; **0**; **0**; **+1**}.

GV(5) = 0 партий - для V(5) ={**0**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.

GV(5) = 0 партий - для V(5) ={**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**}.

GV(5) = 0 партий - для V(5) ={**0**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}.

Замечания к этому GV(5)-Распределению.

Последние три строки отражают тот факт, что нет партий, где Черные ошибаются на своем первом ходу (хотя в абстрактной, не тривиальной, ситуации они могли бы ошибиться, что повлекло бы существование трех разных V-Последовательностей (нетривиальная ситуация - это позиция, где сторона может ошибиться). Также интересно то, что Черные во всех партиях (этой длины в пять позций) ошиблись 38 раз. Это приводит к отношению правильных партий к общему числу партий как: 75/75+38= 66% (приблизительно). Мы, возможно, проинтерпретируем эти результаты чуть позже, а пока перейдем к построению GV-Распределения для партий от начальной позиции следующего примера.

4. Построим GV-Распределение для партий от позиции: «Белые: ♔b5, ♕a8; Черные ♚c7. Ход Белых» (это была начальная позиция Примера *5*).

GV(1) = 1 партия - для V(1) ={**+1**}.

GV(2) = 23 партии - для V(2) ={**+1**; **+1**}.

GV(2) = 4 партии - для V(2) ={**+1**; **0**}.

GV(3) = 82 партии - для V(3) ={**+1**; **+1**; **+1**}.

GV(3) = 4 партий - для V(3) ={**+1**; **0**; **0**}.

GV(3) = 5 партий - для V(3) ={**+1**; **0**; **+1**}.

Комментарий. Далее авторы решили не давать GV-Распределения при больших значениях длин. Но для разнообразия дадим здесь все правильные партии (их будет 61), заканчивающихся матом кратчайшим способом (в 6 позиций, см. замечание о кратчайших партиях чуть ниже). Таким образом, в GV-Распределении есть такая строка в GV-Распределении (под символом $GV_{mate6}(6)$ – символ Условного GV-Распределения):

$GV_{mate6}(6)$ = 61 партии - для V(6) ={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.

Замечание (о кратчайших партиях).

Далее мы даем список кратчайших партий, от начальной позиции этого Примера (или начальной позиции Примера 5 пункта *1* этого Предисловия), заканчивающиеся матом Черным. Кратчайшие партии ниже это, однако, партии, составленные только из «**+1**» позиций (то есть правильные), при которых стороны сотрудничают друг с другом в их построении.

С другой стороны, факт того, что нет партий, отражаемой этой V-Последовательности, означает, что существует интересная черная позиция оценки «**0**», в которой Черные любым ходом не проигрывают (хотя абстрактно могли бы, ведь как-никак только они и могут проиграть). Такие позиции в теории принадлежат к так называемым тривиальным ситуациям (когда любой ход стороны не меняет оценку позиции), но сами тривиальные ситуации различаются по виду: это можно сказать, «ложная» или «кажущаяся» тривиальная ситуация.

Далее. Существуют три V-Последовательности длины 4, но две из них не отражают никаких партий. Вообще, V-Последовательности, содержащие оценку «**+1**», появляются лишь при длине n=5 (запомним этот факт, он является еще одним положительным свойством V-Последовательности, отражаюшим свойства позиций и партий). Вернемся к GV-Распределению, продолжив с n=5. Число V-Последовательностей при этом равно 5.

GV(5) = 75 партий - для V(5) ={**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}.

GV(5) = 38 партий - для V(5) ={**0**; **0**; **0**; **0**; **+1**}.

GV(5) = 0 партий - для V(5) ={**0**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.

GV(5) = 0 партий - для V(5) ={**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**}.

GV(5) = 0 партий - для V(5) ={**0**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}.

Замечания к этому GV(5)-Распределению.

Последние три строки отражают тот факт, что нет партий, где Черные ошибаются на своем первом ходу (хотя в абстрактной, не тривиальной, ситуации они могли бы ошибиться, что повлекло бы существование трех разных V-Последовательностей (нетривиальная ситуация - это позиция, где сторона может ошибиться). Также интересно то, что Черные во всех партиях (этой длины в пять позциий) ошиблись 38 раз. Это приводит к отношению правильных партий к общему числу партий как: 75/75+38= 66% (приблизительно). Мы, возможно, проинтерпретируем эти результаты чуть позже, а пока перейдем к построению GV-Распределения для партий от начальной позиции следующего примера.

4. Построим GV-Распределение для партий от позиции: «Белые: ♔b5, ♕a8; Черные ♚c7. Ход Белых» (это была начальная позиция Примера *5*).

GV(1) = 1 партия - для V(1) ={**+1**}.

GV(2) = 23 партии - для V(2) ={**+1**; **+1**}.

GV(2) = 4 партии - для V(2) ={**+1**; **0**}.

GV(3) = 82 партии - для V(3) ={**+1**; **+1**; **+1**}.

GV(3) = 4 партий - для V(3) ={**+1**; **0**; **0**}.

GV(3) = 5 партий - для V(3) ={**+1**; **0**; **+1**}.

Комментарий. Далее авторы решили не давать GV-Распределения при больших значениях длин. Но для разнообразия дадим здесь все правильные партии (их будет 61), заканчивающихся матом кратчайшим способом (в 6 позиций, см. замечание о кратчайших партиях чуть ниже). Таким образом, в GV-Распределении есть такая строка в GV-Распределении (под символом $GV_{mate6}(6)$ – символ Условного GV-Распределения):

$GV_{mate6}(6)$ = 61 партии - для V(6) ={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.

Замечание (о кратчайших партиях).

Далее мы даем список кратчайших партий, от начальной позиции этого Примера (или начальной позиции Примера 5 пункта *1* этого Предисловия), заканчивающиеся матом Черным. Кратчайшие партии ниже это, однако, партии, составленные только из «**+1**» позиций (то есть правильные), при которых стороны сотрудничают друг с другом в их построении.

Если Черные сотрудничают с Белыми, то длина любой такой партии равна 6 (позиций). Если бы Черные сопротивлялись Белым с максимальным усердием, то длина партии была бы равна 8 (позиций); например, была бы партия 1.♕d5 ♚b8 2.♔c6 ♚a8 3.♔b6 ♚b8 4.♕d8# (указана ранее в пункте *1*).

Конец замечания.

Список партий ниже.

«1.♕a1 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a1 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕h8#»;
«1.♕a1 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕h8#»;
«1.♕a1 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a1 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕h8#»;
«1.♕a2 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a2 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕g8#»;
«1.♕a2 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕g8#»;
«1.♕a2 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a2 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕g8#»;
«1.♕a3 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a3 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕f8#»;
«1.♕a3 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕f8#»;
«1.♕a3 ♚c8 2.♔c6 ♚d8 3.♕f8#»;
«1.♕a3 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a3 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕f8#»;
«1.♕a4 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a4 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕e8#»;
«1.♕a4 ♚b8 2.♔b6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕a4 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a4 ♚d8 2.♔b6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕a4 ♚d7 2.♔b6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕a5 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a5 ♚c8 2.♔a6 ♚b8 3.♕d8#»;
«1.♕a5 ♚b8 2.♔a6 ♚b8 3.♕d8#»;
«1.♕a5 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕c7#»;
«1.♕a7 ♚c8 2.♔c6 ♚d8 3.♕d7#»;
«1.♕a7 ♚d8 2.♔b6 ♚c8 3.♕c7#»;
«1.♕a7 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕a8#»;
«1.♕a7 ♚d8 2.♔c6 ♚d8 3.♕c7#»;
«1.♕d5 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕g8#»;
«1.♕d5 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕d8#»;
«1.♕d5 ♚c8 2.♔a6 ♚b8 3.♕d8#»;
«1.♕d5 ♚c8 2.♔a6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕d5 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕d5 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕g8#»;

«1.♕e4 ♚b8 2.♔b6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕e4 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕e4 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕e8#»;
«1.♕e4 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕e4 ♚c8 2.♔a6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕e4 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕e4 ♚d8 2.♔b6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕e4 ♚d7 2.♔b6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕e4 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕e8#»;
«1.♕f3 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕f8#»;
«1.♕f3 ♚c8 2.♔c6 ♚d8 3.♕f8#»;
«1.♕f3 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕f8#»;
«1.♕f3 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕f8#»;
«1.♕f3 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕f3 ♚c8 2.♔a6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕g2 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕g2 ♚c8 2.♔a6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕g2 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕g8#»;
«1.♕g2 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕g8#»;
«1.♕g2 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕g8#»;
«1.♕h1 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕h1 ♚c8 2.♔a6 ♚b8 3.♕b7#»;
«1.♕h1 ♚b8 2.♔c6 ♚c8 3.♕h8#»;
«1.♕h1 ♚d8 2.♔c6 ♚c8 3.♕h8#»;
«1.♕h1 ♚c8 2.♔b6 ♚b8 3.♕h8#»;

e) А теперь сравним GV-Распределения четырех примеров этого пункта. Будем сравнивать первый пример с третьим, а второй с четвертым (так как начальные позиции у них одной и той же оценки).

1. Насчет сравнения первого и третьего примера. С точки зрения шахматиста сразу ясно, что, хоть мы и сравниваем две «**0**» позиции, очевидно, что начальная позиция первого примера на первый взгляд явно хуже начальной позиции третьего примера по причине того, что именно в первом примере Белые, а не Черные, борятся за ничью. Этот факт, однако описывается и через GV-Распределение (то есть через учение о V-Последовательностях); ведь достаточно понять, что любая V-Последовательность в первом примере состоит только из значений «**0**» и «**-1**», а любая V-Последовательность третьего примера - из значений «**0**» и «**+1**».

Однако взглянем на эту проблему (проблему критериев сравнения позиций одинаковой оценки) с другой стороны. Вот, например, вопрос: «насколько труднее (или легче) Белым сделать ничью в примере первом, чем выиграть в примере третьем?». Попробуем ответить на него, анализируя GV-Распределения других, больших порядков (с большими длинами *n*).

Но при малых длинах *n* (при **n=2** и при **n=3** и при **n=4**) в примере *3* еще нет никаких V-Последовательностей, содержащих «**+1**», как же тогда Белым выиграть? У них появится хоть какой-то шанс на выигрыш, когда появится возможность ошибки Черных, а она появится лишь позже, когда Черные или отойдут далеко от белой пешки, или при появлении белого ферзя (ладьи) почему-то не съедят его сразу.

Заметим, что мы тут пытаемся сравнить «**0**» позиции при двух разных целях: сделать ничью или выиграть. Одна отражается правильными (безошибочными) или «малошибочными» V-Последовательностями (чем больше нулей в них, тем для Белых лучше). Вторая, «неправильными», или «в основном ошибочными» V-Последовательностями (чем больше «плюс единиц» в них, тем для Белых лучше). Можно конечно, подсчитать процент этих нулей или единиц при разных случаях (длинах), но чуть упростим задачу, воспользовавшись Симметричным Белые-Черные Преобразованием.

Последнее было рассмотрено в Части *3*, но для читателя не нужно доставать книгу с Частью *3*, так как мы приведем ниже другую начальную позицию, которая является следствием Преобразования выше (или ее симметричным аналогом).

Так, пусть дана начальная позиция «Белые: ♔a1; Черные ♚a3, ♟a2. Ход Черных». Смысл этой позиции в том, что она получена: вертикальным отражением доски посередине с последующим перекрашиванием полей, перекрашиванием фигур в противоположные цвета, изменением очереди хода (это и называлось в Части 3 Симметричным Белые-Черные Преобразованием). Проще говоря, Черные как бы становятся сильнейшей стороной, а Белым надо делать ничью.

То обстоятельство, что в этой новой позиции ход Черных, не должно нас смущать: мы смотрим на шансы Белых сделать ничью и сравниваем их с шансами Белых сделать ничью в начальной позиции «крепости» на обложке. Но тогда очевидно для большинства шахматистов, что шансы Белых сделать ничью явно выше, чем в позиции «крепости». Этот очевидный факт хорошо отражается и через V-Последовательности, которые при малых длинах не содержат никаких «**-1**» («минус единиц»). Например, после хода Черных королем на *b4*, Белые могут даже сделать любой ход, и оценка позиции от этого не изменится, хотя по правилам построения V-Последовательностей могли бы и ошибиться (кажущаяся тривиальная ситуация!).

Белые могут ошибиться лишь на своем втором ходу, когда, например, в ответ на превращение пешки в ферзя, они его не возьмут. Вот тогда возникнет страшный для Белых Баланс «король против короля с ферзем», в котором сделать ничью очень трудно – по крайней мере труднее, чем в каких-то позициях Сиквела позиции *1* на обложке.

То есть получается, что когда шахматист говорит, что делать ничью в начальной позиции «Белые: ♔a1; Черные ♚a3, ♟a2. Ход Черных» легче, чем в позиции крепости на обложке, он не отдает себе отчета в том, как может развиваться партия далее. Он явно не считает, что при ошибке Белых возможен переход в эндшпиль с другим соотношением сил, в котором Белым уже будет очень тяжело (возможно, он и не должен так считать, разве для него не очевидно, что ферзя никто и не допустит, см. позднее...)

Но этот факт точнее отражается V-Последовательностями, в частности, GV-Распределением для партий с позициями уже Баланса с ферзем. Поэтому имеет смысл вначале сравнить GV-Распределения партий от «**+1**» позиций в этом пункте, именно примеров *2* и *4*, чтобы понять, по каким именно критериям их можно было бы сравнивать... (после этого мы вернемся снова к сравнению «**0**» позиций примеров *1* и *3*).

2. Итак, сравним (обычным способом и через GV-Распределения) начальные позиции примеров *2* и *4*. Напомним, это позиции «Белые: ♔a6, ♙c7; Черные ♚a8. Ход Белых» и «Белые: ♔b5, ♕b7. Черные: ♚d8. Ход Белых» для двух этих Примеров соответственно.

Начинающий шахматист сразу заметит, что в первой позиции Белые сразу ставят мат. На языке партий: для первой позиции мат возможен длиной в две позиции, в то время как для второй позиции такая, заканчивающаяся матом, партия, содержит не менее восьми позиций. Можно ли сравнивать эти позиции по длине кратчайшей партии? Да, можно (хотя это не единственный критерий сравнения). Отражается ли этот критерий GV-Распределением? Да, и вот каким образом.

Имеются две партии, отражающиеся V-Последовательностью V(2) ={**+1**; **+1**}, причем нет правильных партий большей длины, отражающиеся V-Последовательностями с тремя и более «плюс единицами», как мы говорили ранее. Это и означает, что именно эти две партии кончаются матом, ведь в противном случае Белые могли бы поставить мат позже, что отражалось бы правильными «**+1**» V-Последовательностями (последовательностями-константами длиной более 2). Другими словами, из GV-Распределения следует, что имеются две партии, заканчивающиеся матом от позиции *2*, длиной в два элемента (отражающихся «**+1**» V-Последовательностью-константой той же длины) и 61 матовая партия для позиции *4* длиной в 6 элементов (отражающихся «**+1**» V-Последовательностью-константой той же длины).

Если ставить во главу углу быстрейшую постановку мата, то позиция *2* лучше; если число матующих партий, - то позиция *4* лучше. Кроме того, почему надо обязательно ставить мат в кратчайшее число позиций? Для некоторых шахматистов, возможно, важен тот факт, что мат можно поставить и в другое число позиций (тем самым мы намекаем на существование и других критериев сравнения позиций той же, «**+1**», оценки).

Сущсствует такой критерий сравнения «**+1**», выигранных для Белых позиций (кстати, или «**-1**», выигранных для Черных, позиций), как материальное соотношение противоборствующих сил на доске. Например, ферзь явно сильнее других фигур, и намного сильнее пешки, почему же нельзя этот критерий использовать? Да, можно, но и GV-Распределение это тоже отражает и вот каким образом.

Для позиции *2* имеется две правильные «**+1**» партии из семи возможных (по-другому: два выигрывающих хода Белых из пяти возможных). Отношение числа правильных партий к числу всх партий равно 2/7 (примерно 29%). В то же время для позиции *4* при 23 «**+1**» правильных партиях всего партий 23+4=27, то есть отношение 23/27 (равно примерно 85%). Очевидно, что по критерию главных частей GV(2)-Распределения (отношения числа правильных партий к общему числу партий) позиция *4* («с ферзем») лучше позиции *2* («с пешкой»). Также это справедливо и для GV(3)-Распределения: для позиции «с ферзем» отношение числа правильных партий к общему числу партий равно 82/(82+4+5)=90% (приблизительно), а для позиции с пешкой вообще равно нулю (это сравнение странное, поэтому сразу ниже мы сравним другие позиции с таким же соотношением фигур).

f) В этом подпункте попытаемся сравнить «**+1**» позиции разных трех-фигурных Балансов: «король с ферзем против короля», «король с ладьей против короля», «король с пешкой против короля» (кратко будем называть их позициями «с ферзем», «с ладьей» и «с пешкой» соответственно). Для наглядности анализа все фигуры в этих позициях будут стоять на одних и тех же полях, причем поля *c5* и *b7* зарезервированы для белого и черного королей, а поле *c4* – для ферзя, ладьи или пешки Белых. Итак:

Начальная позиция «с ферзем»: «Белые: ♔c5, ♕c4. Черные: ♚b7. Ход Белых».

Начальная позиция «с ладьей»: «Белые: ♔c5, ♖c4. Черные: ♚b7. Ход Белых».

Начальная позиция «с пешкой»: «Белые: ♔c5, ♙c4. Черные: ♚b7. Ход Белых».

Дадим здесь GV-Распределения для каждой из них (вычисления взяты из главного текста или доступны по запросу).

GV-Распределение для позиции «с ферзем».

GV(1) = 1 партия - для V(1) ={**+1**}.
GV(2) = 25 партий - для V(2) ={**+1**; **+1**}.
GV(2) = 1 партия - для V(2) ={**+1**; **0**}.
GV(3) = 114 партии - для V(3) ={**+1**; **+1**; **+1**}.
GV(3) = 1 партия - для V(3) ={**+1**; **0**; **0**}.
GV(3) = 2 партии - для V(3) ={**+1**; **0**; **+1**}.
GV(4) = 3141 партия - для V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.
GV(4) = 138 партий - для V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **0**}.
GV(4) = 6 партий - для V(4) ={**+1**; **0**; **0**; **0**}.
GV(4) = 46 партий - для V(4) ={**+1**; **0**; **+1**; **+1**}.
GV(4) = 9 партий - для V(4) ={**+1**; **0**; **+1**; **0**}.

GV-Распределение для позиции «с ладьей».

GV(1) = 1 партия - для V(1) ={**+1**}.
GV(2) = 15 партий - для V(2) ={**+1**; **+1**}.
GV(2) = 0 партий - для V(2) ={**+1**; **0**}.
GV(3) = 79 партии - для V(3) ={**+1**; **+1**; **+1**}.
GV(3) = 0 партий - для V(3) ={**+1**; **0**; **0**}.
GV(3) = 0 партий - для V(3) ={**+1**; **0**; **+1**}.
GV(4) = 1502 партий - для V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.
GV(4) = 29 партий - для V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **0**}.
GV(4) = 0 партий - для V(4) ={**+1**; **0**; **0**; **0**}.
GV(4) = 0 партий - для V(4) ={**+1**; **0**; **+1**; **+1**}.
GV(4) = 0 партий - для V(4) ={**+1**; **0**; **+1**; **0**}.

GV-Распределение для позиции «с пешкой».

GV(1) = 1 партия - для V(1) ={**+1**}.
GV(2) = 3 партии - для V(2) ={**+1**; **+1**}.
GV(2) = 2 партии - для V(2) ={**+1**; **0**}.
GV(3) = 18 партий - для V(3) ={**+1**; **+1**; **+1**}.
GV(3) = 6 партий - для V(3) ={**+1**; **0**; **0**}.
GV(3) = 10 партий - для V(3) ={**+1**; **0**; **+1**}.
GV(4) = 77 партий - для V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.

GV(4) = 59 партий - для V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **0**}.
GV(4) = 41 партий - для V(4) ={**+1**; **0**; **0**; **0**}.
GV(4) = 20 партий - для V(4) ={**+1**; **0**; **+1**; **+1**}.
GV(4) = 57 партий - для V(4) ={**+1**; **0**; **+1**; **0**}.

Сразу видны явные отличия этих GV-Распределений для трех данных позиций при **n=2**. Сравним главные части (отношения числа правильных партий к общему числу партий) для GV(2) и каждой из трех позиций.

Так, для позиции «с ферзем» отношение равно 25\26=96%. Для позиции «с ладьей» отношение равно 15\15=100%. Для позиции «с пешкой» отношение равно 3\5=60%. Видно, что позиции «с ферзем» или «с ладьей» явно лучше позиции «с пешкой» (одна партия в позиции «с ферзем», начинающаяся ходом 1.♕c4-a6, отражается V(2) ={**+1**; **0**}; ферзь отчасти хуже ладьи).

Эти отличия явно усиливаются с увеличением длины партий. Так, имеется 3141 «**+1**» правильных партий длины 4 для позиции «с ферзем», 1502 правильных партий для позиции «с ладьей» и только 77 партий для позиции «с пешкой».

Причем необязательно подсчитывать отношения чисел правильных партий к общему числу. Имеет смысл просто сравнить число «**+1**» длины 4 (да и любой другой длины). Видно, что 3141 партий от позиции «с ферзем» более чем в два раза больше числа партий для позиции «с ладьей».

Вдумчивый читатель может спросить: «а можно ли использовать эти соотношения для сравнения силы фигур?». Да, можно, причем как можно показать, они в определенном смысле точнее, чем просто соотношения силы названных фигур. Так, примем для простоты соотношение силы фигур как «10:5:1», что отражает тот факт, что ферзь в 10 раз сильнее пешки, ладья в 5 раз сильнее пешки, сила пешки оценивается как 1.

Найдем подходящий аналог этих чисел из GV(2) Распределений для каждой из рассматриваемых позиций. Вот подходящие числа на эту роль: «25:15:3» - числа правильных «**+1**» партий длины 2 для позиций «с ферзем», «с ладьей» и «с пешкой» соответственно.
Соотношение между силой ладьи и пешки вообще такое же (равное 5). Соотношение между ферзем и пешкой равно 25\3 – чуть больше 8, тоже достаточно подходящее. Соотношение между ферзем и ладьей (из GV-Распределения) равно 25\15=1.67, и хотя на первый взгляд чуть больше различается от 2, однако хорошо обосновывается следующей идеей.

Из чего складываются числа 25 и 15 во множестве правильных партий GV(2)-Распределений для позиций «с ферзем» и « ладьей» соответственно? Число 25 в позиции «с ферзем» состоит из 20 ходов ферзя на любое поле (кроме *a6*) и 5 ходов короля. Число 20 в позиции «с ладьей» состоит из 10 ходов ладьи и пяти ходов короля. Это намекает на идею отражения вышеозначенными числами простой, наивной, силы фигур: данных ферзя или ладьи. Если мысленно убрать двух королей, то ферзь на *c4* будет атаковать 25 полей, а ладья – 14. И тогда отношение будет равно 25/14 (чуть ближе к числу 2), если же ферзь стоит на *e4*, то он атакует 27 полей, а ладья – 14 (кстати, где бы она не стояла) и соотношение было бы 27\14, что очень близко к числу 2.

То, что мы описали в предыдущем параграфе, есть наивная оценка силы фигур: та фигура сильнее, которая держит под контролем большее число полей, причем примерно во столько раз, во сколько раз это число полей больше у этих фигур. Отсюда идея: GV Распределения, в частности, GV(2)-Распределения, отражает наивную силу фигур (здесь: ферзя и ладьи)

Этот факт будет отражен в списке свойств GV-Распределений (или, в общем случае, учения о V-Последовательностях).

Но существуют и явно положительные свойства использования GV-Распределений в сравнении с наивным сравнением силы фигур (или сравнения «**+1**» позиций). Ведь сила фигур на пустой доске – это все-таки некоторая абстракция, так как она не отражает легальных позиций в Шахматах. Например, существование и ходы белого короля всегда надо учитывать в подсчете числа партий. Надо учитывать и существование черного короля вот в каком смысле: если он находится на стороне или в угле доски, то Белым нужно быть осторожными в выборе правильного хода, чтобы не поставить пат. Наконец, Белым лучше не подставлять ферзя под удар черного короля и этот факт (ход его на *а6*) для позиции «с ферзем» учтен в GV(2)-Распределении!

Отсюда вывод (который пойдет в список новых свойств V-Последовательностей): используя V-Последовательности, в частности GV-Распределения партий от позиций с трехфигурным «**+1**» Балансом, можно сравнивать относительную силу фигур лучше и точнее.

g) Вернемся к анализу GV-Распределения для партий от «**+1**» позиции Примера *4* (этого пункта). Почти наверняка, что эта позиция, как и любые другие белые «**+1**» позиции Сиквела Баланса «король и ферзь против короля», взаимно достижимы между собой, образуя связное подмножество «**+1**» Графа Сиквела позиции *4* (вообще это надо было бы доказать, поэтому мы и сказали «почти наверняка»). Если Белые не ставят мат, то можно обойти все позиции этого «**+1**» Графа, причем их намного больше, чем «**0**» позиций в этом Балансе. Число правильных «**+1**» партий почти наверняка также возрастает с увеличением длины партий (и вероятнее всего, отношение числа правильных партий к числу всех партий также возрастает).

Теперь сравним эту картину с «**+1**» позициями и партиями в Сиквелах Балансов «король с ладьей» и «король с пешкой против короля».

Почти наверняка, что все «**+1**» позиции «**+1**» Графа Сиквела Баланса «король с ладьей против короля» также взаимно достижимы между собой. Их число намного больше числа «**0**» позиций в этом Балансе. Но при этом в сравнении с Балансом «король и ферзь против короля» число партий меньше (так как в среднем для произвольно взятых «**+1**» позиций «с ладьей» число выигрывающих ходов меньше, чем в аналогичных позициях «с ферзем»).

Из этих соображений следует, что: или число выигрывающих ходов, или число партий такой-то длины, может служить критерием сравнения «**+1**» позиций «с ферзем», «с ладьей» и «с пешкой» (как из нашего примера, так и произвольных в соответствующих Сиквелах Балансах). Правда, надо учесть следующее обстоятельство.

Пешка Белых в «**+1**» позициях Баланса «король с пешкой против короля» может превращаться для выигрыша или в ферзя или в ладью. Да, как и постановка мата, так и превращение пешки в эти фигуры в теории не обязательно (если только мы не введем дополнительное условие на обязательность мата или создание позиций «с ферзем» или «с ладьей»), но в подсчете числа партий нам обязательно уже надо будет учесть, что длинные партии уже будут содержать позиции Балансов «с ферзем» и «с ладьей». Имеет смысл кратко проиллюстрировать этот факт на новом дополнительном примере.

h) Пусть дана начальная позиция «Белые: ♔d8, ♙c7. Черные: ♚a8. Ход Белых». Прежде чем построить для нее GV-Распределение, заметим, что она может получится некоторой «**+1**» партией из позиции «с пешкой» предыдущего примера, то есть из позиции «Белые: ♔c5, ♙c4. Черные: ♚b7. Ход Белых». Кроме того, между ними находятся «**+1**» позиции с пешкой на *c6* и *c5*, а еще «ранее» пешка могла бы быть на *c3* и *c2*. Множество партий от «**+1**» позиций, характеризующиеся положением пешки на разных горизонталях той же вертикали (здесь: вертикали «с») образует так называемый «**+1**» «Эксельсиор Фильтр», разобранный в Части *3* теории. Авторы здесь не обязывают читателя полностью понимать, что значит Фильтр, лишь скажем значение слово «эксельсиор» и осветим главную идею Фильтра. По латински «эксельсиор» означает «все выше и выше» - в отношении движения пешки вверх.

Главная же идея Эксельсиор Фильтра в том, что множество «**+1**» партий от позиции, характеризующихся положением пешки на более низкой горизонтали, содержит подмножество партий от позиций стоящих на более высокой горизонтали (и аналогично для других множеств, - по мере того как пешка движется все выше и выше). Вот только этого и достаточно для последующего понимания.

GV-Распределение партий от позиции «Белые: ♔d8, ♙c7. Черные: ♚a8. Ход Белых».

GV(1) = 1 партия - для V(1) ={**+1**}.

GV(2) = 6 партий - для V(2) ={**+1**; **+1**}.

GV(2) = 2 партии - для V(2) ={**+1**; **0**}.

GV(3) = 10 партий - для V(3) ={**+1**; **+1**; **+1**}.

GV(3) = 4 партии - для V(3) ={**+1**; **0**; **0**}.

GV(3) = 0 партий - для V(3) ={**+1**; **0**; **+1**}.

Комментарии к этому GV-Распределению.

1. Есть 2 партии, отражающиеся V(2) ={**+1**; **0**} и 4 партии, отражающиеся V(3) ={**+1**; **0**; **0**},- это те, где Белые превращают пешку или в слона, или в коня. Кстати, если исключить эти партии, то будет 100-процентная правильность: по крайней мере важно то, что любые ходы короля выигрывающие, что говорит о том, что положение пешки на полях, близких к полю превращения, явно усиливает и положение короля, что отражается и GV-Распределением.

Интересен и такой факт. Белые в любых «**+1**» партиях могут вообще никогда не превращать пешку в ферзя (ладью). Они могут играть одним королем по полям *b7*, *b8*, *c8*, *d7*, *d8* – хотя бы одно такое поле всегда свободно при любых ходах черного короля. Следовательно, выигрышная для Белых партия может быть любой длины (даже и бесконечной) и отражаться «**+1**» V-Последовательностью.

2. Так как пешка очень близка к полю превращения, то существуют партии, позиции которых принадлежат уже другому Балансу, Балансу «король и ферзь против короля» или «король и ладья против короля». Обычно мы рассматриваем GV-Распределение для партий с позициями любых Балансов, но имеет смысл все-таки выделить определенные подмножества партий, которые составлены из позиций только одного Баланса (так называемые условные GV-Распределения).

В обычном случае (как в GV-Распределении, указанном выше), это приводит к тому, что число выигрывающих партий уже резко возрастает при увеличении длины партии. Это очевидно: ведь мы переходим по сути к GV-Распределению партий с позициями «с ферзем». Это также приводит к необычному выводу, которые мы дадим в отдельном пункте комментариев.

3. Мы установили, что GV-Распределение выше отражает тот факт, что с увеличением длины партий число «**+1**» правильных партий в какой-то момент резко возрастает. Этот момент отражает время появления нового ферзя (ладьи) и легко понять, что если бы мы рассматривали в качестве начальной позиции позицию с пешкой на *c4*, то получили бы такой же резкий скачок в числе правильных партий, только происходящий позже.

Представим себе, что мы не знаем почти ничего о виде начальной позиции или партий от нее, а знаем только GV-Распределение (более мягкий вариант: мы знаем ее в шахматном смысле, но не знаем оценку). Тогда по нему, по наличию скачка (например во множествах чисел партий или главных частей GV-Распределении, как отношения числа правильных партий к числу всех партий) можно предположить, что мы имеем дело с резкими изменениями в позициях\партиях, в частности, переходу в позиции с другим Балансом. Причем из GV-Распределения следует и время этого изменения (время совершения скачка).

Тогда это будет считаться явно положительным свойством GV-Распределения (и всего учения о V-Последовательностях). Конечно, для данных позиций GV-Распределения и V-Последовательности могут быть и не столь важными, но возможно, их значение возрастает при анализе позиций с неизвестными оценками. Эти вопросы будут подробны рассмотрены в другой Части теории, но и здесь уже можно сделать предвидение: учение о V-Последовательностях поможет нам лучше понять (возможные) оценки и неизвестных позиций (здесь неизвестная позиция и есть данная конкретная в шахматном смысле позиция, только неизвестная в своей оценке).

4. Идею скачка (числа партий, отражающихся конкретными V-Последовательностями), можно применить и для «**0**» объектов, см. следующий пункт (а мы возвращаемся к анализу GV-Распределения партий от «**0**» начальных позиций Баланса «король и пешка против короля).

i) Возвратимся к исследованию GV-Распределения партий от «**0**» начальной позиции «Белые: ♔a6, ♙a7; Черные ♚a8. Ход Белых».

1. Прежде всего, по горячим следам предыдущего пункта, скажем, что и здесь возможен резкий скачок в числе партий, отражаемых такими-то V-Последовательностями. Но для того, чтобы это проиллюстрировать подробно, нам надо прннять следующее условие. Пусть Черные, после хода белого короля на пятую горизонталь (или в любой другой момент, когда это возможно, как будет видно), защищаются следующим образом. Они не берут белую пешку, а ходят королем на *b7*, или, если они уже стоят королем на *b7*, то также не берут пешку, а ходят королем на *a8*. После этого они все время ходят королем по полям *b7* и *a8* (когда это возможно). Это так называемая «**0**» Стратегия не взятия пешки, нужная для нас в исследовании, так как Черные, придерживаясь ее, не выходят из Типа начальной позиции Баланса «король с пешкой против короля». Прежде чем идти далее (а далее мы хотим и Белым создать Условную Стратегию), заметим, что только что сформулированная Стратегия Черных реальна в том смысле, что Белые никак ей не могут ей помешать: поле *b7* всегда свободно для черного короля, если король Белых не контролирует его (а даже если Белые и контролирует его, то Черные вынуждены взять пешку, выходя из Типа, что мы можем запретить Условной Стратегией Белых).

Теперь создадим эту Условную Стратегию Белых. Пусть Белые своими ходами также не препятствуют выше сформулированной Стратегии Черных. Проще: Белые не патуют соперника и не заставляют его взять пешку.

Введение данных Условных Стратегий выделяет среди всех партий партии, составленные из позиций одного Типа, причем Черные ходят своим королем только по полям *b7* и *a8* (кстати, мы потом рассмотрим все партии, сыгранные позициями этого Типа, когда, например, и белый и черный король гуляют по всей доске).

Построим $GV_{b7\text{-}a8}$-Распределение для «b7-a8» партий от позиции: «Белые: ♔b5, ♙a7; Черные ♚b7. Ход Белых» (если кому-то интересно: она получается из начальной позиции Примера *4* :«Белые: ♔a6, ♙a7; Черные ♚a8. Ход Белых» партией 1.♔b5 ♚b7»).
Далее надо иметь ввиду, что $GV_{b7\text{-}a8}$-Распределение – это условное распределение, где Белые не имеют права: а) ходить пешкой; б) ходить королем на поля, заставляющие Черных взять пешку или патующие Черных; с) Черные ходят только по полям *b7* и *a8* (математически стороны как бы находятся и играют в подмножестве Типа, характерном ходами Черных по этим двум полям).

$GV_{b7\text{-}a8}$-Распределения партий от «**0**» начальной позиции «Белые: ♔b5, ♙a7; Черные ♚b7. Ход Белых».

$GV_{b7\text{-}a8}(1)$ = 1 партия - для V(1) ={**0**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(2)$ = 5 партий - для V(2) ={**0**; **0**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(3)$ = 5 партий - для V(3) ={**0**; **0**; **0**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(3)$ = 0 партий - для V(3) ={**0**; **0**; **+1**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(4)$ = 30 партий - для V(4) ={**0**; **0**; **0**; **0**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(4)$ = 0 партий - для V(4) ={**0**; **0**; **+1**; **+1**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(4)$ = 0 партий - для V(4) ={**0**; **0**; **+1**; **0**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(5)$ = 30 партий - для V(5) ={**0**; **0**; **0**; **0**; **0**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(5)$ = 0 партий - для V(5) ={**0**; **0**; **0**; **0**; **+1**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(5)$ = 0 партий - для V(5) ={**0**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(5)$ = 0 партий - для V(5) ={**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**}.
$GV_{b7\text{-}a8}(5)$ = 0 партий - для V(5) ={**0**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}.

Комментарии к этому Условному $GV_{b7\text{-}a8}$-Распределению.

1) Нет партий, отражающихся V-Последовательностями, имеющими хотя бы одну «**+1**», что означает, что игра сторон безоошибочна. 2) Так как Черные играют безошибочно, то и Белые играют безоошибочно, - этот тезис верен для любых «**0**» трех-фигурных позиций, где Черные имеют голого короля. 3) Так как Черные вынуждены ходить все время одним ходом (то ли на *b7*, то ли на *a8*), то число партий, отражающихся «**0**» V-Последовательностями «ступенчато» возрастает (повторяется после каждого единственного хода Черных). Конец комментариев.

2. Теперь от подмножества партий выше можно создать и другие подмножества.

Например, можно положить, что Белые могут превратить пешку в слона или коня (пока мы не хотим в ферзя, так как тем самым мы вступаем в Баланс «король и ферзь против короля», уже имеющего «**+1**» позиции).

Вот представим себе, что в позиции «Белые: ♔e5, ♙a7; Черные ♚b7. Ход Белых» Белые превращают пешку в слона. Тогда, если Черные не берут слона, то на следующем ходу Белые будут иметь 15 ходов, то есть число партий резко возрастет в сравнении с распределением выше (легче всего сравнить GV(2)-Распределения партий от позиции «Белые: ♔e5, ♙a7; Черные ♚b7. Ход Белых» и от позиции «Белые: ♔e5 ♗a8; Черные ♚b8. Ход Белых», получающейся после ходов 1. a8♗ ♚b8»). Также почти всегда увеличится и число партий большей длины (это мы и называли «скачком» чуть выше).

3. Теперь еще больше расширим то «условное» множество позиций, которое давало нам множество партий согласно Условному $GV_{b7\text{-}a8}$-Распределению. Именно: будем рассматривать уже весь Тип, основанный на позиции: «Белые: ♔b5, ♙a7; Черные ♚b7. Ход Белых».

Напомним для читателя, что Тип (данной) позиции есь множество всех позиций, взаимно достижимых между собой и с данной позицией (это определение дается для случая Типа, состоящего из 4 и более позиций, как в нашем случае).

В нашем Типе уже можно ходить королями почти куда угодно, если потом можно вернуться в ту же позицию (конечно, нельзя превращать пешку или доводить дело до пата). Ясно, что множество «b7-a8» позиций (тех, где черный король блуждает по полям *b7* и *a8*) есть часть Типа и, как мы установили, все его элементы (позиции) имеют оценку «**0**». Но так как теперь Черные могут уйти от пешки далеко, то в Типе есть и «**+1**» позиции, стоящие в партии или в V-Последовательностями с «плюс-единицами», причем Белым даже не обязательно превращать пешку.

На шахматном языке «**+1**» и «**0**» позиции выражаются известным «правилом квадрата» (оно применяется, когда король стороны с пешкой не принимает активного участия в игре).

Оно в следующем. Если черный король или уже находится в так называемом «квадрате пешки» (условно построенном на доске со стороной, равной длине между вертикалью пешки и вертикалью превращения), или своим ходом может вступить в квадрат, то король задерживает пешку; если нет, то не задерживает.

В нашем случае квадрат пешки включает поля *a8*, *b7* (поля *a7* и *b8* можно исключить из очевидных соображений: на них король черных в Типе стоять не может), но при ходе Черных к нему добавляются поля *a6*, *b6*, *c6*, *c7*, *c8*. Следовательно, поля *a8* и *b7* при любой очереди хода и при любом положении белого короля (он, например, в нижней половине доски и не принимает активного участия в игре) образуют «**0**» позиции Типа. Также и с полями *a6*, *b6*, *c6*, *c7*, *c8*, - но только при очереди хода Черных.

Наша задача: найти все позиции Типа в оценках, затем, найдя их соединения между собой, построить его V-Граф (Граф с приписанными оценками). Будем полагать, что это задача нам по силам (необходимо будет учесть и позиции, в которых король Белых принимает активное участие в игре, находясь, например, недалеко от своей пешки).

Имея все позиции Типа и построив его Граф, можно выписать все партии (таких-то длин) и поставить их в соответствие с V-Последовательностями. Здесь скрыта глубокая идея об отображении между партиями и V-Последовательностями, однако, даже используя понятие $GV_{b7\text{-}a8}$-Распределения (как характеристику отображения) можно сделать полезные выводы.

Прежде всего, можно построить GV_{Type}-Распределение – Условное GV-Распределение партий, состоящих из позиций Типа. При этом окажется, что все шахматные свойства характерных позиций с успехом отображаются и вышесказанным Условным GV-Распределением.

Проиллюстрируем этот факт на примере «правила квадрата». Так, сравним по GV-Распределениям две следующие позиции Типа: «Белые: ♔a1, ♙a7; Черные ♚a6. Ход Белых» и «Белые: ♔a1, ♙a7; Черные ♚a3. Ход Белых». Поставим дополнительное условие: Белые могут превратить свою пешку только в ферзя и ладью (это будет дано индексом «promotion to Q\R»).

Для первой из них:

$GV_{\text{promotion to Q\textbackslash R}}(2)$ = 2 партий - для V(2) ={**+1**; **+1**}.

$GV_{\text{promotion to Q\textbackslash R}}(2)$ = 1 партия - для V(2) ={**+1**; **0**}.

Для второй из них:

$GV_{\text{promotion to Q\textbackslash R}}(2)$ = 3 партии - для V(2) ={**+1**; **+1**}.

$GV_{\text{promotion to Q\textbackslash R}}(2)$ = 0 партий - для V(2) ={**+1**; **0**}, причем далее при небольшом увеличении длины партий, число партий, отражающихся V-Последовательностью с хотя бы одним нулем, будет равно нулю.

Действительно, так как Черным надо сделать 4 хода чтобы съесть пешку, то партия от второй позиции должны содержать по крайней мере 8 позиций, чтобы быть отраженной V-Последовательностью с нулем! Вот одна из таких кратчайших партий, подтверждающих это: «1.♔b1 ♚a4 2.♔a1 ♚a5 3.♔b1 ♚a6 4. 3.♔a1». Эта партия отражается V(8) ={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **0**}, следовательно, все «предыдущие» для нее V-Последовательности: V(1); V(2); V(3); V(4); V(5); V(6); V(7), - содержащие хотя бы один нуль, - не отражают ни одной партии! Верно и переложение этого предложения на шахматный язык: если последние V-Последовательности не отражают ни одной партии с хотя бы одним «нулем», то Белые могут себе позволить до поры до времени делать любые ходы. «До поры до времени» - это до тех пор, пока король Черных будет вне квадрата, что подтверждает правило квадрата.

Итак, мы нашли еще одно свойство V-Последовательностей (или GV-Распределения): оно дает более строгую математическую форму для выражения шахматных свойств эндшпиля «король с пешкой против короля». Кстати, строгость здесь обусловлена точными числами партий, позиций и разными V-Последовательностями (например, числом партий с такой-то длиной для достижения «**0**» позиций, обусловленных правилом квадрата или многими другими характеристиками).

Теперь, когда мы накопили достаточно материала, уже можно сразу сформулировать многие важные новые свойства V-Последовательностей (тем самым мы говорим, что больше не будем анализировать разные Примеры выше, а займемся общими проблемами роли V-Последовательностей в настоящей теории).

4. a) В этом пункте дадим некоторые новые свойства V-Последовательностей, которые были нами найдены в предыдущем пункте (прежде всего по Примерам выше, а также Примерам пункта *1*).

1. V-Последовательности могут использоваться для сравнения наивной силы фигур.

2. V-Последовательности могут использоваться для сравнения позиций одинаковой оценки по различным критериям.

3. V-Последовательности используются для анализа простейших эндшпилей, например, «короля с пешкой против короля».

4. V-Последовательности используются для нового (часто: более лучшего, точного и полного) отражения правила «квадрата».

5. V-Последовательности используются для анализа так называемых Эксцельсиор Фильтров, множеств позиций и партий из трех-фигурного Баланса «король с пешкой против короля», характеризующихся положением пешки на вертикалях, все ближе и ближе к вертикали превращения.

6. V-Последовательности используются для анализа трех-фигурного Баланса «король и слон против короля» и «король и конь против короля». Хоть все позиции в нем ничейны, важна взаимосвязь этого Баланса с Балансом «король и пешка против короля».

7. V-Последовательности используются для анализа Балансов «король и ферзь\ладья против короля». В частности, здесь широко используется GV-Распределение, см. далее.

8. V-Последовательности и GV-Распределение используются для анализа Баланса «король и ферзь против короля». При этом оно точно показывает числа правильных выигрышных «**+1**» (или «**-1**», если Черные являются сильнейшей стороной) партий, а также неправильных, ошибочных, партий разного вида.

9. V-Последовательности и GV-Распределение предлагают новые, дополнительные критерии сравнения «**+1**» (или «**-1**») позиций в Балансе «король с ферзем против короля» и позиций в Балансе «король и ладья против короля» (позиций как внутри одного Баланса, так и между этими Балансами).

10. Одним из таких важных критериев является отношение числа правильных партий (отражающихся V-Последовательностями-константами) к общему числу партий.

11. Очень важным инструментом анализа является Условное GV-Распределение, показывающее GV-Распределение некоторого выделенного, условного, множества партий среди всех партий. В частности, можно указать следующие важные множества партий, отражающихся конкретными V-Последовательностями (то есть образующими Условные GV-Распределения) – дадим их в отдельном подпункте ниже.

12. a) Множество партий, заканчнвающихся матом Черных – отражается конечными V-Последовательностями, заканчивающимися «**+1**».

b) Множество партий, заканчивающихся матом Черным в определенное число ходов (например, из задач Шахматной Композиции или в результате форсированной матовой атаки Белых), - отражается конечными V-Последовательностями, состоящими из только «**+1**».

c) Множество партий, содержащих повторяющиеся позиции, - отражается V-Последовательностями, содержащими повторяющиеся элементы.

c1) Если какая-либо сторона (здесь, например, Белые) имеет «**+1**» Повторяющуюся Стратегию, - то все партии, основанные на этой Стратегии, отражаются «**+1**» V-Последовательностями-константами и могут быть (как и V-Последовательности) произвольной длины.

c2) Среди неправильных (по крайней мере с одной ошибкой) партий существует такое условное множество партий, которое отображается специфической периодической V-Последовательностью с периодом «**+1**; **0**; **+1**; **0**», а также множество партий, отражающихся V-Последовательностью с периодом «**+1**; **+1**; **+1**; **0**».

b) Вышеприведенные новые свойства V-Последовательностей по сути основаны на некоторых общих идеях и понятиях, заложенных во все учение о них и партиях, ими отражаемых. Этой идеей является, в частности, идея GV–Отображения, - отображения между партиями и V-Последовательностями.

В этом подпункте мы проиллюстрируем ее на существующих и, возможно, новых конкретных Примерах, и только в следующем, - дадим общие его свойства.

1. «Пример 2 для GV–Отображения». Дана начальная позиция: «Белые: ♔a6, ♙c7; Черные ♚a8. Ход Белых». Построим для нее GV–Отображение. «Постойте, а разве мы это не сделали ранее?!», - воскликнет удивленный читатель. Отчасти, он будет прав, так как для построения GV–Отображения мы должны использовать отрывок, скопированный ниже.

(Начальная) позиция имеет оценку «**+1**». Есть две выходящие из нее «**+1**» позиции: после превращения пешки в ферзя или ладью. Все другие пять выходящих позиций – оценки «**0**». Таким образом, из семи партий длиной в две позиции, имеются две V-Последовательности. Одна V-Последовательность - {**+1**; **+1**}, а вторая - {**+1**; **0**}.

Выше приведенный абзац, однако, не дает конкретные партии и конкретные V-Последовательности, которые ими отображаются. Мы должны говорить не на языке позиций, а на языке партий. Ниже даем правильное описание GV–Отображения для малых длин.

GV–Отображение для длины n=1.

Партия (здесь: состоящая из одной позиции) - «Белые: ♔a6, ♙c7; Черные ♚a8. Ход Белых» ⇒ V-Последовательность (здесь: состоящая из только одного элемента, оценки данной позиции): {**+1**}.

GV–Отображение для длины n=2.

Партия *1*: «1. c8♕» ⇒ V-Последовательность, V(2) ={**+1**; **+1**}.

Партия *2*: «1. c8♖» ⇒ V(2) ={**+1**; **+1**}.

Партия *3*: «1. ♔a5» ⇒ {**+1**; **0**}.

Партия *4*: «1. ♔b5» ⇒ {**+1**; **0**}.

Партия *5*: «1. ♔a5» ⇒ {**+1**; **0**}.

Партия *6*: «1. c8♗» ⇒ {**+1**; **0**}.

Партия *7*: «1. c8♘» ⇒ {**+1**; **0**}.

GV–Отображение для длины n=3.

Партий нет (далее: символ пустого множества) ∅ ⇒ V(3) ={**+1**; **+1**; **+1**}.

Партия *1*: «1. ♔a5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **0**}.

Партия *2*: «1. ♔b5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **0**}.

Партия *3*: «1. c8♗ ♚b8» ⇒ {**+1**; **0**; **0**}.

Партия *4*: «1. c8♘ ♚b8» ⇒ {**+1**; **0**; **0**}.

Партия *5*: «1. ♔a5 ♚a7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**}.

Партия *6*: «1. ♔b5 ♚a7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**}.

GV–Отображение для длины n=4.

∅ ⇒ V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.

∅ ⇒ V(4) ={**+1**; **+1**; **+1**; **0**}.

Партии, начинающиеся ходами: «1. ♔a5 ♚b7», где вторым ходом являются ходы: 2.c8♕; 2.c8♖; 2.c8♗; 2.c8♘; 2. ♔a4; 2. ♔b4; 2. ♔b5, - и партии, начинающиеся ходами: «1. ♔b5 ♚b7», где вторым ходом являются ходы: 2.c8♕; 2.c8♖; 2.c8♗; 2.c8♘; 2. ♔a4; 2. ♔a5; 2. ♔b4; 2. ♔c4; 2. ♔c5, - ⇒ V(4) ={**+1**; **0**; **0**; **0**} (всего 16 партий, как и указано ранее по GV-Распределению).

Партия 1: «1.♔a5 ♚a7 2.c8♖» ⇒ {**+1**; **0; +1**; **+1**}.

Партия 2: «1.♔b5 ♚a7 2.c8♖» ⇒ {**+1**; **0; +1**; **+1**}.

Партия 3: «1.♔b5 ♚a7 2.♔c6» ⇒ {**+1**; **0; +1**; **+1**}.

14 партий: «1.♔a5 ♚a7 2.c8♕»; «1.♔a5 ♚a7 2.c8♗»; «1.♔a5 ♚a7 2.c8♘» «1.♔a5 ♚a7 2.♔a4»; «1.♔a5 ♚a7 2.♔b4»; «1.♔a5 ♚a7 2.♔b5»; «1.♔b5 ♚a7 2.c8♕»; «1.♔b5 ♚a7 2.c8♗»; «1.♔b5 ♚a7 2.c8♘»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔a4»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔a5»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔b4»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔c4»; «1.♔b5 ♚a7 2.♔c5» ⇒ {**+1**; **0; +1**; **0**}.

Комментарии.

Мы видим главное отличие GV–Отображения от, например, GV-Распределения или других второстепенных свойств, относящихся ко взаимоотношению между партиями и V-Последовательностями. Оно состоит в том, что каждой партии ставится в соответствие единственная V-Последовательность. Отображение или функция, как и всякое отображение в математике, должно обладать, - и в данном случае обладает! -характеристиками, выраженными в словах «каждой» и «единственная». Об этом мы скажем ниже в описании общих свойств этого отображения. Пока же отметим (на вышеприведенном Примере), что имея GV–Отображение, мы по сути имеем и все другие свойства, например, GV-Распределение.

Конец комментариев.

2. «Пример *11* для GV–Отображения» (рассматриваются только партии из позиции *1* ниже, и состоящие из следующих четырех позиций.

Позиция *1*: «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚d8. Ход Белых»

Позиция *2*: «Белые: ♔a5, ♕e7. Черные: ♚d8. Ход Черных»;

Позиция *3*: «Белые: ♔a5, ♕e7. Черные: ♚c8. Ход Белых»;

Позиция *4*: «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚c8. Ход Черных»;

GV–Отображение для длины n=1.

Партия/позиция 1 ⇒ {**+1**}.

GV–Отображение для длины n=2.

Партия: «Позиция *1*; позиция *2*» ⇒ {**+1**; **0**}.

GV–Отображение для длины n=3.

Партия: {1; 2; 3} ⇒ {**+1**; **0**; **+1**}.

GV–Отображение для длины n=4.

{1; 2; 3; 4} ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **0**}.

И так далее при больших n.

Комментарии:

1. Для простоты мы не даем строки с V-Последовательностями, не отражающими безоошибочные (или «не полностью ошибочные») партии, хотя по формуле Фибоначчи они должны были бы быть (по другому: нет строк с пустым множеством); 2. Ясно, что GV–Отображение выше довольно простое, так как отражает Граф из четырех позиций, где партии – это обход Графа от позиции *1*, а V-Последовательности – последовательности оценок этих позиций. Поэтому, каждый раз (при определенной длине) мы имеем только одну партию; 3. Но чуть усложнив Граф, например, добавив второй контур (от позиции *1*), мы уже часто будем иметь несколько партий (при той же длине), отражающихся разными же V-Последовательностями, см. следующий Пример.

Конец комментариев.

3. а) «Пример *15* (слегка измененный) для GV–Отображения».

Даны следующие восемь позиций (первые четыре – это те же, как и в предыдущем примере, а следующие четыре взяты на основе Примера *15* пункта *1*).

Позиция *1*: «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚d8. Ход Белых»;

Позиция *2*: «Белые: ♔a5, ♕e7. Черные: ♚d8. Ход Черных»;

Позиция *3*: «Белые: ♔a5, ♕e7. Черные: ♚c8. Ход Белых»;

Позиция *4*: «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚c8. Ход Черных»;

Позиция *12*: «Белые: ♔a5, ♕a7. Черные: ♚d8. Ход Черных»;

Позиция *11*: «Белые: ♔a5, ♕a7. Черные: ♚c8. Ход Белых»;

Позиция *13*: «Белые: ♔a5, ♕a7. Черные: ♚e8. Ход Черных»;

Позиция *14*: «Белые: ♔a5, ♕b7. Черные: ♚e8. Ход Белых»;

Для последующего построения читателю лишь надо вспомнить, что данные восемь позиций определяют три разные малые контура. Контур «A» состоит из позиций «1; 2; 3; 4; 1» (с оценками из V-последовательности {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}) . Контур «D» представляется позициями «1; 12; 11; 4; 1» (с оценками из V-последовательности {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**}). Контур «C» представляется позициями «1; 12; 13; 14; 1» (с оценками из V-последовательности {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}). Конечно, некоторым читателям будет трудно представить себе Граф этих позиций, тогда можно найти вначале рисунок его в главном тексте, а затем снова вернуться к прочтению этого Общего Предисловия.

GV–Отображение (от позиции *1*) для длины **n=1**.

{1} ⇒ {**+1**}.

GV–Отображение для длины n=2.

{1; 2} ⇒ {**+1**; **0**}.

{1; 12} ⇒ {**+1**; **+1**}.

GV–Отображение для длины n=3.

{1; 2; 3} ⇒ {**+1**; **0**; **+1**}.

{1; 12; 11} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**}.

{1; 12; 13} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**}.

GV–Отображение для длины n=4.

{1; 2; 3; 4} ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **0**}.

{1; 12; 11; 4} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**}.

{1; 12; 13; 14} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.

GV–Отображение для длины n=5.

{1; 2; 3; 4; 1} ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}.

{1; 12; 11; 4; 1} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**}.

{1; 12; 13; 14; 1} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.

GV–Отображение для длины n=6.

{1; 2; 3; 4; 1; 2} ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **0**}.

{1; 2; 3; 4; 1; 12} ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**; **+1**}.

{1; 12; 11; 4; 1; 12} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**; **+1**}.

{1; 12; 11; 4; 1; 2} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**; **0**}.

{1; 12; 13; 14; 1; 2} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **0**}.

{1; 12; 13; 14; 1; 12} ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.

И так далее для других длин (можно писать кратко: GV(n)- GV–Отображение для длины *n*).

Комментарии:

1. По формуле Фибоначчи (с начальными параметрами **1** и **2**) число V-Последовательностей при различных значениях *n* для данного случая такое: 1; 2; 3; 5; 8; 13...
2. Мы видим, однако, что для определенных *n* некоторые V-последовательности не даны. Но это не значит, что их нет: просто нет партий, которые они отображают. Например, для **n=5** следующие V-последовательности не отражают ни одной партии: {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**}, {**+1**; **0**; **0**; **0**; **0**}, {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **0**}, {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **0**}, {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}. Это происходит по разным причинам и давайте проанализируем это явление в отдельном подпункте, после которого нам будет легче понять общие свойства GV–Отображения.

Конец комментариев.

b) Итак, теоретически (по формуле Фибоначчи с начальными параметрами **1** и **2**) при **n=5** должно быть восемь V-Последовательностей. Давайте их еще раз выпишем, причем укажем в конце строк, отражают ли они какие-либо партии для нашего «Примера *15* (слегка измененного) для GV–Отображения» (первый раз они были указаны в пнуте «3.b»).

Первая V-Последовательность: {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**},- отражает {1; 12; 13; 14; 1}.

Вторая V-Последовательность: {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **0**}, - ничего не отражает;

Третья V-Последовательность: {**+1**; **0**; **0**; **0**; **0**}, - ничего не отражает;

Четвертая V-Последовательность: {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}, - ничего не отражает;

Пятая V-Последовательность: {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**}, - ничего не отражает;

Шестая V-Последовательность: {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**), - отражает {1; 12; 11; 4; 1};

Седьмая V-Последовательность: {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **0**}, - ничего не отражает;

Восьмая V-Последовательность: {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}, - отражает {1; 2; 3; 4; 1; 2}.

Насчет «Второй», «Третьей», «Пятой» и «Седьмой» V-Последовательностей: причина того, что нет партий, которые они отражают, следующая.

Каждая из них имеет два (или более) стоящих рядом «нуля», причем первый находится на четном месте. Это говорит о том, что Черные, находясь в ничейной для себя позиции, не ошиблись. Но мы знаем, что конкретно это означает, что они взяли белого ферзя, тем самым перейдя в Баланс с голыми королями. Но наш Граф, пусть и подграф (или условный!) не допускает позиции КК-Баланса (с только двумя королями). Видимо, можно и нужно пользоваться улучшенной формой записи GV–Отображения: «$GV_{Graph15}$ –Отображение», где «Graph15» есть подграф полного Графа Сиквела.

Отсюда сразу же следует важное свойство GV–Отображения представленного Примера. Оно относится только к некоторому подграфу всего Сиквела начальной позиции *1*, прежде всего тому, что задается Балансом «с ферзем». Кроме того, наш Граф очень мал (в числе позиций), поэтому в нем нет партий, отражаемых «Четвертой» V-Последовательностью: {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}. Ведь она символизирует тот факт, что вначале Белые подставили своего ферзя (ошиблись), Черные его не взяли (ошиблись), но далее уже стороны не ошибались (хотя могли бы, если бы мы рассматривали и другие позиции).

Заметим также, что, даже если бы мы рассматривали весь Сиквел от позиции *1*, то в нем все равно не нашлось бы партий, отражаемых «Пятой» V-Последовательностью: {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**}, - по причине того, что три подряд идущих «нуля», символизирующие КК-Баланс, отрицали бы последнюю «плюс-единицу» (мы об этом говорили ранее, только другими словами). Этот факт положительно характеризует V-Последовательность (и все

GV–Отображение выше) в таком смысле: зная его («нет партий, ею отражаемых») можно сделать вывод о свойствах уже самих партий и позиций. Теперь мы готовы перейти к описанию общих свойств GV–Отображения.

5. В этом пункте мы дадим список основных свойств GV–Отображения, одного из центральных понятий всего учения о V-Последовательностях.

Прежде всего надо понимать, что GV–Отображение есть соответствие (или функция) между каждой партией и V-Последовательностью, при которой обязательно каждой партии ставится в соответствие единственная V-Последовательность.

Говоря об GV–Отображения как об отображении, или функции, мы сразу подчеркиваем такие его свойства, которые относятся к любому отображению. Это тот факт, что:

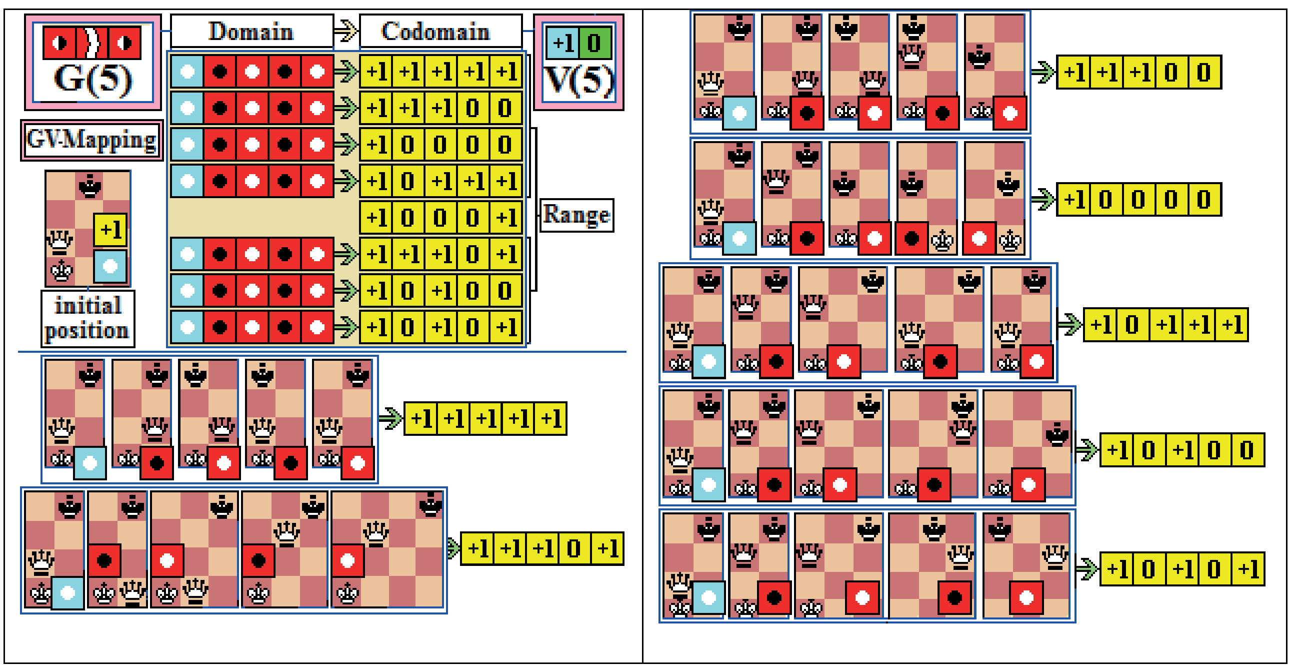
1) отображение есть некоторое соответствие между двумя множествами: множеством партий и множеством V-Последовательностей, но дополнительно обладающее следующим свойством:

2) каждой партии ставится в соответствие некоторая V-Последовательность, причем:

3) она единственна во множестве всех V-Последовательностей.

Эти три первых свойства самые общие и обладают, наверно, наивысшей формой абстракции, отвлечения от любой конкретики: конкретных позиций, конкретных партий, конкретных V-Последовательностей. Как известно, математика - это наука о наиболее абстрактных формах окружающего мира, так вот для мира Шахмат GV–Отображение есть яркое проявление высокочайшей абстракции по отношению к его объектам с точки зрения существования оценок (для позиций) и V-Последовательностей (для партий).

Но все-таки опишем эти два множества, находящиеся в соответствии между собой. Для GV–Отображения это множество партий, - область определения; и множество V-Последовательностей, - область значений.



Внутри области значений есть область - множество образов партий (“range” по английски). Рисунок выше объясняет разницу между между ними. В частности, область значений состоит из 8 V-Последовательностей. Но «range» состоит из 7 V-Последовательностей, так как V-Последовательность {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**} не отражает ни одной партии (это было объяснено ранее).

Партии могут задаваться разными способами: шахматной записью, отрезками (как конечными последовательностями) позиций, выраженными или в числовой или в словесной форме, обходами (путями между вершинами) в таких-то Графах или другими способами, но основанными на том, что партия есть всегда последовательность позиций.

V-Последовательности могут задаваться (и обычно задаются) обычными числовыми последовательностями, но состоящими из не более, чем трех, элементов (оценок). Иногда V-Последовательности могут задаваться определенными номерами в конкретных их списках.

Хотя партии, как мы написали выше, могут задаваться разными формами, для математики прежде всего интересен вопрос о том: «могут ли партии и V-Последовательности по сути быть одной природы?» К счастью, ответ положителен: и те и другие - это последовательности и прежде всего числовые. Именно в такой форме GV–Отображение наиболее ярко проявляет себя. При этом ключевым фактором соответствия является длина партии (как последовательности позиций, выраженных присвоенными им числами) и длина V-Последовательности (как последовательности числовых оценок). Эти длины должны совпадать всегда, что приводит к следующему важному свойству GV–Отображения.

4) При фиксированной длине *n* существуют отдельные GV–Отображения, обозначаемые как GV(n)–Отображения. Еще раз подчеркнем при этом, что GV(n)–Отображения не есть функция между партиями и длиной *n* или функция между V-Последовательностями (например, их числом) и длиной *n*, а между партиями и V-Последовательностями при фиксированных *n*.

5) Также GV–Отображение распадается по другим фиксированным или начальным параметрам. Например, можно фиксировать заданную позицию, назвав ее начальной: тогда будем иметь множество партий только от нее и множество V-Последовательностей от ее оценки (где далее идут оценки позиций, отстоящих от заданной начальной). Где-то между этими крайними полюсами рассмотрения можно рассматривать GV–Отображения между партиями и V-Последовательностями, происходящими от абстрактной белой и черной позиции, позиций определенного класса, Баланса, других специфических или условных множеств. Мы могли бы рассматривать отдельно партии и отдельно V-Последовательности в зависимости от этих параметров, но опять же подчеркнем, что GV–Отображение, называемое тогда Условным GV–Отображением, есть отображение между партиями и V-Последовательностями (см. сразу ниже как отдельное свойство).

6) $GV_{condition}$ –Отображение – это Условное GV–Отображение, где соответствие рассматривается для множеств с определенным характеристикой или при определенном условии, свойственным как множеству партий, так и множеству V-Последовательностей. В качестве примера таких условий выступают специальные Графы (подграфы), специальные множества (подмножества) и другие выделенные условия в более общем множестве таковых. При этом можно допустить, что при изменении этих условий будут меняться отдельно

и партии, и V-Последовательности. И те и другие будут зависеть от них, образуя свои собственные функции, однако всегда должно быть соответствие именно между партиями и V-Последовательностями, составляющие содержание $GV_{condition}$ –Отображения.

7) В Части *6* теории (этой книге) анализируются в основном GV–Отображения при достаточно общих начальных характеристиках. Таковыми, в частности, являются оценка начальной позиции, ее очередь хода, а также множество значений, оценок позиций в Сикведе этой начальной позиции. Далее свойства описывают основные варианты воплощения GV–Отображения при построении партий в Сикведе, содержащем только два значения оценок его позиций. При этом оказывается, что:

8) Существуют 12 вариантов GV–Отображений, разделяемых на две большие группы по следующим параметрам:

a) В начальной позиции сторона может ошибиться;

b) В начальной позиции сторона не может ошибиться.

Для каждой из этих групп GV–Отображение (или GV(n)–Отображения при фиксированных *n*) проявляются следующие специальные свойства.

Для группы «a» вид и число V-Последовательностей задаются или вычисляются однозначно и независимо от каких-либо других условий. В частности:

9) Вид V(n)-Последовательности определяется только Принципами Максимума и Минимума, а число V(n)-Последовательностей вычисляется из формулы Фибоначчи при двух вариантах начальных параметров (этой формулы), именно:

a) Для вариантов группы «a» данная формула есть:

F(n)=F(n-1)+F(n-2) при *n* большем, или равном 3 (для **n=1** и **n=2** значения равны **1** и **2** соответственно).

Эта формула приводит к последовательности {1; 2; 3; 5; 8...}.

b) Для вариантов группы «b» данная формула есть:

F(n)=F(n-1)+F(n-2) при *n* большщем, или равном 3 (для **n=1** и **n=2** значения равны **1** и **1** соответственно).

Эта формула приводит к последовательности {1; 1; 2; 3; 5...}.

10) Формула **F(n)=F(n-1)+F(n-2)** при заданных начальных параметрах вариантов «a» и «b». Должна пониматься как отдельная функция, описывающая число V-Последовательностей в зависимости от *n*. Это не есть GV–Отображение (или даже не GV(n)–Отображения при фиксированных *n*).

11) Число V-Последовательностей, определяемой формулой Фибоначчи выше (в каком-либо из вариантов: «a» или «b») есть максимальное число V-Последовательностей при данных начальных условиях. Максимальное число (и вид) V-Последовательностей по сути образует область значений (codomain) GV–Отображения. Она в определенном смысле независима от области определения (domain), - множества партий.

Только определенная часть этого множества значений, называемая образом отображения, отражает партии. Тем самым утверждается, что образ отображения может не совпадать со всей областью значений. Или: возможен случай, когда некоторые V-Последовательности не отражают ни одной партии. Но обратное невозможно: всегда каждому элементу области определения, - партии, соответствует V-Последовательность, причем единственная.

12). Множество партий, которые отображается одной и той же V-Последовательностью, есть также множество гомоморфных, равных в таком-то отношении, партий. На шахматном языке все такие партии равны в «оценивающем» смысле: последовательность оценок позиций, их составляющих, одинакова для всех таких гомоморфных партий.

13) В Части *3* теории было введено понятие Гомоморфизма позиций (точнее, оценочного гомоморфизма, но для краткости даем именно так, аналогично и для партий, - см. далее).

Гомоморфизм позиций есть «равенство» позиций с одной и той же оценкой. Гомоморфизм же партий есть продолжение понятия гомоморфизма с позиций на партии. Ясно, однако, что если для позиций было только три Гомоморфизма («**+1**»-Гомоморфизм, «**0**»-Гомоморфизм, «**-1**» Гомоморфизм), то для партий их гораздо больше. Их число, в частности, при определенных условиях, описанных в пунктах 7-10 свойств выше, совпадает с числом V-Последовательностей и определяется формулой Фибоначчи с определенными начальными параметрами.

Мы пока прерываем перечисление общих свойств GV–Отображения. Однако надо иметь ввиду, что много свойств будут в следующих Частях теории, в основном посвященных уже V-Последовательностям из всех трех оценок.

A General Preface to Part 6.
Stage 3.
“The cognitive and other reasons of exploring V-Sequences”.

6. In all items above we have in some way or other covered different but mainly mathematical properties of V-Sequences and concepts connected with them. These concepts include GV–Mapping, GV–Distribution, and some others. All these properties and concepts form the so-called "study of V-Sequences". The study here is almost the same as a standalone theory, but we fell that this study still lacks some few important components of theory status. Among these components are mainly the subjective reasons for studying V-Sequences, which oppose to other reasons, studies, or standalone theories. We will take care of these subjective reasons in this item.

a) An educated reader may doubt the necessity of investigating V-Sequences from these considerations: *1*) "many chess programs are created, and they assign values to positions well enough (and since these are based on certain chess and mathematical views, it means that these views are good enough)"; *2*) "good enough mathematical theories are already known, such as graph theory, and they offer values for positions without using the concept and properties of V-Sequences".

Here we will go over the second of this reader's argument.

Graphs really do play an important role in our theory. In particular, it has been established (in Part *3* of the theory), that if a Graph of the Sequel of the position under consideration has been determined, then it ordains values for all positions. In Part *3* this formula "Graph determines V-Graph" was found, and here is what it means. If we have a Graph of all positions that emerge from the given one (that is, the Graph of its Sequel), then every position can be additionally assigned a certain value. That is, a V-Graph can now be formed as a regular Graph, but now with values. This was then substantiated (and in the simplest cases proven) by the fact that the concept of a value itself implies a connection between the position under consideration and positions of a certain class (checkmate, stalemate, positions of the KK-Balance, which chessplayers refer to as dead positions, and other specific positions). Below we still give a minor Example of a regular Graph and a V-Graph, which illustrate the ideas of this paragraph (although in this item we do not intend to give them in large numbers).

«Example 2, which illustrates the Graph and V-Graph of a given position". Let the initial position be given: «White: ♔a6, ♙c7; Black ♚a8. White to move». Yes, it is the same position that we had in Example *2*, only now we bring it up (and everything related to it) with a different aim.

We build several simplest Graphs based on this position, for which we assign the number *1*. Thus, according to the rules of the game, 7 positions emerge from it. Below we give the list of these positions together with position *1* (note, without values!).

Position *1*: «White: ♔a6, ♙c7; Black ♚a8. White to move».
Position *2*: «White: ♔a6, ♕c8; Black ♚a8. Black to move».
Position *3*: «White: ♔a6, ♖c8; Black ♚a8. Black to move».
Position *4*: «White: ♔a6, ♗c8; Black ♚a8. Black to move».
Position *5*: «White: ♔a6, ♘c8; Black ♚a8. Black to move».
Position *6*: «White: ♔b6, ♙c7; Black ♚a8. Black to move».
Position *7*: «White: ♔a5, ♙c7; Black ♚a8. Black to move».
Position *8*: «White: ♔b5, ♙c7; Black ♚a8. Black to move».

Then we need to assign the connections of these positions with each other. This can be done, for example, using a square matrix table, where connections between two arbitrary positions are encoded by two values (usually the "one" and "zero"). In our case, it is enough to write out these connections with two-element groups {1; 2}; {1; 3}; {1; 4}; {1; 5}; {1; 6}; {1; 7}; {1; 8}, which symbolize the presence of a connection from the first group element to the second.

Thus we have just created the Graph, which consists of 8 positions and 7 connections between them. Any graph is a set of vertices (positions) and a set of connections between them (moves) – this is the main requirement of the theory of Graphs, while all else is non-mandatory. For example, it is not mandatory that the Graph itself would be a part of another, more complex Graph. It is also not mandatory that some additional numbers (called values) would be assigned to positions-vertices.

In order to turn this Graph into what would then be a V-Graph, it is necessary to determine independently of it what a value is. Then it is necessary to assign values to all of its positions based on this definition (or at least assign them to some positions of the Graph, in order that we could find values of all other positions according to the definition of value). To that end, a System of Values is created in Part *3*, which initially starts not from the general definition of value but from assigning values to final positions. Thus, the value "**+1**" is assigned to positions *2* and *3*. The value "0" is assigned to position *6* (these are final positions), from which there are no emerging ones. However, for the Graph of the list above the turn to move is pointed out anyway, which speaks as to which side could make this move.

This is followed by the introduction of the concept of value, which, in particular, in the "**+1**" case, means that it reflects the existence of a White Strategy, which leads to a black checkmate position under any Black Strategy. This is why it is obvious that based on this definition position *1* has value "**+1**". From the definition of a value of "0" (in particular, reflecting the fact that there is no Strategy leading to a black checkmate position under any Black Strategy) it follows that positions *4*, *5*, *6*, *7*, *8* have value "**0**". Note that by iterating over all possible paths in the Graph (which are alternating White and Black Strategies as sets of two-element groups of two positions with different turn to move), we now obtain a V-Graph. It is given below, in positions, whose connections are the same as in an ordinary graph.

Position *1*: «White: ♔a6, ♙c7; Black ♚a8. White to move». Value «**+1**».
Position *2*: «White: ♔a6, ♕c8; Black ♚a8. Black to move». Value «**+1**».
Position *3*: «White: ♔a6, ♖c8; Black ♚a8. Black to move». Value «**+1**».
Position *4*: «White: ♔a6, ♗c8; Black ♚a8. Black to move». Value «**0**».
Position *5*: «White: ♔a6, ♘c8; Black ♚a8. Black to move». Value «**0**».
Position *6*: «White: ♔b6, ♙c7; Black ♚a8. Black to move». Value «**0**».
Position *7*: «White: ♔a5, ♙c7; Black ♚a8. Black to move». Value «**0**».
Position *8*: «White: ♔b5, ♙c7; Black ♚a8. Black to move». Value «**0**».

Thereby, we converted an ordinary Graph into a V-Graph. Finding values for all positions of the entire Graph of the Sequel (from position *1*) can, of course, be very complex if we demand that these values result from an abstract Graph. In this Graph, only final (checkmate or stalemate) positions or so-called "dead-drawn positions" are given in values, but a principal idea is important to it. If the Graph is given as is, then converting it into a V-Graph is always theoretically possible (for a mathematician this is often very difficult, let alone for a chessplayer, who drowns in the massive set of resulting positions and games).

In other words, Graphs and V-Graphs definitively determine values. Furthermore, they also definitively determine V-Sequences: since the latter are different traversals or paths in the V-Graph, written out as sequences of values… So why do we need a separate study of V-Sequences so much? It is likely that under complex enough Graphs the application of V-Sequences in the form of a special study (system of ideas and methods of analysis) is more justified than the use of Graph theory. The latter is much more complex than the former…. We will revisit this hypothesis later, as well as the Example itself. For now, let us examine the problem from the chessplayer's side.

b) Very many positions in Chess (especially in the beginning of the game and in the middle) are unknown in their values. We confirm the thought expressed earlier that we will call such positions "unknown", as opposed to known ones, which have specific assigned values and appear mostly in the endgame.

It is usually considered that a chessplayer thinks over an unknown position from the point of view of its static or dynamic factors.

Static factors are the material ratio of pieces of one side against the other, the presence of strong and weak points in a position, and others. Dynamic ones are the calculation of variations that can arise in the game. These variations, however, are based on positions with their value properties. Therefore, in the end everything comes down to assigning a presumed value to a position, based on the analysis of its own static and dynamic factors.

We try to adapt the text above (from the beginning of this subitem "b") to the relationship among games and V-Sequences, or more simply, to values in all possible manifestations. We underscore the following in the text:

1. Static factors of a position are a special case of dynamic ones. It is clear that sometimes it is necessary and possible to halt the calculation of variations. This formally signifies analysis at a depth of length **n=1**.

2. The goal of pondering (a position or variations with positions) by a chessplayer is to find the value of a position. Pondering is analysis to some number of positions ahead.

3. If in the process of analysis a position with known value arises, then analysis further moves in reverse under presumption that moves are made without mistakes. This known value is then assigned to the first position.

4. We note that a master chessplayer, unlike a beginner chessplayer, plays better, since he thinks in variations to a greater depth. Yet in any case one as well as the other uses some System of Values (on which below). This, by the way, proves, that static factors of the position are the same dynamic ones under length **n=1**.

5. In other words, initially and further the analysis of positions takes place primarily in a value sense. Positions are replaced with their values.

6. Faultless play is play with constant values. In general, all play or analysis (as a construction of a set of games to some length *n*) is either faultless or fault play.

7. Yet fault or faultless play are categories from the system of values (if the value changes, we have a mistake; we have no mistake otherwise). A chessplayer always uses a system of values: either unknowingly or knowingly, either correctly or incorrectly (for instance, in the example ~~of~~ with the master chessplayer and the beginner chessplayer). But this means that:

8. It is not abstract (without values) games with positions that are pondered but V-Sequences with their values. This fact was not realized until now. But it is this fact that acts as the point of departure and object of investigation in the study of V-Sequences.

Let us stop for a minute and apply the above to our "Example 2 illustrating the V-Graph of position *1*".

Thus, it is clear that the value of position *1* as "**+1**" is the embodiment of naive dynamic factors, which immediately turn into static ones. This is true because if checkmate is possible immediately, then, moving back in our thinking, we obtain that the initial position is also the same in a value sense as a checkmate one (that is, one of "**+1**" value). At the same time the thinking of a master chessplayer and a beginner chessplayer is approximately the same if we consider this very simple Graph of eight positions.

Although, if we are to think about it, a "beginner chessplayer" here is a very inexact notion.

Imagine a person (or better yet, a child) who has just learned the rules of the game of Chess and in the process of "pondering" cannot decide on which move to begin the analysis. To him, all moves are equivalent in analysis, so he can start analysis with a king move to *b6* (apparently attempting to protect the pawn additionally). Doing so, he completely forgets that it results in stalemate. We (master chessplayers) know that if he makes the move with the king to *b6*, then stalemate results. We may criticize the chessplayer for this, assigning him a very low rating, all the while forgetting that his mistaken thinking has its own objective reasons.

This objectivity consists in the fact that there exists a Graph, which reflects his beginner thinking. This is the Graph (or V-Graph) without positions *2*, *3*, *4*, *5* (those in which the pawn has promoted).

And really, a Graph consisting only of positions *1*, *6*, *7*, *8*, defines the value of position *1* as «**0**». It is possible to obtain the final yet only stalemate (and not checkmate!) position *6* and draw the conclusion that position *1* also has the same "**0**" value. It is even interesting that we do not need to delete positions *2*, *3*, *4*, *5* from the first Graph of eight positions: it is enough to delete connections into these positions from position *1*. At the same time the Graph will also be considered a part (or subgraph) of the first Graph with six positions. The difference is that it will be expressed not by one but several connected components.

In general, any thinking of any chessplayer (whether faultless or not) has an objective reason: it reflects some subgraph of the entire Sequel Graph. For example, consider the last Graph of 8 positions but without connections from positions with the pawn into positions with the already promoted pawn. It is possible to expand it by some other positions and see that the new, slightly expanded Graph will not have "**+1**" positions.

For example, let's add the following two positions: position *9* and position *10*.

Position *9*: «White: ♔a5, ♙c7; Black ♚a7. White to move».

Position *10*: «White: ♔a5, ♙c7; Black ♚b7. White to move».

These positions emerge from position *7*. Now let us analyze the thinking of a beginner chessplayer in comparison with the thinking of a master chessplayer.

Let the beginner chessplayer, in pondering position *7* regarding its value, finally recall that the pawn can be promoted (and before, as we wrote, he somehow forgot about this, although that too had its objective reasons). Overjoyed, he will promote (still in his thinking!) the pawn to a queen and halt further analysis, having assigned a value of "**+1**" to position *9* based on the possibility of promotion to a queen. And here is where it will turn out that this position (position resulting from position *9* via the pawn's promotion to a queen) is a stalemate position. Therefore, position *9* has a value of "**0**", while the beginner chessplayer simply made a mistake.

It seems at first sight that there is no objective reflection of the fault in the beginner chessplayer's thinking, since position *11*: «White: ♔a5, ♕c8; Black ♚a7. Black to move» exists in a new, more expanded Graph (together with its connection from position *9*), but has value "**0**". Yet it is not so. We can consider the new, expanded Graph not as a V-Graph with an already assigned value for position *1*, but simply as a Graph, without any new values for new positions for now. In order to establish that position *11* is stalemate, it is necessary to conduct additional analysis (for example, check that there is not a single emerging move from this position), but without such analysis we cannot assign any value to this position.

The consideration of the Graph after a possible pawn promotion to a rook speaks in favor of this reasoning, which substantiates the objective character of the mistake the beginner chessplayer has committed (this mistake is reflected by the Graph). So, we add position *12*: «White: ♔a5, ♖c8; Black ♚a7. Black to move». This position turns the previous Graph into a Graph with a new position *12*, but in order to assign a value to it, we need to conduct additional analysis. In particular, we need to determine that it is not final, and that the rook usually wins against the king.

In other words, it is always necessary to apply the System of Values in analysis. If this is not done, we have a simple Graph; if it is, we have a V-Graph. In the latter case, however, its values will (or can) depend on a multitude of other reasons. In the process of pondering values of positions by any chessplayer (whether a beginner chessplayer or a master chessplayer), an interaction results between the Graph and the System of Values, as well as between the V-Graph and some System of Values. However, this latter System of Values could possibly reflect some Graph other than the Graph to which it should more correctly belong.

In the last sentence it is enough to translate the System of Values into the language of V-Sequences in order to understand that in any analysis there is not only a subjective component of thinking, but also an objective one. An objective component is first of all the existence of sequences of values in the Graph and V-Graph that unwrap into larger and larger distances as the Graphs change.

c) Here is another bright example based on Example *2* (as one expressed by a Graph of eight positions as well as a Graph with a greater number of positions). We add another three positions here and give them together with position *9* in a list of four positions in order to form a contour…

Position *9*: «White: ♔a5, ♙c7; Black ♚a7. White to move».

Position *13*: «White: ♔b5, ♙c7; Black ♚a7. Black to move».

Position *14*: «White: ♔b5, ♙c7; Black ♚b7. White to move».

Position *15*: «White: ♔a5, ♙c7; Black ♚b7. Black to move».

Connections of positions: {9; 13}; {13; 14}; {14; 15}; {15; 9}, - are deliberately composed in order to form a contour. Being in the contour, it is possible to build games of any length, but at the same time the thinking of any chessplayer comes up against a new task: at a certain moment it is necessary to stop the construction of long games and draw some conclusion (about values of positions).

The objective content of this contour is in its formation of the V-Sequence {**+1**; **0**; **0**; **0**}, which can be repeated multiple times (or even infinitely) as a period of the increasingly large V-Sequence. In any infinity, the root of wrongful thinking is hidden, but it is necessary to show that it (wrongful thinking) is contained not only in the infinity, but at least already in the repetition.

Here White made a mistake at the beginning. Let us ask the question: "Does (did) Black understand this?" He understands this only when sees that White could win with a pawn promotion to a rook (understanding that promotion to a queen leads to stalemate, and therefore to a draw). Or it is better to say it thusly: he generally analyzes only a promotion to a queen and happily sees that it only leads to a draw. Therefore, position *9* is drawn for him!

Later sides dance with the kings until they obtain position *15*. Black, being in it, sees that he could transition into position *9*, which is drawn in his understanding, and therefore goes there… He closes the contour, "justly" (in his understanding) assuming that the repetition of a position will lead to nothing bad for him. If Black considers position *9* to be drawn, then position *15* is also drawn – reason being that position *9* results from it. So even logically he is not mistaken here: if there is a mistake in his judgment, then it repeats further, and the judgment itself is correct!

Yet this fact is also interesting: in the Rules of Chess it is written that repeating a position threefold signifies a draw. It turns out that the game "threefold traversal of a given contour", which contains position *9* three times, ends (with this position) as a draw. It is obvious that the face of threefold repetition of a position alone does not mean that this position has value "**0**" (the Rules of Chess can be altered in this case), but in general this example also shows many other things. The main thing is that any analysis is based not only on games as sequences of positions, but also on V-Sequences, - as sequences of values.

This again confirms the correctness of using V-Sequences as a wholesome study, which reflects the objective complexity not only of chessplayers' thinking, but the complexity of the object of study itself (embodied, for example, in various Graphs). We give a few more notes.

Note *1*. It concerns the so-called "dead" positions: positions, in games from which any checkmate is impossible. These, by the way, are not only positions whose Sequel does not have a single final position (for example, positions of the KK-Balance), but also "**0**" positions of the Balances "king with bishop versus king" or "king with knight versus king". In general, in the latter Balances there are stalemate positions, so the game can freely end with them (in the sense that in the theory, under absence of rules of stoppage based on drawing rules regarding threefold repetition or 50 moves, the game lasts indefinitely long until it stops at some final position, either checkmate or stalemate). Besides, the fact of assigning some value to a position (including a final one!) is based not on the rules of movement of pieces in Chess but on the System of Values, which are assigned to the (here: final) positions. And really, both checkmate and stalemate to Black stop play, but assigning the values "**+1**" and "**0**" is a consequence of the System of Values, not the rules of the game (as movements of pieces). World Champion Capablanca, it seems, proposed to adjudicate a win for White under a declaration of stalemate as well. This makes sense not only from the point of view of creating an independent System of Values, but in recognizing the independence of the rules of Chess, which remain the same. Some may object, that it will be a different Chess: "yes, different, if this chess is now taken with a System of Values, but the movements of the pieces themselves and constructions of games remain the same…") About this (about the possibility of changing FIDE rules) we will say later.

Note *2*. By the way, who decides (decided) that checkmate positions only exist after promoting a pawn to a queen or rook, and not to a bishop or knight? Evidently, someone has completed an analysis of all three-piece endings beforehand… But this means that this same someone first determined that it is namely in Balances "with queen" and "with rook" (and not "with bishop or with knight") checkmate is possible. But this fact, correct as it may be, is not so obvious in FIDE rules. We look into this note further from the point of view of our case of expanding the Graph, which already contains positions of all possible Balances.

a) After the pawn's promotion to a queen the Balance "king and queen versus king" results, games from whose positions may be mapped by different V-Sequences. We examined this case in detail in all beginning items of this Preface. It is established that the study of V-Sequences (for example, through the concept of a GV–Mapping) fully maps all possible games (and thereby also positions, Graphs, and all else) in the Balance "with queen". But do the FIDE Rules of Chess reflect it so completely? Of course not, if they have rules about a threefold repetition or 50 moves. For example, a game may last longer than 50 moves and reach a "**+1**" position, so does its outcome have to be a draw? It looks strange and illogical (ways of resolving this will be offered below).

b) The same also concerns the Balance "with rook", and there is also the added fact of a rather complex method of declaring checkmate (which even some beginner chessplayers are not strong enough to come up with if they do not know this method already).

c) As it was said, in positions "with bishop" and "with knight" checkmate is impossible (although who checked this?), but it is interesting if stalemate is possible in the sense whether a White Stalemate Strategy is possible, one which leads to stalemate to Black under any of his actions. This question is already rather complex for a master chessplayer and cannot be decided to simply without an additional investigation. But it is possible to use graph theory (the study of V-Sequences) and, having found all games ending with stalemate positions, answer the question regarding the Stalemate Strategy described above. At the same time, since stalemate is only possible in a corner, the given Strategy speaks to White's ability to chase Black's king into a corner and stalemate it there.

Note *3*. Concerns also a position of the existing Balance. Here it is possible to remind that graph theory (or the study of V-Sequences) also reflects universally known ideas of conducting a pawn endgame, such as key squares, opposition, "square", and others.

d) It is clear that a Graph of the Sequel of position *1* contains the Graphs of all other three-piece Balances, as well as the Graph of the KK-Balance, as its subgraphs. The thinking of any chessplayer reflects some of these subgraphs (or its composition), and it is first of all expressed through V-Sequences (as some traversals of these Graphs from the point of view of vertices\positions, which contain them). A chessplayer's mistake is primarily a "mistake" (change in value) in positions of the Graph itself. From here follows the idea of getting rid of all of these "mistakes" by the method of riddance of a priori bad connections in this Graph.

1. And here is a concrete illustration on the example of position *9*.

Suppose that the chessplayer who has White knows that the Balances "king and bishop versus king" and "king and knight versus king" do not contain any checkmate positions. Therefore, he cannot promote the pawn to a knight or bishop under any circumstances. In the language of the Graph this means that some subgraph of the entire Sequel Graph of position *9* is under consideration. And then it is possible to calculate the ratio of the number of all correct games to the number of all games under such-and-such length.

Well, here it is, the GV-Distribution:
GV(2) = 1 game - for V(2) ={**+1**; **+1**}.
GV(2) = 4 games - for V(2) ={**+1**; **0**}.

Here there is one winning game: it is the game 1. ♖c8. Four non-winning games are the games: 1. ♔a4; 1. ♔b4; 1. ♔b5; 1. c8♕. Therefore, the ratio of the number of correct games to their total number equals 1/5=20%, but if the pawn is promoted to a bishop\knight, then it will be 1/7=14.3% (approximately). In other words, the use of an improved Strategy (reflected by the Graph without ballast Balances "with bishop" and "with knight") increases White's chances.

This concerns all positions of the Sequel of position *9* (and position *1* as well: «White: ♔a6, ♙c7; Black ♚a8. White to move»), - since White cannot lose, any decrease in the number of possible "**0**" positions (or games with them) only increases the probability of a win.

Here we are already talking about such an important phenomenon of using Graphs as the creation of improved Strategies of sides. Thus, for White an improved Strategy signifies riddance of any positions of value "**0**" or connections into these positions. For Black, it is vice versa: the creation of a larger number of such "**0**" positions or connections into them (for example, capture of a pawn or a promoted piece immediately with the king). Employing an improved White Strategy is the consideration of those subgraphs of the Sequel which contain a smaller number of "**0**" positions and games with them. The use of an improved Black Strategy is the consideration of those subgraphs of the Sequel which, conversely, contain as many "**0**" positions (and connections to them) as possible.

2. And here is such a beautiful analogy (as will be seen later, an experiment).

Let us have two small children playing from initial position *9*. They make moves arbitrarily, without thinking about any strategy or concerted efforts (assume they have just learned to make moves according to chess rules).

It is obvious that all games and V-Sequences corresponding to them, which are for them possible, are defined in some way after all. This can be through a Graph (of the entire Sequel of position *9*) or its "double", the V-Graph (with assigned values to its positions).

Our players (these children) know nothing about this; their play is random and, it appears, can lead to a traversal of all positions of the V-Graph with equal probability (or, translated into the language of V-Sequences, to the creation of a set of the latter, as mapping all games/traversals).

A minor note about a possible traversal of all positions. All positions of the Graph are impossible to traverse with one game, even if a very long (or infinite) one, since, for example, after entering the Balance "with queen" one will never enter the Balance "with rook", and vice versa. Yet it is possible to consider a set of games (even an infinite one if needed) in order to really traverse all positions (and connections) of the Sequel Graph. This note is brought up only towards a general understanding about the random play of our children under all possible variation games played by them. However, further we will after all consider in some sense (variation, condition…) one game without the necessity of traversing all games of the Graph. End of note.

Can the child playing White win (assume initially this applies checkmate)? He can, since somewhere in the vast Sequel Graph there exists a position with "**+1**" value. Yet neither of the children knows about it (only we know, or, if you will, only the Graph "knows"). In order for a checkmate position to arise in some game it is not necessary to immediately, on move one, promote the pawn to a rook. The pawn may not be promoted to a queen (we will talk about a bishop and knight later), as after that stalemate will result, and the game will end immediately (in case of stoppage of game for reason of reaching a final position we assume that the children start to play a different game from the initial position *9*).

Besides, in this experiment the goal of winning (reaching a checkmate position) is not presented from the classical understanding point of view (when only “**+1**” correct games are created). Strictly speaking, the latter occurs when White wins regardless of any actions of Black which is equivalent to these “**+1**” correct games. This means that even in incorrect games checkmate is possible, while our task is to compose a list of such (or any other, if we are to task ourselves with traversing the entire Graph) games.

One of the incorrect games can be, for example, a game that first leads again to the initial position *9*: {9; 13; 14; 15; 9} through the contour above. Then the player having White will once more have an opportunity to win, and once more it is unnecessary to promote the pawn to a rook. However, let’s imagine that this has occurred on a second attempt: the White player promoted the pawn to a rook after all (and if he had promoted to a queen, then we would force them to play a new game, as mentioned above). Then the game enters the Balance “king and rook versus king”, which objectively contains many more “**+1**” positions than “**0**” positions.

A note regarding this Balance. It shares many similar properties with the Balance “with queen”. Thus, in particular, all white positions in it have value “**+1**”, while Black positions have value “**0**” only if it is a stalemate position or a position where Black can immediately capture the white rook. End of note.

For the children playing in the Balance “with rook”, games will mainly be described by “**+1**” constant V-Sequences. Of course, if we are to require checkmate, then the probability of such under the children’s random play is still small; yet it is definitely higher than if were comparing games from the initial position. Now we can even revoke the condition of necessary checkmate; let a game, for example, last indefinitely long. Our goal is to compose a list of them and put some V-Sequence in correspondence with each of these games, that is, to construct a GV–Mapping that will, in particular, through the GV–Distribution confirm the fact that many games now contain mainly “**+1**” positions.

It is also obvious to us, conductors of this experiment, that the Graph of the Balance “with rook” is regions (subgraphs) in which finite games ending with checkmate positions will now often occur. It is evident that these regions are described by the black king’s position on the edge of the board (since checkmates are only possible there). If we are to return to the requirement that a game must contain a checkmate position, then it will turn out that such games must contain games where the black king is on the edge of the board. The children do not know this. This fact, however, if the conditional GV–Mapping is considered, where conditional games with a pushed-away black king positions are looked at, is reflected by more checkmate games in it. This is compared to the number of games that would exist if the king were not pushed away. By the way, it is possible to squeeze it directly into a corner, where the chances of having an already checkmate position in the game will increase. Finally, note that in the subgraph of the Balance Graph “with rook” it is possible to isolate an even smaller minor conditional subset. For example, we could require that White declare checks more often (what is one of these checks turns out to be checkmate?).

Conclusion from the above paragraph: there exists such a subset in the Graph of the Balance “with rook” that a conditional GV–Mapping corresponds to it. There, correct “**+1**” games serve as games, and “**+1**” – constant V-Sequences of the same length serve as V-Sequences. These games and these V-Sequences reflect a chessplayer’s best thinking in the process of pondering and choosing correct moves.

And the process of transitioning from a Graph to a Sequel corresponding to this conditional GV–Mapping (through various intermediate graphs) maps a chessplayer's thinking, from a child's or beginner's to the thinking of a chess master. That is, our analogy (or experiment) once more confirms that there exists an objective content to the process of thinking. Therefore, this fact is one of the reasons for using the study of V-Sequences. Let us return, however, to other subgraphs of our general Sequel Graph.

Among all games that end in checkmate, as we said, there are not only correct games (that begin with the pawn's promotion to a rook and subsequent correct play ending with checkmate to Black) but also incorrect ones. Are there games among them, for example, where checkmate is delivered by a queen? Yes, there are, strange as it may seem, only the pawn needs not be promoted to a queen immediately. Here, for instance, is a game that ends with checkmate (from position *9*): 1.♔b5 ♚b7 2.c8♕ ♚a7 3.♕d7 ♚b8 4.♔b6 ♚a8 5.♕a7#. Its V-Sequence (consisting, as is the game, of 10 positions): {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}. It is clear that there were two mistakes in the game: one of them was White's mistake on his first move, and the other is Black's mistake when he did not capture the newborn queen.

If we are to look at this game through Black's eyes ("correcting mistakes!"), then we could offer an improved Black Strategy. It consists in always capturing the opponent's piece with the king, whenever possible. If Black had really done it, he would have transitioned into the two-piece KK-Balance, where any game would be reflected only by zeroes. But we want to translate this idea into the language of interaction between various Graphs. Then we obtain that the game above (from the moment of the pawn's promotion to a queen) reflects a subgraph of the Balance "with queen", from which it was possible to enter a subgraph of the KK-Balance. In other words, we have already reflected Black's thinking process, which would occur if he worked on his game lost earlier and not made the mistake anymore.

Once more: the thinking of the child playing Black who conceded checkmate to his king is reflected by one subgraph (here: in the sense of a simple connection of 10 games). The thinking of the same child but one having conducted a successful review of his mistakes is reflected by another Graph, which already includes the Graph of the KK-Balance.

3. Let us draw a conclusion from the experiment with children, and then gradually convert it into the conclusion to this entire item *6*.

a) About the children. Their play at any moment of time (under a given choice of move) is purely random, but this randomness cannot be automatically extended to games created by them, in particular, to V-Sequences of values of positions that contain them. Games and V-Sequences that map them are a manifestation of specific properties of the Graph (of the Sequel of that position from which they begin playing).

This Graph has its own properties, defined mainly by the existence of special subgraphs within it. Graphs of Balances, as sets of positions with the same material ratio, often serve as subgraphs. These subgraphs (or Graphs) of Balances have their own value characteristics, which clearly differentiate them from one another. For example, the number of "**+1**" connections between positions in the "king and queen versus king" Balance ("**+1**" connections are connections between two "**+1**" positions) is greater than the number of "**+1**" connections in the "king and rook versus king". This also affects the numbers of correct and incorrect games as well as other properties that in the end are reflected by V-Sequences (through the GV-Mapping, GV-Distribution, and other concepts).

The Balances “king and pawn versus king” or ‘king and bishop/knight versus king” possess specific properties as well (the latter consist of only “**0**” positions). In particular, in the Graph of the Balance “king and pawn versus king” there exist its own internal subgraphs, which reflect the compact group of “**+1**” positions and group of “**0**” positions (reflecting positions with key squares that are well-known among chessplayers or those subject to the “square rule”). But all these Graphs are mapped by V-Sequences. They, these V-Sequences, obey their own laws of construction as well as the structure of the Graph (or V-Graph), which has its own various properties in the value sense. We gradually transition to the conclusion of the entire item *6*.

b) The use of V-Sequences (or the study of V-Sequences itself) has objective reasons consisting in the reflection of Graphs of sets of positions. The most popular case of this is the consideration of a Sequel Graph of a given known-value position as the initial Graph. Assume that this graph is completely known to us and consists of several subgraphs, which reflect special properties of the Sequel positions and connections between them. Connections between positions are games; that is, these are sequences of positions, while V-Sequences are sequences of values of these positions.

Any specific game, especially one reflecting some well-thought out play by the chessplayers, is transition from one set of subgraphs to another. For example, the correct game from the white initial “**+1**” position ending in checkmate to Black reflects transition from the Balance “king and pawn versus king” to an even better Balance “king and queen (rook) versus king”. From the point of view of V-Sequences it reflects transition to V-Sequences with a better GV-Distribution. Ideally, such games are mapped only by «**+1**» constant V-Sequences, but these V-Sequences arise not by chance. Instead, they reflect after all those specific subsets of games through which they are constructed.

Black’s play, on the other hand, is directed towards the construction of games with a greater zero content in V-Sequences and ideally towards creation of games that are now reflected by “**0**” constant V-Sequences. In particular, the latter are possible under transition to sets of Balances that are good for them and where a win is impossible: “king and minor piece versus king” and “two lone kings”.

As a resume: we briefly have the following conclusion. V-Sequences reflect the interaction between different parts of a Graph, its structure in vertices (positions) and edges (moves between positions). V-Sequences map games as unions of vertices and edges in the chess sense, but this mapping is specific every time for the specific graph under consideration.

7. This item of the Preface concerns the advantages of using V-Sequences as compared to Graphs of positions.

Yes, we have established that theoretically in order to reflect value (and many other) properties of a position it suffices to know the Graph of that set to which it belongs. So in what respects can V-Sequences outperform a Graph (V-Graph)?

If there exists a small set of positions under consideration, then the Graph can be constructed fully and the values of all positions determined from it. But very often the set of positions is very large, and the Graph becomes very complex (do not forget that besides vertices\positions there also exist edges\moves between them), and it is practically unrealistic to construct the Graph in its entirely. Yet we do not even need to do this if we suppose that the goal is to find the values of only certain positions or to find the correct path from the position under consideration to checkmate or other special positions. Then it is clear that V-Sequences map only some paths in this Graph. They map games but only the ones we need rather than all.

a) The advantage of V-Sequences consists in particular in mapping correct “checkmate” games. Those are games ending in checkmate from a position that is winning for a side, that is, either from a “**+1**” or “**-1**” position for White\Black. If our sole aim is to declare checkmate, then it is obvious that we do not need to construct the entire Graph but only find that part of it which contains positions and connections between them that lead to a checkmate position. Then we need to find a conditional mapping between checkmating games and V-Sequences (obviously, constants).

b) The same also concerns the case with “**0**” positions, when we need to only to find games mapped by constant “**0**” V-Sequences. However, we note that games mapped by them are not required to end in stalemate. These games could be games containing positions of the “**0**” repeating set of positions (for example, forming a “**0**” contour of positions, of “**0**” positions of the same contour).

c) The fact that V-Sequences map games in the value sense (and not positions) characterizes them favorably compared to a value only for a position. We obtain an opportunity to compute the number of any specific games mapped by specific V-Sequences. Sub-items «a» and «b» above concerned games ending in checkmate, stalemate, or games of the repeating set, but it is possible to consider other games as well. Let’s say in a bit more detail what we mean by that.

Take a white position of the Balance “king and queen versus king”. We already know that any white position in this set “with queen” is a “**+1**” position. Thereby, there also exists a game ending in checkmate, and one that consists only of “**+1**” positions. But we also found that before giving checkmate it is possible to repeat «**+1**» positions without limit (when this is said, it is meant that not only do White and Black cooperate in constructing such games, but White may force Black to repeat positions, even if the latter does not wish to). In other words, we describe finite games whose lengths increase due to the insertion of repeating positions. We also talked about this in the first item of this Preface, but now it is possible to see a new idea in this question. This idea concerns comparison criteria for positions of identical value. Let’s delve deeper into this.

d) Thus, we have established that in the Balance “with queen” under an initial White “**+1**” position White almost always has a “**+1**” Repeating Strategy, which constructs games of unlimited lengths (or even infinite ones).

We think into how important this fact is for both sides. For Black, it seems not to be as important: he is doomed anyway and can only hope for a miracle, a mistake by White (which given such a massive advantage is very difficult to end up witnessing). For White, on the other hand, it is a definite plus: he can always repeat positions, preserving the win (in the sense of declaring checkmate). Suppose that he does not yet see this win (declaration of checkmate) clearly, and then he is even recommended to repeat positions in order to make sense of what is happening a little later. We give an illustrative example below.

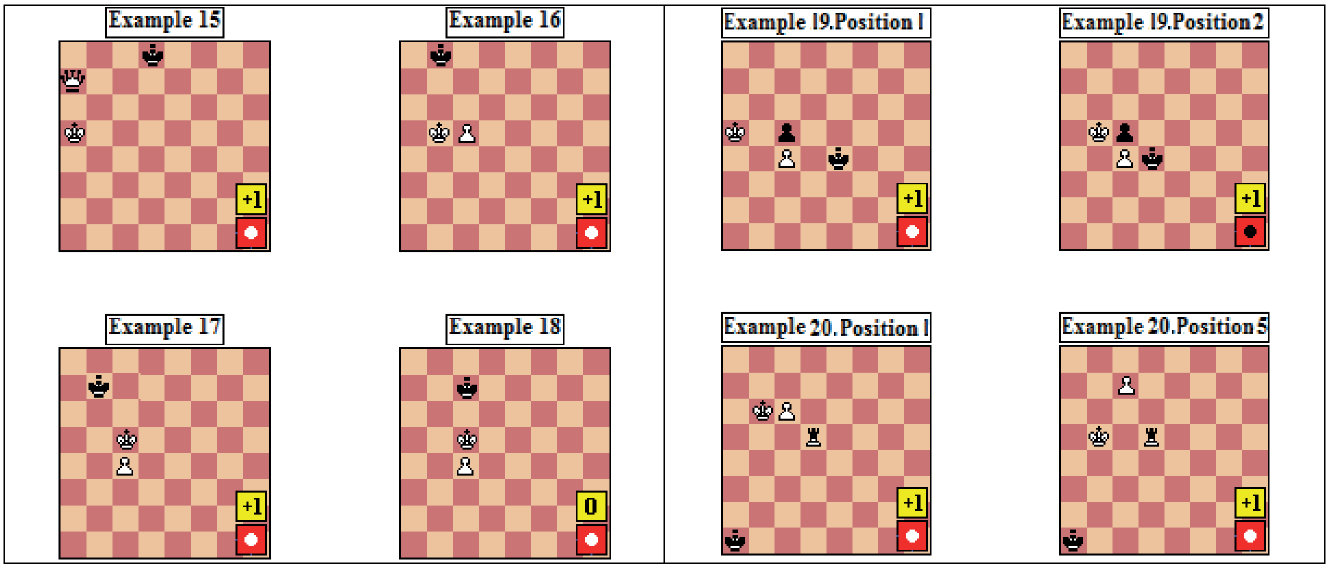
“Example *15* (slightly modified) for illustrating new criteria”.

Let the following initial position *1* be given: «White: ♔a5, ♕a7. Black: ♚d8. White to move» (unlike in Example *15* above, here the white queen stands not on *b7* but on *a7*).

It is clear that here White has a “**+1**” Repeating Strategy. It is possible to move the queen along the squares *f7* and *a7* and chase the black king along the squares *d8* и *c8*. Then a very simple contour of four “**+1**” positions is formed. It is possible to form contours from a larger number of positions: chase the black king to the right, then play a long queen move to the left, and chase it to the left, and so on. White does not even need to move the queen but rather move the king along any squares of the first six ranks.

All of White's possibilities described above favorably characterize the position in some sense, - compared to a position where these opportunities are absent. Take another position for comparison: «White: ♔a6, ♙c7; Black ♚a8. White to move» (it was from Example *2*).

In the position of Example *2* there is no «**+1**» Repeating Strategy: since White is obligated to declare checkmate immediately, or otherwise there is no other correct game. But someone will say: "but checkmate is declared immediately!"



However, let's not forget that we are comparing two positions of the same "**+1**" value. Comparing positions of the same value is not comparing them along their value. It is something else that we must additionally determine. Therefore, we introduce the concept of a comparison criterion. A comparison criterion is some property, a qualitative or other characteristic, applicable to two positions of identical value. Based on it, these positions can be compared additionally (here the word "additionally" is given intentionally in order to stress that comparison is made not along the main property, but along some other one).

Then it is clear that if we accept the criterion of fastest declaration of checkmate, then the position from Example *2* is better, but if we take the criterion of existence of a "**+1**" Repeating Strategy, then the position from the modified Example *15* is better.

e) A position of the "king and pawn versus king" Balance illustrates very brightly the idea of using a comparison criterion along the existence of a "**+1**" Repeating Strategy for White.

1. Example *16* (illustrating the existence of a "**+1**" Repeating Strategy).

So let us take position *1*: «White: ♔b5, ♙c5. Black: ♚b8. White to move» as initial.

This position is won for White, meaning it has value «**+1**». But imagine for a minute that White (a beginner player) does not know this (or, rather, does not know the plan of giving checkmate, which only we, master chessplayers, know…).

We see that in position *1* White has two moves that uphold the value of the position: 1. ♔b6 and 1. ♔c6 (it would be more correct to give a GV(2)-Mapping, but we want to get to the point of the discussion quickly). But our beginner chessplayer who has the White pieces does not see this.

He does see the following: with the move 1. ♔b6 he can place his king opposite the black one and then (and this is important) uphold this frontal "tete-a-tete" Strategy further. For instance, under the black king's move to *a8* to move his king to *a6*, move of the king to *c8* to move his king to *c6* and so on, where under any specific move (location) of the black king on any file, the white king goes to the sixth rank of that same file.

If White plays like this, then he: a) will never lose the pawn, b) will necessarily repeat position *1* (or a similar position in the kings' opposition on some file) after some time. Assume the White player sees this; is it then possible to somehow evaluate or just simply understand his play? Here we are at first not even interested in the question "is such a Strategy a "**+1**" repeating Strategy?", but we must admit that the "tete-a-tete" Strategy clearly has a favorable property. Its essence is that the side possessing a Repeating Strategy does not lose. Here a note is necessary.

Note (regarding a Repeating Strategy in the general case). In our example White cannot lose anyway, so the statement above is of little importance. However, if we add to the position two fixated pawns: a white one on *h3* and a black one on *h4*, then we obtain a position whose Sequel will also have "**-1**" positions (ones lost for White). Then the statement that "the existence of a Repeating Strategy for a side means that the position is not lost for it" will already have important meaning. This idea will also be in force for a similar Example *17* below. End of note.

Fortunately, the Repeating "tete-a-tete" Strategy chosen by the beginner chessplayer is also a "**+1**" Strategy. That is, White always preserves the possibility of declaring checkmate (although we once more remind that in our theory checkmating is not necessary).

If that is how things stand, we, chess masters, can with a clear conscience recommend to our beginner chessplayer to follow the "tete-a-tete" Strategy that he just invented. This recommendation of ours is theoretically justified.

2. Example *17*. Take the position: «White: ♔c5, ♙c4. Black: ♚b7. White to move» as initial.

This Example is similar to the previous one. Let also the beginner chessplayer and us, chess masters, be present in it. We know that the initial position has "**+1**" value, and there are three moves that uphold it (although only one of them, 1. ♔d6 is the quickest in reaching checkmate). Also let the beginner chessplayer still not know how to checkmate in this "**+1**" position (he probably does not know its value either). But he does see that with the move 1. ♔b5 he enters a repeating set of positions. This set is formed by the following Repeating Strategy: a) if the black king goes to squares of the seventh rank, then the white king stands right in front of it along the fifth rank (on the same file); b) if the black king moves to a square of the eight rank, then the white king stands right in front of it to squares of the sixth rank (on the same file). This Strategy is also a "tete-a-tete" Strategy, only in two described variations.

Therefore, this Strategy means that the initial position is at least not lost for White (has a value of either "**+1**" or "**0**"). This is not so important for reason that White cannot lose anyway under a lone black king, but if we add a couple of fixated pawns as in the previous example, then this important idea makes sense (see note above).

Again fortunately for White, the Repeating Strategy described above is also a «**+1**» Repeating Strategy. That is (as in the preceding example), it means that White always preserves the possibility of checkmating the opponent.

And again we (chess masters) with a clear conscience recommend to the beginner chessplayer to employ the Strategy he invented, which is theoretically justified.

3. The Examples above are, of course, good, but how can we tie them to V-Sequences (except the fact that a constant "**+1**" V-Sequence is used in this Repeating Strategy). Here is how.

Again take the position «White: ♔c5, ♙c4. Black: ♚b7. White to move» as initial, but ask the question: how many such V-Sequences can map a game of repeating positions?

This question already hints at the existence of incorrect games (from our initial position), which are grounded in some other Repeating Strategy. Two variations are possible here.

"First" Variation. We, chess masters, know that the initial position has value "**+1**" and want to use any Repeating Strategy in order to again enter a "**+1**" position. Only then do we checkmate (or it is possible to not checkmate it all but instead repeat this positon an arbitrary number of times).

"Second" Variation. A beginner chessplayer does not know the value of the initial position (he only knows that it is not lost for him), but executes some Repeating Strategy. In this Variation, we, masters, abstract away as it were from the value of the initial position (more detail below, in the process of investigation).

For each variation we want to compute the number of V-Sequences that map games. We need this to compute games that they map. Namely, we mean the creation of a GV-Distribution of games or creation of a GV-Mapping.

So here it is. "First" Variation. To begin with:

1. We compute (in particular, write out) all V-Sequences of length 5 that map games of length 5, which begin and end with an initial position of «**+1**» value.

2. We find at least one game mapped by each of these V-Sequences.

3. We find all such games (that is, construct a GV-Distribution or conditional GV-Mapping, where the condition will be the coincidence of the first and last positions. Note that length 5 is the minimal length for constructing a game with repeating positions, although in perspective it is necessary to keep in mind that these positions may stand in other places as well, not just the first and fifth).

1.1 The solution to the "First" variant is in this item, and here is the list of all five V-Sequences:

V(5)-Sequence:={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**} (First in the "list of eight", see below);

V(5):= {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**} (Sixth on the list of eight);

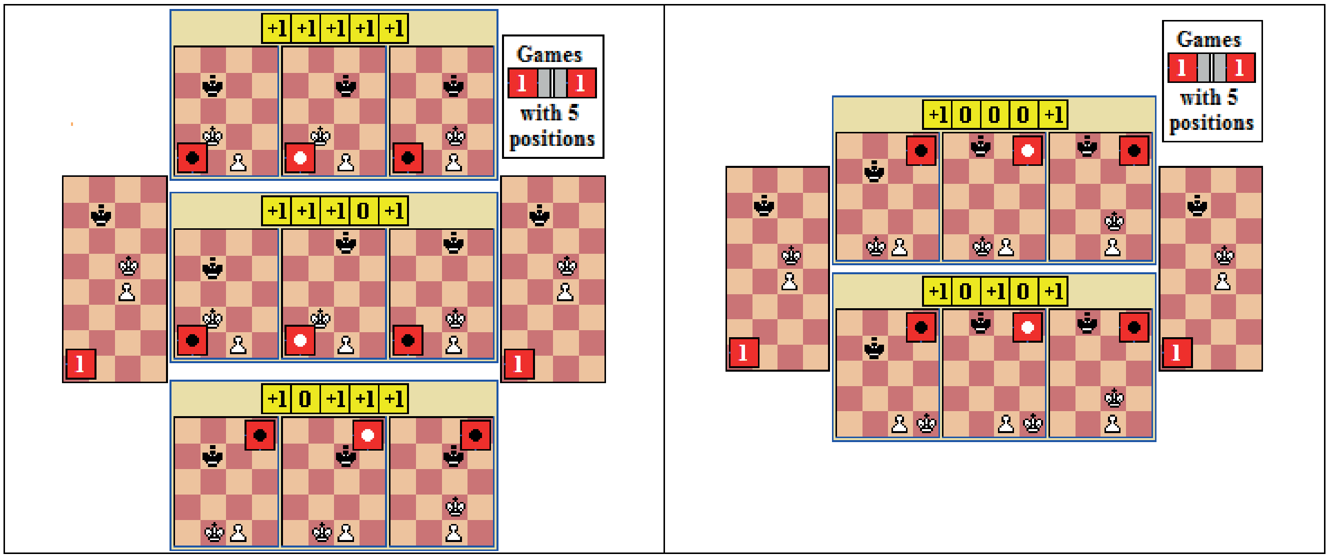
V(5):= {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**} (Fourth on the list of eight);

V(5):= {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**} (Fifth on the list of eight);

V(5):= {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**} (Eighth on the list of eight, see below);

Note that all of these V(5)-Sequences have this property: they begin and end with «**+1**». If we allowed them to end with either «**+1**» or «**0**», then their number would equal eight, as follows from the Fibonacci formula (under initial parameters **1** and **2** as reflecting the fact that our initial position is of "**+1**" value, while positions of only two values are possible in its Sequel: «**+1**» and «**0**»). From this observation we have written out all these V-Sequences as a subset of the "list of eight" V-Sequences (first given in item *4* of this Preface).

1.2 Solution. We give one game each that reflects a specific V-Sequence (we use an arrow to denote a GV-Distribution).



Game for First V(5): «1. ♔b5 ♚c7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.
Game for Sixth V(5): «1. ♔b5 ♚c8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**}.
Game for Fourth V(5): «1. ♔b4 ♚c7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
Game for Fifth V(5): «1. ♔b4 ♚b8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**}.
Game for Eighth V(5): «1. ♔d4 ♚b8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **0**; +1}.

1.3 Solution. Before giving the GV-Distribution, we compute how many total games exist of length 5 positions, conditional on the first (initial) and fifth positions being equal.

White and Black move only the kings, after which they immediately return them to the initial squares. This is why White can move to the squares: *b4, b5, d4, d5, d6*, and Black to the squares *a6, a7, a8, b8, c7, c8* (squares *b6* and *c6* are unavailable to him, since they will not give the king an opportunity to return to *c5*). Multiplying the numbers of possible squares, we obtain the number 30. This, however, is only some upper bound on the number of games; the true number of games may be smaller, as the kings' movements are dependent on each other. In reality, the number of games equals 28, since with the white king on *b5* the square a6 disappears for the black king, while for the white king on *d6*, the square *c7* is inaccessible.

$GV_{1\text{-}1}(5)$-Mapping.

«1. ♔b5 ♚c7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔b5 ♚a7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔b5 ♚a8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔d5 ♚a6 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔d5 ♚a7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔d5 ♚a8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};

«1. ♔d5 ♚c7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔d6 ♚a6 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔d6 ♚a7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔d6 ♚a8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔b5 ♚c8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**};
«1. ♔b5 ♚b8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**};
«1. ♔d5 ♚b8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**};
«1. ♔d5 ♚c8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**};
«1. ♔d6 ♚b8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**};
«1. ♔d6 ♚c8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**};
«1. ♔b4 ♚c7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
«1. ♔b4 ♚a6 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
«1. ♔b4 ♚a7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
«1. ♔b4 ♚a8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
«1. ♔d4 ♚a6 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
«1. ♔d4 ♚a7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
«1. ♔d4 ♚a8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
«1. ♔d4 ♚c7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
«1. ♔b4 ♚b8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**}.
«1. ♔b4 ♚c8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**}.
«1. ♔d4 ♚c8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**}.
«1. ♔d4 ♚b8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}.

Thus, we have 28 games in total (it coincides with preliminary calculations slightly above), and there is the following $GV_{1\text{-}1}(5)$-Distribution.

$GV_{1\text{-}1}(5)$ = 10 games for V(5):={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
$GV_{1\text{-}1}(5)$ = 6 games for V(5):={**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**};
$GV_{1\text{-}1}(5)$ = 8 games for V(5):={**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**};
$GV_{1\text{-}1}(5)$ = 3 games for V(5):={**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**};
$GV_{1\text{-}1}(5)$ = 1 game for V(5):={**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**};

Turn your attention to only one "absolutely incorrect" game. In it, the maximum number of mistakes (four) is committed, but the White player can still switch to the correct mating plan. As a result of investigating this Example, it was important for us to understand that White can sometimes use incorrect Strategies, even if they preserve a position value that is winning for him. Although, we will address this conclusion later, but for now we solve the "Second" variation.

2. Solution to the "Second" Variation.

2.1 First of all we will mention that here we abstract away from the value of the position, admitting that it may have a value of "**0**". This is best illustrated by a slightly modified initial position *1*: «White: ♔c5, ♙c4. Black: ♚c7. White to move» (we deem this Example *18*). Let's first resolve the same question for it, and then generalize the two variations from the point of view of conclusions.

First we compose a list of all V-Sequences, defined and written out based on the Fibonacci formula with initial parameters **1** and **1**, and single out those of them which have zeroes in the first and fifth places:

List of all five V-Sequences:
V(5) = {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**};
V(5) = {**0**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**};
V(5) = {**0**; **0**; **0**; **0**; **+1**};
V(5) = {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**}.
V(5) = {**0**; **0**; **+1**; **0**; **+1**};

Of them two V-Sequences ({**0**; **0**; **0**; **0**; **0**} and {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**}), - begin and end with zeroes (by the way, it is easy to understand why this is so: zeroes must occupy the first, second, fourth, and fifth places, and therefore we can only vary the value in the third place).

2.2 Then we build a $GV_{1\text{-}1}(5)$-Mapping for all games with repeating positions (of length 5). Below we only give 10 games, which are characterized by the white king's moves to the *b*-file, since moves to the *d*-file are mapped by the same V-Sequences if the black king responds symmetrically.

«1. ♔b4 ♚b8 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**};
«1. ♔b4 ♚c8 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**};
«1. ♔b4 ♚b7 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**};
«1. ♔b4 ♚d7 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**};
«1. ♔b4 ♚d8 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**};
«1. ♔b5 ♚b7 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**};
«1. ♔b5 ♚b8 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**};
«1. ♔b5 ♚c8 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**};
«1. ♔b5 ♚d7 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**};
«1. ♔b5 ♚d8 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**}.

Note. The slightly modified position above (as is position *1* from the "First" variation) is well-known to many chessplayers as one demonstrating the correct method of defense by the player having the black pieces (primarily in response to the white king's moves to *b5* and *d5*). This method consists in creating an opposition. Opposition is such a mutual location of the kings under which the side to move is at a disadvantage compared to a situation when it were the opponent's move (see Part *3* in more detail). But, as we will see further, V-Sequences not only reflect this fact as well, but also saturate it with useful properties… End of note.

The solution to the "Second" variation is given in full (two stages have resulted due to the narrowing of opportunities). But what is important is something else: we have replaced the initial position since we assumed that it is impossible to conduct the analysis of the "Second" variation (under which the beginner chessplayer does not know the value of the position) for a position with a known value (from the "First" variation).

Yes, it is true that any position known in value must have only one value (in our cases, with a lone black king, one of only two possible values). However, in order to analyze a position after all with regard to having another value, we will use the following funny trick.

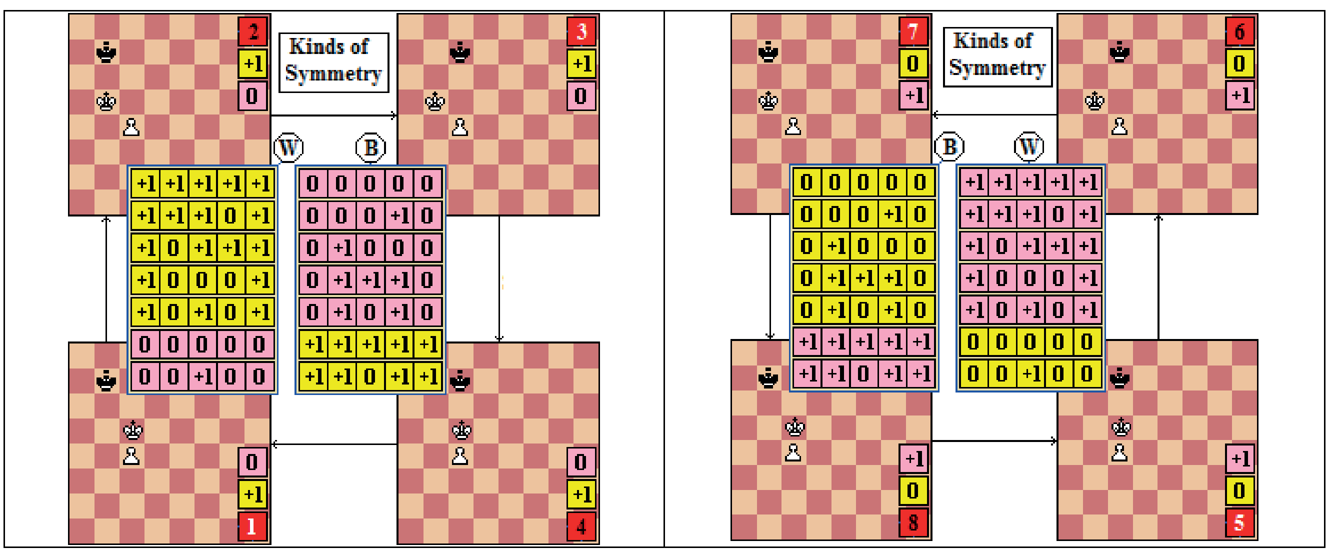
We will consider position *1* from the “First” variation (we remind: it is the position «White: ♔c5, ♙c4. Black: ♚b7. White to move») as a position unknown in value. Without getting involved in a general discussion about the meaning of an unknown position (it is given in Part *5* of the theory), we highlight an important property of such an unknown position.

We have the right to consider it unknown (only in value) in the sense that we know that this value is only one of two. Only for some reasons we do not know which of these two values truly belongs to it. This fully corresponds to the thinking of a beginner chessplayer about whom we said that “he probably does not know” the value of the position. But it is more important that under the assumption of considering position *1* unknown, we obtain an opportunity to generalize our investigation in two variations, uniting their results into one whole.

4. If position *1* is considered unknown, then the principle is in order of summing all numbers of V-Sequences found in the “First” and “Second” variations (reflecting a Repeating Strategy). Then we have that there exist five (from the “First” variation) and two (from the “Second” variation) V-Sequences. There are seven in total.

Now we can get fully distracted from a specific initial position (even if one is unknown in value). We have obtained an important conclusion concerning the number of V-Sequences that can map any Repeating Strategy. It consists in having seven V(5)-Sequences under any arbitrary initial position (whether white or black) whose Sequel contains only two values. Most importantly, a position may have any turn to move and any value (of two possible ones).

To illustrate this conclusion, we consider all eight positions with locations of the white and black kings on c5\b5 and b7\c7 under different turns to move (some of them have already appeared as initial ones).



Position *1*: «White: ♔c5, ♙c4. Black: ♚b7. White to move».
Position *2*: «White: ♔b5, ♙c4. Black: ♚b7. Black to move».
Position *3*: «White: ♔b5, ♙c4. Black: ♚c7. White to move».
Position *4*: «White: ♔c5, ♙c4. Black: ♚c7. Black to move».

Position *5*: «White: ♔c5, ♙c4. Black: ♚c7. White to move».
Position *6*: «White: ♔b5, ♙c4. Black: ♚c7. Black to move».
Position *7*: «White: ♔b5, ♙c4. Black: ♚b7. White to move ».
Position *8*: «White: ♔c5, ♙c4. Black: ♚b7. Black to move».

The list above is composed thusly: a) The first quartet of positions characterizes a contour in the direction «1; 2; 3; 4; 1»; b) The second quartet of positions characterizes a contour in the direction «8; 5; 6; 7; 8»; c) Positions *1* and *8*; *2* and *7*; *3* and *6*; *4* and *5* differ from one another only by the turn to move; d) Odd numbers are assigned to white positions, and even ones to black positions; e) Positions *1*, *2*, *3*, *4* have a true value of «**+1**»; positions *8*, *7*, *6*, *5* have a true value of «**0**».

Grounded in the properties of symmetry, a conclusion emerges regarding the existence of seven V-Sequences for a white as well as black initial position under assumption that its value is unknown (only one of two). Additionally, this conclusion will be enriched by the existence of beautiful relationships between various symmetries in the main text. Thus, below are pointed out many kinds of symmetries about which chessplayers and mathematicians have not even guessed about.

1. Symmetry between values of positions depending on the turn to move (this is the best-known kind of symmetry, which follows from the idea of opposition);

2. Symmetry between V-Sequences (for example, of 5 elements), which reflect the oppositely directed contours of positions above. It means that each element of the V-Sequences under comparison is replaced by the other possible one (of two); and it turns out that the V-Sequence of the other contour results (and vice versa).

3. At the same time, this concerns not only constant V-Sequences but any V-Sequences that map games beginning and ending with any of the positions presented above.

4. Evidently, this is a consequence of symmetry not only of games (as sequences of the given positions as well as possibly some others) but also of internal symmetries between the V-Sequences themselves. In particular:

5. In case of considering the positions given above as unknown in value there exists a symmetry between true and false (unreal) values of positions that comprise games.

6. Yet this same fact leads to a symmetry of V-Sequences, which themselves may be real or unreal. Here real or unreal symmetric V-Sequences are V-Sequences, for example, of the kind {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}; and {**0**; **+1**; **0**; **+1**; **10**}; - in them, ones are replaced by zeroes, and zeroes are replaced by ones. The essence of these V-Sequences is that only one of them is true, but we do not know which one if they map games with unknown positions. This is somewhat of an extension of the concept of an unknown value from a position to V-Sequences. Here we speak not abstractly but concretely: we have concretely found such unknown (in value) positions that are connected to each other in a game. However, these games may be mapped not by any V-Sequences but only by symmetric V-Sequences (when a “1” must switch to “0”, and a “0” to “1”). The symmetry of the latter, on the other hand, may be replaced with some other kind of symmetry: symmetry between turn to move in the positions under consideration: symmetry of the direction of motion of some pieces, symmetry of Strategies of winning and defending, as well as some others (for more detail, see the main text).

8. One important property of the study of V-Sequences is their use for computing the number of games in any sets, in particular, sets all of whose games are mapped by one specific V-Sequence (that is, sets of homomorphic games). Let us illustrate this property, now using the case with three values.

Note.

Practically the entire Preface above has been devoted to V-Sequences with only two values. Besides, the main text contains enough material to give the reader food for exploration and analysis of the properties of V-Sequences of only two elements. V-Sequences of three elements will be investigated in a different Part (in another book). However, we must say a few words about V-Sequences of three elements here as well. Then we will gradually move on to exposing the proposed property of computing the number of games with V-Sequences declared above.

End of note.

a) V-Sequences that map games beginning with the Original position consist of three elements: the values «**+1**», «**0**», «**-1**». If a game is understood in a chess sense – that is, necessarily from the Original position, then of course V-Sequences will always consist of three elements.

b) But even if a game is understood in a mathematical sense, from an arbitrarily chosen position, then the majority of V-Sequences will still consist of three elements. For example, imagine practically any position with a large enough number of pieces and equal material ratio for White and Black. It is obvious that the Sequel of this position will contain positions of all three values.

We stop for a minute to illustrate the thought above on the simplest positions with two pieces for each side (kings included).

1. Example *19*. Initial position *1*: «White: ♔a5, ♙c4; Black ♚e4, ♟c5. White to move». This position was the object of investigation in many preceding Parts of the theory.

Clearly, games from this position are mapped by three-element V-Sequences. Already on move one White can enter four different positions, with three values «**+1**», «**0**», «**-1**»; consequently, the value of the initial position (according to the Principle of Maximum) is «**+1**». So, the game with the move 1. ♔b6 is mapped by the V-Sequence {**+1**; **+1**}. The game with the move 1. ♔b5 is mapped by the V-Sequence {**+1**; **-1**}. The game with the move 1. ♔a4 is mapped by the V-Sequence {**+1**; **0**}.

Here we will not write out the GV(2)–Mapping for all games of length 2 or comment on the important characteristics that follow from it (such as the GV(2)– Mapping), but merely pose ourselves such an interesting question: «how many games are possible in this Balance that are mapped by a constant «**+1**» V-Sequence?».

This question presumes that games may be of infinite length, but it must nevertheless still be mapped by a constant "**+1**" V-Sequence (of the same length). At first sight a chessplayer may think that there cannot be very long games here, since White will soon have to capture the black pawn, bringing the game into the "king and pawn versus king" Balance. But we want to construct games in the initial Balance.

It turns out, however, that the set of «**+1**» games of unlimited length exists in this four-piece Balance. It will be computed in a different Part, but here we point out the point-of-departure idea for constructing such a set.

So, all games must begin with the move 1. ♔b6 (this is the only winning move). If Black responds with 1... ♚d4, then with the move 2. ♔b5 White forces Black to abandon the defense his pawn, and it will be possible to eat it with the white king. But wait, we said that "it will be possible to eat it", conjecturing that White can refrain from doing so while still remaining in a «**+1**» position of the four-piece Balance. Is this true?

Yes, it is true, as for instance if Black moves his king to *e5*, White can move his king to *c6*. This is all recorded by the game: «1. ♔b6 ♚d4 2. ♔b5 ♚e5 3. ♔c6 ♚d4 4. ♔b5». But this game ends with position *2*: «White: ♔b5, ♙c4; Black ♚d4, ♟c5. Black to move», which was already present in it after the move 2. ♔b5. As such, we can repeat this group of moves further, and arbitrarily many times at that. In the language of V-Sequences it turns out that we have constructed an unlimited number of games consisting of positions of only "**+1**" values (which is the same as having all of them be mapped by "**+1**" constant V-Sequences).

By the way, there also exist other "**+1**" games of unlimited length, which do not contain the "**+1**" contour of four positions of the above-mentioned game. For example, in response to White's first move 1. ♔b6, Black can send his king into the corner *h8* along the route «*e4-f5-g6-h7-h8*», while White stomps around the black pawn along the squares *b6* and *c6*. Having arrived into a corner, the black king moves along the *h*-file (and the white one around the black pawn); this will lead to the emergence of increasingly longer games mapped by "**+1**" constant V-Sequences.

Having fixed any game length, it is possible to compute the number of games. This answers the question of whether it is possible to compute the number of games mapped by such-and-such V-Sequence. Yes, it is possible, and logic states that before computing any games, it is necessary to characterize these games. And in this case, V-Sequences do just that.

2. Thus, we have constructed a game of five positions «1. ♔b6 ♚d4 2. ♔b5 ♚e5», which is mapped by the V-Sequence {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}. But is it possible to construct a game of the same length mapped by the same V-Sequence, but ending with initial position *1* of this Example? It turns out that it is possible, and here it is: «1. ♔b6 ♚f3 2. ♔a5 ♚e4».

We are already familiar with this phenomenon. Namely: we construct a conditional GV(5)–Mapping, where the conditions are: a) (for games) initial and final positions of the games coincide, and: b) (for V-Sequences) games are mapped by the V-Sequence {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}. We have constructed one game, but are there others with these conditions (in other words, we need to find other homomorphic games with repeating positions).

It is possible, however, to show that there are no more such games. Here is the reasoning: with the first move White is obligated to go with the king on *b6*, after which we need to choose such a move for the black king that with the looming white king's move to *a5*, the position would be of «**+1**» value. Whereas, it will be such only under the king move to *f3*. This preliminary conclusion (that there exists only one "**+1**" game from the repeating set (of games where the initial and final positions coincide) means that other games are now mapped by other V-Sequences.

And here is where the sense of the study of V-Sequences for computing games of the repeating set becomes exposed. It consists in that before computing (or finding these games), it is necessary to compute and find all V-Sequences that are possible in this situation.

This will be done in another part of the theory, but now we only bring up results (their proof will appear in a different part), one of which is the result that there exist 14 V-Sequences of length 5 that begin and end with «**+1**».

These 14 V-Sequences must map 28 games. Why exactly 28 games? Because the movements of the white and black kings are independent on the first move, and both kings must return to their original squares: *a5* (for the white king) and *e4* (for the black king). From here it follows that 4 squares of the white king, multiplied by 7 squares of the black king, give 28 possibilities, games.

Consequently, we will need to distribute 28 games across 14 V-Sequences. Obviously, for some V-Sequences there will be several games that they map. Note that the method of finding the number of games here is definitely ideologically better than a simple counting of games with a correspondence of them in the V-Sequence to follow. We immediately search for games that are homomorphic to each other (and their homomorphism is defined by a specific V-Sequence).

Here, in this Preface, we will not give a list of all games (or even a list of all 14 V-Sequences), but will only give another interesting game, which is mapped by the V-Sequence {**+1**; **-1**; **+1**; **-1**; **+1**}. This is the game: «1. ♔b5 ♚f3 2. ♔a5 ♚e4».

It turns out that there are other, "absolutely incorrect" games, but authors give the reader time to figure out for himself what these games are (the answer is given in another book).

3. Thus, V-Sequences allow a better and more comfortable computation of the number of games of the repeating set from position *1*. This preliminary conclusion can be extended to any games from the given position (games not necessarily of the repeating set as in beginning and ending with the same position *1*). If we know the number and kind of V-Sequences of length 5, then this fact will definitely help us in creating games and distributing them across "homomorphic" sets (sets of homomorphic games).

And how many V-Sequences of length 5 exist in this case? It turns out that this question does not depend on the specific kind of initial position or any other chess properties, except the following factors. These factors are: the Sequel of the given position must contain values of positions of all values, the run to move in the initial position and its value are known (in a certain combination, but this combination will only affect the initial parameters of some function similar to the Fibonacci formula, which describes the number of V-Sequences depending on its length). In other words, these are the same factors that were present in the case of the number of V-Sequences of two elements, only now these factors will be described by some other numeric function (and not the Fibonacci formula).

4. For our Example *19* it turns out (see note above) that the number of V-Sequences in case of a white initial position of value «**+1**», whose Sequel contains all three values, is defined by a different recurring sequence (we denote it as the T-Sequence, from the word "three", since V-Sequences have three values).

The T-Sequence is the sequence:

«**1**; **3**; **6**; **14**; **31**; **70**; **157**;...», where the first three terms are **1**; **3**; **6**; whereas the others are determined by a recursive formula: **F(n)=2*F(n-1)+F(n-2)-F(n-3),** ***n*** greater than or equal to **4**.

Thus, the T-Sequence describes the number of V-Sequences depending on its length *n* (coinciding with the length of the game, but here we do not discuss the latter's connection with V-Sequences).

From the formula above (or from the T-Sequence itself) it follows that the number of V-Sequences of length 5 in Example *19* equals 31. We note that it clearly exceeds the number of V-Sequences according to the Fibonacci formula (for V-Sequences of two elements) under the same length (which was equal to 8). It is to be expected that even much higher growth of the terms of this V-Sequence will occur, as compared to the growth of the terms of the Fibonacci sequence.

Note.

In the next Part all main mathematical properties of this T-Sequence will be found. In particular, it will be found that the limit of the ratio of two adjacent numbers as the length increases will be much higher than the same limit for the Fibonacci sequence (see the next item of this Preface in a bit more detail).

End of note.

c) By the way, it is not even necessary that in the position given by us the material be different between the two sides. Either side may possess a large material advantage, but if the "weaker" side still has some pieces left (besides the king), then the Sequel of this position will almost always contain positions with all values. Therefore, the V-Sequences will again be three-element ones, and in particular, the formula for the T-Sequence above will have to be in order. The example below illustrates this.

1. Example *20*. Initial position *1*: «White: ♔b6, ♙c6; Black ♚a1, ♜d5. White to move».

This is the widely known position of Barbier and Saavedra's study (two composers of past centuries) with the task "White to play and win" (also this position was an object of study in Part *3* of the theory. In particular, it is used on the cover of the book devoted to it).

This position has value «**+1**», since White really does win by promoting the pawn to a rook under Black's best (here: pointed out immediately below) defense. Here is a game confirming this: «1. c7 ♜d6 2. ♔b5 ♜d5 3. ♔b4 ♜d4 4. ♔b3 ♜d3 5. ♔c2 ♜d4 6. c8♖ ♜a4 7. ♔b3» (with a double attack on the rook and on the threat of checkmate). Towards understanding the solution it is important that promoting to a queen with the move 6. c8♕ did not win because of Black's move 6...♜c4, after which taking the rook results in stalemate (there are other ideas in this solution as well, see further below regarding them).

Our task here, however, is something else: to show how V-Sequences can help with counting games (primarily characteristic ones) and their partition into sets by the presence of homomorphism, - being mapped by the same V-Sequence (only this aspect is taken here, as the entire example will be investigated in full in another book).

2. Thus, we first compute how many V-Sequences there will be in total, and we will partition games into them. Let the length of games be limited to 18 positions (this number was composed thusly: in the game above there were 7 moves, which gives 14 positions, and we have added 4 more positions in case of repetition of certain positions).

18 elements of the T-Sequence gives the number of V-Sequences equal to 1157954. Will we really have to deal with more than a million sets (of both V-Sequences and games)?

Fortunately, no, because, as we will see further, the specifics of the Balance "pawn versus rook" place sharp limits on the number of games mapped by many V-Sequences (although the number of games will still be rather large).

A vivid confirmation of this is the following fact: there do not exist any games mapped by V-Sequences (of any length), where a "**-1**" stands in the second place. This is so because there are no losing moves from the initial "**+1**" position of the study. Of White's five possible moves, only the pawn move wins (upholds the value of the position), while the four king moves lead to positions of value "**0**" (while theoretically they could have led to a value of "**-1**"). It is possible to point out possible reasons for this: the pawn is very close to the promotion square, and White's king defends it (or actively participates in the game, unlike the Black king, which practically in all games plays the role of an extra).

Many chessplayers also offer this idea: in light of the uniqueness of White's play (according to the main game of the solution above), it follows also that the number of correct games mapped by "**+1**" constant V-Sequences is very low. And here these chessplayers will be mistaken.

3. Let us compute (or evaluate) the number of correct games (of different lengths but not to exceed 18 positions). There is only one game of length 2 mapped by the V-Sequence {**+1**; **+1**} (this is a property of all studies, with their uniqueness requirement on the solution). But further on the number of games with each of Black's moves will rise dramatically. This is because after the pawn move to *c7* any of Black's moves loses, - since according to the Principle of Minimum, Black, being in a "**+1**" position, cannot decrease its value. Therefore, there are 17 games (because Black has 17 moves), which are mapped by the V-Sequence {**+1**; **+1**; **+1**}. One of the master chessplayers will say: "so why do we need to look at all of these games, when Black's best move is the rook move to *d6*?". But we mathematicians -answer him: "And why is it the best?" We first need to determine a comparison criterion for moves in the set of all losing moves. The well-known criterion of comparing by the longest distance to checkmate does not work here: if Black knew that the game under their chosen method of defense will end in 14 positions, he would play with the rook, for instance, to *d1*. He would then allow the promotion of the white pawn to a queen, having in mind that winning with a queen against a rook is very difficult and takes many more than 14 positions… And we have a previous reminder: the study of V-Sequences offers different comparison criteria for positions of identical value, based on different quantitative ratios among games and specific V-Sequences that map them.

4. It is simplest to compute the number of games played first with positions of the same Balance, having added to it games played with positions of different Balances. Here we will limit ourselves to games of the initial Balance. The initial Balance is a Balance of the initial position, that is the four-piece Balance "king and pawn versus king and rook" (briefly: "pawn versus rook"). This Balance has four pieces, but there are other four-piece Balances that we need to keep in mind (although for the time being we will not count them in counting games). These are the Balances "queen versus rook", "rook versus rook", "bishop or knight versus rook". For simplicity we will deem that the Balance "queen versus rook" is won for White, the Balance "rook versus rook" is drawn, and the Balances "bishop or knight versus rook" are drawn as well.

Note.

In this sub-item it is as if we take on the point of view of the beginner chessplayer who is solving the study (attempting to find the value of the initial position) but has not solved it yet (assume we will inform him of it a little later). From this point of view slightly above we write that the Balance "queen versus rook" is won, whereas the Balance "rook versus rook" is drawn. This should be understood not just as a subjective, often incorrect perception of the beginner chessplayer, but also as an objective reflection of only some parts of an incredibly complex Sequel Graph of the initial position (which is a manifestation of the idea of items *6* and *7* of this Preface). By reading the text of this Example further, we will gradually arrive at a correct mapping of the Graph, primarily on the part of the value of the study's initial position.

End of note.

4a. Thus, suppose a beginner (or perhaps not a beginner anymore but not a master) attempts to solve the study that we masters show him. This situation assumes that the chessplayer knows that for some reason the value of the initial position equals "**+1**" but must still substantiate this fact. There also exists an alternative departing hypothesis: the chessplayer does not even know the value of the initial position, deeming it known at the beginning of the investigation.

He, however, immediately understands the following. If White moves the king, then with the rook move to *c5* followed by the destruction of the pawn Black guarantees at least a draw for himself. Therefore, the value of positions after the king move cannot be "**+1**" (or no greater than "**0**", or one of two – "**-1**" or "**0**").

On the other hand, he also sees that after the king move and the black room move to *c5*, the white king can return to *b6* (*b7*). He can then attempt to push the pawn while protecting it with his king all the time. If Black destroys the pawn, then White will destroy the rook, resulting in the drawn positions of the KK-Balance. In this reasoning he also sees that the black rook can be located on any non-attacked square along the *c*-file and control the promotion square of the pawn (the square *c8*). However, White does not relieve the defense of his pawn with the king: if, for example, Black chases the white king away from the pawn and then returns to the *c*-file in order to destroy the temporarily unprotected pawn, then White will be in time to protect the pawn. It is also important here that in case of the pawn's promotion to a queen, Black must destroy it, upon which White destroys the black rook. In this last assumption the solver employs the idea that the "queen versus rook" Balance is won for White and it is now Black who will need to make a draw (this idea is possibly incorrect, but it affects the conclusion of the next paragraph).

From all this it follows that for our solver (or chessplayer who is pondering the position from White's point of view) the value of the position is not less than "**0**" (or: not equal to "**-1**", or: one of two: "**0**" or "**+1**"). But our solver is also a logician: not long ago he correctly reasoned that Black does not lose upon a king move, and now he has established that White does not lose upon a king move either. Therefore, a king move leads to a position of value "**0**".

4.b. Now we (masters who are side observers) have two possibilities. The first is to tell the solver that the initial position is a position of the study "White to play and win" and therefore has value "**+1**". The second is not to tell anything to the chessplayer (who is now also the solver of the study) but simply to offer him to analyze the initial position further for its value (this was the alternative departing hypothesis mentioned in the first paragraph of item "4.a"). We masters, however, will only analyze the first possibility.

Knowing that the value of the initial position is «**+1**» and having established that all king moves only lead to a draw, the solver comes to the conclusion that the pawn move to *c7* wins. He does not know yet how it wins, but he can try to apply similar reasoning about the struggle of the rook with the pawn and to positions where the pawn is already on the seventh rank.

Thus, he sees that Black must destroy the pawn, since "all positions of the "queen versus rook" Balance are lost for Black" (presented in quotes since it is the solver's thought). Doing this by attacking the pawn along the *c*-file or controlling the eight rank (foreseeing its promotion to a queen) does not work, so Black employs a checking strategy (the word "strategy" is given in lowercase, since only the chess meaning is infused into this concept; we will address a Black Strategy in the chess sense slightly below).

A checking strategy signifies the following: Black checks the white king horizontally on the rank where it stands; if the white king goes to the *a*-file, then Black moves the rook to the *c*-file and destroys the pawn; if the white king goes to the *c*-file, then Black moves the rook to *d1* and is ready to occupy the *c1* square, also with a subsequent destruction of either the pawn or the promoted queen.

The sentence above is thought over by the solver thoroughly and in varying aspects. In particular, he sees this phenomenon: after the pawn move to *c7* and rook check to *d6* White plays the king to *b5*, while after the rook check to *d5* he can go to either *b4* or *b6*. Let's interrupt for a minute and look at this from the positions of masters and mathematicians.

4.c. In order to understand the solution, it is important for us to clarify White's strategy and Black's strategy (they are laid out in detail in Part *3* of the theory, but here we will briefly remind of what they are). For now, we will begin with lowercase strategies of sides, but literally soon it will be replaced with Strategies of White and Black.

White's Strategy consists of moving the king down to the *c2* square in order to escape the black rook's annoying checks and finally obtain an opportunity to promote the pawn to a queen. Also, escaping must only be done along the *b*-file in order not to allow the black rook's moves to the *c*-file or a move down to *d1* in order to meet the appearance of a new queen with a check from *c1*. Black's Strategy consists in checking the white king nonstop (or else White will immediately promote the pawn and enter the "queen versus rook" Balance, which is considered won for him), and in a special situation being ready to sacrifice the rook to achieve stalemate.

It is precisely by keeping to this strategy that White accomplishes his aim. This does not, however, mean that this strategy is a winning one. There are "**+1**" Strategies of sides that lead to a "**+1**" repeating set of positions.

Note.

We remind (if we haven't mentioned this yet, it is taken from existing Parts) that a White\Black Strategy is a set of two-element game segments that begin with a white\black position and end with a black\white position. A strategy may be local (of only two elements) or global, of sets (sequences of two-element groups). When Strategies of sides intertwine, they form a game. We also need to know the definitions of a Repeating Strategy (of some side), a Repeating Strategy (of some side) with specific values, or a Cooperative Strategy. For example, a "**+1**" Repeating Strategy for White in the Balance "with queen" is a White Strategy leading to a "**+1**" repeating set under any Black Strategy. It is not mentioned here that Black cooperates with White in reaching "**+1**" repeating contours of positions (on the contrary, he resists it). But there is also a "**+1**" cooperative Strategy (or Strategies). This is such a union of the Strategies of sides under which they cooperate with each other in constructing a "**+1**" set of repeating positions. It is exactly this Strategy which we will keep in mind to analyze the "pawn versus rook" Balance. Simply put: if we have constructed some "**+1**" game from the initial position, and there is an opportunity to repeat positions by inserting a "**+1**" contour of four positions, then this is what happens, leading to longer games.

End of note.

Here is an example of a game with a repeating (cooperative) Strategy: take position *5* (this number is assigned to it on the cover of the previous book): «White: ♔b5, ♙c7; Black ♚a1, ♜d5. White to move», resulting from the initial position of the study via the game «1. c7 ♜d6 2. ♔b5 ♜d5». In that position White can also move the king to *b6*, to which Black checks on *d6*, White goes with the king to *b5*, and Black again checks on *d5*, arriving at position *5*. And here is a game of length 5 from position *5* to position *5*: «1. ♔b6 ♜d6 2. ♔b5 ♜d5»; it can be inserted as a segment multiple times into a certain place within the main game from position *1*, obtaining each time "**+1**" games of increasing length. In particular, the main game is lengthened by four positions, turning into the game: «1. c7 ♜d6 2. ♔b5 ♜d5 3. ♔b6 ♜d6 4. ♔b5 ♜d5 5. ♔b4 ♜d4 6. ♔b3 ♜d3 7. ♔c2 ♜d4 8. c8♖ ♜a4 9. ♔b3», mapped by a constant «**+1**» V-Sequence consisting of 18 positions.

4.d. The beginner chessplayer, seeing the opportunity to repeat positions, must and can verify the following fact: all positions in the contour of four positions must be of the same "**+1**" value. But he can manage this verification! Employing the same reasoning as before (that Black must check, even if from another square), the sought-after result still appears: there exists a "**+1**" repeating set of positions. But later he, as the solver of the study, must understand the following: the king's upward movement under certain checks (see below regarding specific checks on such squares) does not lead to the emergence of new positions. And therefore, it does not lead to checkmate either, since it is known that for a study it is necessary to either declare checkmate or reach a clearly won position of another Balance, with fewer pieces.

Concretely, the solver sees that in position *3* (immediately after the moves «1. c7 ♜d6») White cannot move the king to *b7*, as Black pins the pawn and destroys it with a rook move to *d7*. That is why their response to check must be a king move down, to *b5*. Later, as realized by all (both us masters and the solver), upon Black's check on *d5* White can move either up (to *b6*) or down (to *b4*). For the solver, movement up is impossible, but later in his reasoning he justifiably draws the preliminary conclusion that this does not help achieve mate but only lengthens the solution (which he knows exists but must still find it). It also happens similarly with the white king's location on *b4*, when Black checks with the rook from *d5* to *d4*. The solver sees that with a king move to *b5* and subsequent checking of Black (now from *d4* to *d5*) White can repeat another position. A different possible contour of four positions is formed, which the reader can and must check for coincidence of all its values with the value «**+1**».

After verifying the second contour, the reader arrives at the correct thought of the king's unyielding movement downwards in response to checks, ignoring the possibility of repeating positions with a king movement upward. This is so because all contours of repeating positions exist by themselves, as it were, and lack an exit to new positions; see note at the end of this paragraph. Having reached position *7*: «White: ♔b4, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. White to move» he will therefore choose the king's movement downward to *b3*, and after the rook check on *d3*, the king move to *c2*. After this rook checks (from where it cannot be captured by the king) will end, and Black will be forced to another means of defense: preparing and achieving stalemate (in response to the pawn's promotion to a queen). Namely: he moves to the rook to *d4*, passing into position *11*, which is key to the entire solution: «White: ♔c2, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. White to move». Let's stop for a minute and interpret this part of the solver's thinking from the point of view of masters and mathematicians.

Note.

To simplify analysis (of both the solution and the beginner chessplayer's thinking) we have used the king move from *b4* to *b3*. Although the move to *c3* also wins (this is called a dual in the solution), it is not important for the solver (it will be important for us in computing all correct games, and we will address this later). It is also necessary to keep in mind that in position *9* (this number is again given from Part *3* of an earlier book) «White: ♔b3, ♙c7; Black ♚a1, ♜d3. White to move» White can no longer move the king up to *b4*, as the resulting position will have a value of «**0**» (for details, see Part *3* or the next book).

End of note.

4.e. Last time (when we mathematicians analyzed the mindset of the solver, who found a way to repeat positions) one of the games of the main solution, consisting of 18 games, was found. We repeat it here in order to modify it slightly:
«1. c7 ♜d6 2. ♔b5 ♜d5 3. ♔b6 ♜d6 4. ♔b5 ♜d5 5. ♔b4 ♜d4 6. ♔b3 ♜d3 7. ♔c2 ♜d4 8. c8♖ ♜a4 9. ♔b3». Note that this game has 4 more positions (than the main solution), since it contains a contour of four "**+1**" positions of the repeating set, characterized by the positions *2*, *3*, *4*, *5*, given below:

Position *2*: «White: ♔b6, ♙c7; Black ♚a1, ♜d5. Black to move»,

Position *3*: «White: ♔b6, ♙c7; Black ♚a1, ♜d6. White to move»,

Position *4*: «White: ♔b5, ♙c7; Black ♚a1, ♜d6. Black to move»,

Position *5*: «White: ♔b5, ♙c7; Black ♚a1, ♜d5. White to move»,

Yes, we as mathematicians confirm that these 4 positions can be inserted several times into the already constructed «**+1**» games, but so can 4 other positions forming a different, "lower" (by the initial location of the king) contour, consisting of the following positions:

Position *5*: «White: ♔b5, ♙c7; Black ♚a1, ♜d5. White to move»,

Position *6*: « White: ♔b4, ♙c7; Black ♚a1, ♜d5. Black to move»,

Position *7*: « White: ♔b4, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. White to move»,

Position *28*: « White: ♔b5, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. Black to move»,

This contour begins with the already familiar position *5*, but in it White's king is already located on the fifth rank even further: first it descends down to the fourth, and immediately ascends up again to the fifth for a repetition (had it descended down to *b3*, we would have obtained position *8*, more on which below).

That is, it turns out that we can no longer combine two contours to create new "**+1**" games (don't forget that one of our aims is a count of the number of correct games of length up to 18 positions).

Here is another game of 18 positions mapped by a constant "**+1**" V-Sequence: «1. c7 ♜d6 2. ♔b5 ♜d5 3. ♔b4 ♜d4 4. ♔b5 ♜d5 5. ♔b4 ♜d4 6. ♔b3 ♜d3 7. ♔c2 ♜d4 8. c8♖ ♜a4 9. ♔b3». Comparing this game with the game above, it is visible that we have simply inserted another contour: only the segments of game between the third and fourth moves (in algebraic notation) coincide; further on, however, the games proceed without repeating positions.

But this does not mean that there aren't any! There can be other games – games with other repeating positions (of length 18). To illustrate such, we will do as follows: immediately give new positions, then new contours formed by them, and finally, a new main game of the solution (of 18 positions).

Position *101*: «White: ♔b6, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. White to move». This is one new position, but jointly with the following ones it forms a new contour: «2; 101; 28; 5; 2»:

Position *2*: «White: ♔b6, ♙c7; Black ♚a1, ♜d5. Black to move»,

Position *101*: «White: ♔b6, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. White to move»,

Position *28*: «White: ♔b5, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. Black to move»,

Position *5*: «White: ♔b5, ♙c7; Black ♚a1, ♜d5. White to move»,

And here is the new game with this new contour: «1. c7 ♜d4 2. ♔b5 ♜d5 3. ♔b6 ♜d4 4. ♔b5 ♜d5 5. ♔b4 ♜d4 6. ♔b3 ♜d3 7. ♔c2 ♜d4 8. c8♖ ♜a4 9. ♔b3». This new game should be best compared to the first game (of 18 positions): it already differs, for example, with Black's first move.

An interesting nuance. Suddenly black did not give check, while White did not promote the pawn to a queen! Both of these deserve attention, but the second is actually more surprising: White did not place a queen because he found another "**+1**" position, and in the initial Balance at that. Or in other words: it is not so surprising that Black did not give check (any move of his lost anyway), but it is rather interesting that after his move White moved the king. That is, he believes he can promote the pawn later.

But, thinking deeply about it, the new position *101* flows from the main solution plan, consisting of the king's downward motion to the *c2* square (primarily, to get rid of the rook's checks). True, in position *101* White does not need to get rid of the rook's check, but this does not mean that reaching the *c2* square with the king does not lead to a win. More precisely, the accomplishment of the key position *11*: «White: ♔c2, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. White to move» (it is formed in the game immediately after the moves 7. ♔c2 ♜d4) is undeniable evidence of a win as much for the solver (or beginner chessplayer) just as it is for us (masters and mathematicians).

This position *11* serves as an intermediate proof of a win (on the path of achieving checkmate or winning Black's rook in the solution's main game). Here is a beautiful analogy: we show a mathematician how to heat an empty kettle for tea. Solution: 1. fill with water; 2. place on heat; 3. boil the kettle with water. He comprehends the solution. Then we offer him a slightly modified problem: "to heat a kettle full of cold water". And the mathematician gives his solution: 1. pour the water out of the kettle and 2. reduce the problem to one already solved ! Yes, but where is the analogy?

The analogy is that position *11* serves as a kettle full of water, while almost all other positions preceding it (described by us above) as an empty kettle without water. And it turns out that any position above (besides, obviously, position *1*, with the pawn on *c6*), can be reached from position *11* by a reverse motion of the white king and black rook upward.

«But wait», - the reader will exclaim, - is it really possible to get from position *11* to position *2*, for example? (with a correct game)». Yes, it looks very surprising, but there really does exist a correct «**+1**» game leading from position *11* into position *2*. We then give an example of such a game with this verified means: we give new «**+1**» positions, join them to each other and to the already known positions from before. Finally, we give a game (either through a sequence of positions or through algebraic notation).

Position *11*: «White: ♔c2, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. White to move»,

Position *8*: «White: ♔b3, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. Black to move», Position *101*: «White: ♔b6, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. White to move». This is one new position, but jointly with the following ones it forms a new contour: «2; 101; 28; 5; 2»:

Position *2*: «White: ♔b6, ♙c7; Black ♚a1, ♜d5. Black to move»,

Position *101*: «White: ♔b6, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. White to move»,

Position *28*: «White: ♔b5, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. Black to move»,

Position *5*: «White: ♔b5, ♙c7; Black ♚a1, ♜d5. White to move»,

And here is the new game with this new contour: «1. c7 ♜d4 2. ♔b5 ♜d5 3. ♔b6 ♜d4 4. ♔b5 ♜d5 5. ♔b4 ♜d4 6. ♔b3 ♜d3 7. ♔c2 ♜d4 8. c8♖ ♜a4 9. ♔b3». This new game should be best compared to the first game (of 18 positions): it already differs, for example, with Black's first move.

An interesting nuance. Suddenly black did not give check, while White did not promote the pawn to a queen! Both of these deserve attention, but the second is actually more surprising: White did not place a queen because he found another "**+1**" position, and in the initial Balance at that. Or in other words: it is not so surprising that Black did not give check (any move of his lost anyway), but it is rather interesting that after his move White moved the king. That is, he believes he can promote the pawn later.

But, thinking deeply about it, the new position *101* flows from the main solution plan, consisting of the king's downward motion to the *c2* square (primarily, to get rid of the rook's checks). True, in position *101* White does not need to get rid of the rook's check, but this does not mean that reaching the *c2* square with the king does not lead to a win. More precisely, the accomplishment of the key position *11*: «White: ♔c2, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. White to move» (it is formed in the game immediately after the moves 7. ♔c2 ♜d4) is undeniable evidence of a win as much for the solver (or beginner chessplayer) just as it is for us (masters and mathematicians).

This position *11* serves as an intermediate proof of a win (on the path of achieving checkmate or winning Black's rook in the solution's main game). Here is a beautiful analogy: we show a mathematician how to heat an empty kettle for tea. Solution: 1. fill with water; 2. place on heat; 3. boil the kettle with water. He comprehends the solution. Then we offer him a slightly modified problem: "to heat a kettle full of cold water". And the mathematician gives his solution: 1. pour the water out of the kettle and 2. reduce the problem to one already solved ! Yes, but where is the analogy?

The analogy is that position *11* serves as a kettle full of water, while almost all other positions preceding it (described by us above) as an empty kettle without water. And it turns out that any position above (besides, obviously, position *1*, with the pawn on *c6*), can be reached from position *11* by a reverse motion of the white king and black rook upward.

«But wait», - the reader will exclaim, - is it really possible to get from position *11* to position *2*, for example? (with a correct game)». Yes, it looks very surprising, but there really does exist a correct «**+1**» game leading from position *11* into position *2*. We then give an example of such a game with this verified means: we give new «**+1**» positions, join them to each other and to the already known positions from before. Finally, we give a game (either through a sequence of positions or through algebraic notation).

Position *11*: «White: ♔c2, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. White to move»,

Position *8*: «White: ♔b3, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. Black to move»,

Position *109*: «White: ♔b3, ♙c7; Black ♚a1, ♜d5. White to move»,
Position *6*: «White: ♔b4, ♙c7; Black ♚a1, ♜d5. Black to move»,
Position *7*: «White: ♔b4, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. White to move»,
Position *28*: «White: ♔b5, ♙c7; Black ♚a1, ♜d4. Black to move»,
Position *5*: «White: ♔b5, ♙c7; Black ♚a1, ♜d5. White to move»,
Position *2*: «White: ♔b6, ♙c7; Black ♚a1, ♜d5. Black to move»,

These positions are joined into a segment of game: «11; 8; 109; 6; 7; 28; 5; 2» or in algebraic notation as: «1. ♔b3 ♜d5 2. ♔b4 ♜d4 3. ♔b5 ♜d5 4. ♔b6».

4.f. Let's return to position *11* and look at it from the solver's point of view. Two possibilities are present here. He (the solver) may see that the pawn's promotion to a queen ends the game in the sense that a desirable Balance "queen versus rook" is created, which is sufficient to claim a solution. Of course, this is not so, but we will consider this possibility the "First" within his likely thought process.

He may also suddenly see that promoting the pawn to a queen does not win because of the rook's sacrifice on *c4* and subsequent stalemate after the rook's capture by the queen. In this possibility his thinking is once more split into several paths (for example, whether he views a promotion to a rook as a win), but for now we stop at the initial perception of this possibility (we will call it the "Second" possibility).

Each possibility has an objective component, based on some subgraph of the entire Sequel Graph (of the initial position).

For the "First" possibility the subgraph includes position *11*, out of which some number of emerging arrows comes out, pointing to other positions. We count these arrows\positions from the point of view of the solver (beginner chessplayer).

There are three moves with the king: two of them lead into «**+1**» positions (these are moves to *b3* and to *c3*) and one in a "**-1**" position (the king's move to *c1*, after which Black wins the pawn with a check on *c4*). There is some number of pawn moves. The simplest number here turns out to be unity: our solver sees only the possibility of promoting the pawn to a queen and considers the arising position to be won and a final answer in solving the study. He can justify this seemingly strange solution like this: "I logically showed you masters that all the positions I mentioned (especially in contours) are "**+1**" positions, but since for solving the study (you demanded) it is necessary to have a position from another Balance, so here I have reached it."

For him the essence of the study consists in finding a "ladder" of the king's movement, which rids White of checks. This is what he has demonstrated to us, while position *18*: «White: ♔c2, ♕c8; Black ♚a1, ♜d4. Black to move» seems won to him in another Balance. Also, if necessary, he is ready to declare checkmate in this Balance (or win a rook and then checkmate in the Balance "with queen").

That is, already in the "First" possibility there exist several lines sub-variations after all. We have described the simplest of them: it lacks an exit to positions with the Balance "rook versus rook" or "bishop\knight versus rook" (and in general it is not necessary to checkmate in the "queen versus rook" Balance. But there is a sub-variation when the reader thinks he could show us this checkmate in this Balance if asked, but he does not see Black's defense in the form of a brilliant rook move to *c4*, considering it useless). Clearly, whichever line of thinking we analyze; it will have a suitable subgraph.

For the most dubious readers who do not believe that it is the objective Graph that is the reason of the chessplayer\solver's wrongful thinking, it is possible to take the following subgraph for substantiation.

Consider a regular (non-value) subgraph in whose center is position *11*, from which arrows emanate as rays into really seven positions, four of which now reflect other Balances.

Moving on. From each of the three positions characterized by the white king's moves, there depart rather large sets of other positions. But from position *18* (with the newborn queen) there now depart very few positions, namely: two of the following: position *19* and position *20* (these numbers are given to them, as positions with the numbers *12*, *13*, *14* are reserved for positions after the pawn's promotion to a rook according to the correct plan of solution).

Position *19*: «White: ♔c2, ♕c8; Black ♚a1, ♜c4. White to move»;

Position *20*: «White: ♔c2, ♕c8; Black ♚a1, ♕c4. Black to move».

Turn your attention to the fact that position *20* serves as final, but is not recorded with a sign of checkmate or stalemate. Or in other words: it carries no specific load (the solver, as we said, is considering an ordinary graph and not a V-Graph). If that is so, then both a "**+1**" and a "**0**" value are possible, and we can only accuse the reader of having incorrectly assigned a value to position *20*. In general, we have already said that assigning values to final positions is part of the entire study of values, but a part that is in some sense independent of the games and positions themselves that the Graphs map. For that, a System of Values exists. In particular, even final positions (checkmates and stalemates) can be assigned different values; it will not lead to a change in the rules of how pieces move (remember the example with Capablanca?).

There is also this argument in favor of the reader's thinking, which justifies the fact that position *20* has «**+1**» value. We compare position *20* to the position formed by the game from position *18* with the moves «1... ♜d8 2. ♕d8» (after capturing the rook). The position: «White: ♔c2, ♕d8; Black ♚a1. Black to move»; has the same three-piece Balance "with queen", but this Balance is won in the solver's mind in all positions. Furthermore, even distracting from the phrase "in all positions" we may note that the number of "**+1**" positions in the Balance with queen is much higher than the number of "**0**" positions (we pointed this out in earlier items of the Preface when analyzing many phenomena in this Balance). In connection with that there is the frightening note below regarding a negative application of the study of values or V-Sequences (reflecting, in particular, the three-piece Balance "with queen").

Note.

If we are to apply the study of V-Sequences thoughtlessly, then it turns out that its rough use can lead to miscalculations in analysis. Thus, an idea may arise of using quantitative comparison of huge Balances with each other along some newly created value scale. Simply put, the Balance "with queen" is incomparably better than the Balance "with rook", hinting at the fact that all (or the majority of) positions in the Balance "with queen" are better than all (or the majority of) positions in the Balance "with rook". We will, however, address these possibilities in another part of the Theory.

End of note.

Ending the analysis of the "First" possibility of the chessplayer\solver's mindset, the conclusion about the objective reflection of his thinking in this possibility can be admitted as intermediate. It is also clear that it is present in the "Second" possibility: since it is immediately visible that these "First" and "Second" possibilities intertwine very closely. We will say a few words after all about the specifics of the "Second" possibility.

We remind that in this possibility the solver sees Black's defense: in position *18* Black sacrifices the rook on *c4*, resulting in stalemate after its capture. But further on its analysis may be up against new problems: how to find the win after all, a win that must be supplanted either by a resulting checkmate or transition to radically new «**+1**» positions of another Balance.

While on this new loop of his thinking, he might not see the beautiful main solution, which lies in the pawn's promotion to a rook. So, position *12*: «White: ♔c2, ♖c8; Black ♚a1, ♜d4 Black to move»; - is drawn for him, since he conjectures that the Balance "rook versus rook" is drawn (in all "calm" positions, when neither side blunders pieces or captures the opponent's pieces). The situation is further complicated by the fact that if he is the solver who was told that a win exists, that this win is not in the Balance "queen versus rook" but elsewhere, and he cannot yet understand it... This situation can lead the solver to a false conclusion that the task itself (the initial position's evaluation as won for White) was incorrect. Regarding this, see historical note slightly below.

It would seem that this fact that he (the solver) knows that *11* is won helps him find a win quicker compared to if he did not know this (or was only a beginner chessplayer trying to find the value of the study's initial position), -however, this may turn out to be incorrect. In any case he needs to sift through and ponder new position, but their number and this whole process may turn out to be above his ability due to their large number, if for no other reason. Besides, both the solver and the beginner chessplayer (in any quality) have already found a rather large set of «**+1**» positions that form various contours. An additional verification of these positions cannot lead to anything new (and time will be lost). Here is a hint that even if we admit that an exhaustive search of all positions is possible, it is unclear how to evaluate them, since assigning values is a complex process that depends on the Graph and many other things…

Thus, we have just justified the objectivity of the "Second" possibility of the solver's thinking. Briefly this justification appears as follows. There exists a subgraph (of the entire Graph of Sequel) from position *11*, which includes three positions with a promoted queen: position *18*, position *19*, and position *20*. The last position *20* can be understood by the solver as drawn, stalemated (it really is so, but we find it important to look at this situation from the solver's point of view), but… But since there are no other positions in its subgraph, a conclusion follows that all positions considered by the reader above as "**+1**" positions, are in reality "**0**" positions!

This phenomenon – of a switch of the entire initial task to the opposite – is a reflection of the subgraph just constructed. Of course, if we will also analyze another subgraph as a graph including positions after the pawn's promotion to a rook with a consequent double attack from the point of view of the main solution, then this will not happen. We will, however, already do this in another Part, but here we will only give a demonstrative historical note regarding this entire remarkable study (after which we return permanently to another topic of the Preface).

Historical note (adapted to the Preface's topic).

In 1985 the well-known chessplayer George Barbier published a newspaper article with the initial position of the study "White to move, Black to draw". After giving the solution several days later, which includes position *11* and the final stalemate position after the rook's sacrifice on *d4* and its capture by the queen, he did not, however, expect that one of the newspaper's readers, the priest Saavedra, will offer a different solution to the study.

The amazing promotion of the pawn to a rook in position *11* with a subsequent double attack with the king's move to *b3* after the black rook's move to *a4* heralded the beginning of historical fame and research of the study.

By the same, the authors of this book recognize the hefty contribution of chess masters and other citizens into the historical treasure chest of Chess. Now this treasure chest is fruitfully refilled, becoming saturated with beautiful mathematical content…

End of note.

9. This item is devoted to the special mathematical pages of this book. As will later become clear, they do not need to be read as thoroughly as the others, since special mathematical prerequisites are needed in order to understand it.

a) First of all we ought to say that all Parts of the theory, including this one, are made for a reader whose level of mathematical knowledge is within limits of the knowledge of secondary school (high school). The authors did this intentionally; they want to attract a maximum possible number of adherents to the new mathematical theory devoted to Chess.

At the same time they are guided by such ideas: *1*. to understand any text only mathematics knowledge at the volume of secondary school and understand the rules of Chess are necessary; *2*. in case of a presence of text that uses information beyond secondary school, this information is explained in the text itself; *3*. even if the reader still has problems in understanding or questions, he has a right to query the authors for obtaining additional information (give an e-mail shown on the back cover).

b) Nevertheless, the book contains some “special mathematical” pages, which could scare the reader away if not for the special commend about them and that “the text of these pages is geared towards readers with special mathematical prerequisites and may be skipped”.

The authors decided to mark all such pages with such a commentary on each one of them, which offers readers (in case of difficulty in understanding) to skip them and send a query to the authors. Also, for some of these pages, part of the material is given in this Preface above.

c) Below are declared some topics of complex mathematical texts, for which slightly more detailed explanations are given.

Topic *1*: Fibonacci’s recursive formula and its analytical form of expression with an example of calculations.

Тема *2*: recursive formula for the T-Sequence and its analytical form of expression.

c1) For topic *1*. Above in the Preface it is said that the number of V-Sequences consisting of only two elements is computed by the Fibonacci formula (under different initial parameters). It was noted at the same that in this main text this formula is given in two forms: recursive and analytic.

So, in the main text a derivation is given of the analytical form of Fibonacci’s sequence. But since this derivation relates to rather complicated pages of the text, we give some comments here about reading these pages.

1. A recursive formula of the Fibonacci sequence under consideration for a further derivation of the analytical form (called the Binet formula after the mathematician who first proved it): is $\mathbf{F(n)=F(n-1)+F(n-2)}$ (under initial parameters **1** and **1**, as well as **n=1** and **n=2**, respectively).

The analytical expression of this formula (that is, one that directly computes the number in the sequence by the index *n*) is: $\mathbf{F(n)=(((1+\sqrt{5})/2)^n-((1-\sqrt{5})/2)^n)/\sqrt{5}}$.

This expression can be proved by different means (among which is the proof used by Binet himself, who first obtained his formula), but in the main text it is proved using mathematical induction and the concept of a limit, which we must specially mention because this material is already outside of bounds of secondary school.

2. The authors first use the concept of a limit, R-limit (from the word ratio), the limit of the ratio of two consecutive numbers in the Fibonacci sequence as $n \to \infty$. Note that this limit (if it exists) will be the same under different initial parameters of the Fibonacci sequence, which is important to us, since we have possible cases of different initial parameters (but with preservation of the general recursive formula).

3. In general, computing the limit of any sequence as a specific number (including our sequence of ratios of Fibonacci numbers) must also be substantiated with its existence. This is not done here or even in the main text (diagram on some page), but the authors have skipped this stage, assuming that this limit exists and first having computed it, used its properties (if additional data is needed on this question, it is possible to make a query).

4. Under assumption that the R-limit exists, it turns out that it is the positive root of the quadratic equation $\mathbf{1+x-x^2=0}$.

This is because $\mathbf{R\text{-}limit=\lim_{n\to\infty}(F(n)/F(n-1))=\lim_{n\to\infty}(F(n-1)+F(n-2))/F(n-1)=1+\lim_{n\to\infty}(F(n-2)/F(n-1))}$, which leads to the expression $\mathbf{x=1+1/x}$, which is transformed to the quadratic equation above.

This square equation has the number $\mathbf{(1+\sqrt{5})/2}$ as its positive root (called a "golden ratio").

5. It is then used in composing an analytic form of the Fibonacci sequence, expressed recursively. Toward further steps, we note that beside the "golden ratio" number (it is then will be used in creating the analytical form of Fibobacci sequence expessed recursively), or $\mathbf{x_1=(1+\sqrt{5})/2}$, another root of the quadratic equation above is the number $\mathbf{x_2=(1-\sqrt{5})/2}$: it is negative and hence not used by us as a possible limit, but it will be used in the following proposed formula.

6. The formula $\mathbf{F(n)=(x_1^n - x_2^n)/\sqrt{5}}$, где $\mathbf{x_1=(1+\sqrt{5})/2}$, а $\mathbf{x_2=(1-\sqrt{5})/2}$ is the Binet formula, which the authors prove using the method of mathematical induction described below.

7. The method of mathematical induction consists in the following.

Assume we have an expected answer in the form of some formula dependent on *n* (induction is mainly used for formulae in which a natural number *n* is the parameter). Then the process of proof must include three main stages (further below these stages are in our items *8*, *9*, *10*, respectively).

8. Stage *1*. Verification of the proposed formula for $\mathbf{n=1}$. Here everything is correct, since $\mathbf{F(1)=(x_1^1 - x_2^1)/\sqrt{5} =((1+\sqrt{5})/2-(1-\sqrt{5})/2)\sqrt{5}=1}$.

9. Stage *2*. Verification of the proposed formula for $\mathbf{n=2}$. Here everything is also correct, since $\mathbf{F(2)=(x_1^2 - x_2^2)/\sqrt{5}=(((1+\sqrt{5})/2)^2 -((1-\sqrt{5})/2)^2)/\sqrt{5}=1}$ (in the transformations it is possible to use, for instance, the formula "$\mathbf{a^2-b^2=(a+b)*(a-b)}$"). Besides, this stage is necessary only because the number **1** under $\mathbf{n=2}$ in the Fibonacci sequence is unique and not determined by the formula $\mathbf{F(n)=F(n-1)+F(n-2)}$ (mathematical induction usually does not consider the $\mathbf{n=2}$ step).

10. Stage *3*. If under the assumption that our proposed formula holds for k=n, it follows that it also holds for k=n+1, then the formula holds for all *n*.

Thus, assume that $\mathbf{F(n)=(x_1^n-x_2^n)/\sqrt{5}=(((1+\sqrt{5})/2)^n-((1-\sqrt{5})/2)^n)\sqrt{5}}$ - is true. We need to prove that in that case $\mathbf{F(n+1)=(x_1^{n+1} - x_2^{n+1})/\sqrt{5}=(((1+\sqrt{5})/2)^{n+1}/2-((1-\sqrt{5})/2)^{n+1})/\sqrt{5}}$ is also true.

Proof.

We will prove the formula **F(n+1)=F(n)+F(n-1)**, where we replace **F(n+1)**, **F(n)** и **F(n-1)** with $(x_1^{n-1}-x_2^{n+1})/\sqrt{5}$; $(x_1^{n}-x_2^{n})/\sqrt{5}$ and $(x_1^{n+1}-x_2^{n+1})/\sqrt{5}$, respectively (under assumption of correctness of this formula). But the latter, following an elementary transformation, becomes the expression: $x_1^{n-1}*(1+x_1-x_1^2)=x_2^{n-1}*(1+x_2-x_2^2)$,- which is obviously true, since $(1+x_1-x_1^2)$ and $(1+x_2-x_2^2)$ and simultaneously equal to **0** as roots of the quadratic equation from item *4* above.

Therefore, we have shown that under assumption of the formula's correctness of n+1 the main recursive formula for the sequence is upheld. And this means that stage *3* of the mathematical induction is also upheld, based on which we obtain that the formula $F(n)=(x_1^{n}-x_2^{n})/\sqrt{5}$, where $x_1=(1+\sqrt{5})/2$, a $x_2=(1-\sqrt{5})/2$ is true for all *n*. QED.

11. The proven analytical form of expressing the number of V-Sequences is especially good when we need to compute their number under very large *n*. Then the use of a recursive formula is problematic, since it would necessitate computation of all preliminary values of the sequence for *n* smaller than this very large number.

As an example of the use of the analytic form in the main text of the book an example is given of computing the number of V-Sequences for length **n=11662953**.

Then, according to the formula above, the number **F(n)=F(11662953)** equals $((1+\sqrt{5})/2)^{11662953}/\sqrt{5}$ - (at the same time we have discarded the negative term of the fraction's numerator as negligible). Then, we transform this expression into scientific notation, that is, give it in the form of 10 to some power.

The main actions of this are given below: we replace the number $((1+\sqrt{5})/2)^{11662953}/\sqrt{5}$ by its logarithm (base 10), use the known properties of logarithms (logarithm of a fraction, logarithm of a power, and others) and, finally, use the main property of the logarithm: that the number $A=10^{\log A}$. As a result of all transformation we obtain that $F(11662953)=10^{2437413}$ (approximately).

c2) For topic *2*. Earlier we said that the number of V-Sequences consisting of three values is given by the so-called T-Sequence, which is the sequence below:

«**1**; **3**; **6**; **14**; **31**; **70**; **157**;...», where the first three terms are **1**; **3**; **6**; and others are defined by the recursive formula: **F(n)=2*F(n-1)+F(n-2)-F(n-3)** with ***n*** greater than or equal to **4**.

For this sequence the authors have also found an analytical formula for expressing its generic term, dependent only on *n*. But all mathematical layouts, as well as other questions concerning V-Sequences, will be given in a different Part (book).

10. This last item of the General Preface will include only a list of all conclusions made by us before but conclusions that are already applicable to V-Sequences of three values. The giving of conclusions, without justification, here, in this Part, is based on our plan of justifying almost all of them in a new Part (book) of the theory. However, they will almost always be the same with respect to V-Sequences of three elements as the conclusions regarding V-Sequences of two values. Therefore we give it practically without changes, and only with minor comments that are specific to V-Sequences of three values (if there are no comments, then the conclusions coincide). We will also group our conclusions along thematic properties.

Conclusions concerning rather general properties of V-Sequences.

1. A V-Sequence reflects the values not just of one position, but of the entire game containing any arbitrary, including infinite, number of positions.

2. A V-Sequence consists of no more than three elements (values of positions), but may be of any length, in particular, be infinite as in containing an infinite number of elements. In a certain sense it exists independently of the game and has properties independent of the properties of the game.

3. A V-Sequence reflects the degree to which the play of sides is fault or faultless. Thus, a change in its elements signifies a mistake (if a V-Sequence is tied to a specific game, then it is a mistake committed by a side in this game). The lack of a mistake (in a game) is reflected by a constant V-Sequence.

Comment. In essence, the concept of a mistake (as a change in elements in a V-Sequence) remains the same). Only, possibly, in the next Part the authors will refer to mistakes from "**+1**" to "**-1**" (or vice versa) as rough mistakes. End of comment.

4. Also, if we have several games mapped by the same specific V-Sequence, then the number of mistakes in all games equals the product of the number of all games and the number of mistakes given by this V-Sequence.

5. V-Sequences can be (and often must be, as it is beneficial) tied to the Graph of Sequel of the position under consideration. Then the game from this position is some traversal of this Graph (or its part), while the V-Sequence is a sequence of values under this traversal.

6. A V-Sequence of a fixed finite length reflects specific limitations on the order of its specific elements. This order is in most cases based on the Principles of Maximum and Minimum (which are given earlier).

Comment. V-Sequences of three elements are also subject to these two Principles. It is only needed to consider that following a «**+1**» value for a white position, the possible cases of values can be any three values («**+1**», «**0**» and «**-1**») but for a «**0**» white position only two values are possible, «**0**» и «**-1**», while for a «**-1**» white position only one subsequent value is possible («**-1**»). For a black position, its own rules are in effect. All this is what leads to the number of V-Sequences described by the T-Sequence (whose recursive and analytic forms will be given in the next Part). End of comment.

Conclusions concerning specific properties of V-Sequences on the part of their mapping of specific kinds of endgames, endings, and "simple" positions.

Immediately, to begin with, we give a comment consisting in the existence of a multitude of conclusions about the ability of V-Sequences to correctly map sets of positions with three pieces. Of course, they are inapplicable to V-Sequences with three values. However, there are some after all that may be extended to three values.

1. Conclusion about effective use of V-Sequences in positions tied to various Balances that arise a result of promotion of pawns, for example, in positions with Excelsior Filters.

Conclusions concerning the GV–Mapping, GV–Distribution, conditional GV–mapping, and others connected to these concepts.

1. The main object of investigation in the study of V-Sequences is the GV–Mapping. It is a mapping (or function) between each game and V-Последовательностью, under which a unique V-Sequence is necessarily put into correspondence with each game.

Comment. Owing to the importance of this basic conclusion, the authors have brought it up once more in order to underscore its applicability to V-Sequences of three values as well.

2. A GV–Distribution is an important characteristic of the GV–Mapping, which shows the number of games mapped by a specific V-Sequence.

3. One of the important criteria of a GV–Distribution is the ratio of the number of correct games (mapped by constant V-Sequences) to the overall number of games.

4. An important tool of analysis is the Conditional GV-Mapping, which shows the GV-Mapping of some selected, conditional set of games among all games.

Conclusions concerning the connection of V-Sequences with the philosophy and psychology of pondering, computing variations, and others in connection with this.

1. Conclusion regarding the fact that as a result of calculating variations or finding values of positions it is not abstract (valueless) games that are thought over, but namely V-Sequences with their values.

2. Conclusion that any calculations of variations, including a mistaken one, has objective content consisting in the existence of graphs and Subgraphs, sets that are thought over (positions and their unions: Types, Balances, Sequels, etc.).

Certain new conclusions that have not been expressed before (we will arrive at them as a result of investigation of a new Part of the theory).

1. V-Sequences can and must be used in new chess engines.

2. The study of V-Sequences can be used to “improve” or otherwise alter the rules of the game (or, rather, the rules of holding tournaments).

3. V-Sequences also have negative traits. Some of them have already been given, while others will be given in the next Part (volume) in more detail.

Further development of the Mathematical Theory of Chess will be made in other Parts. The authors actively invite readers to send their suggestions to the e-mail address given on the back cover of the book. They hope that reading Part *6* will be interesting. Enjoy!

End of General Preface to Part *6*.

Часть 3 Общего Предисловия на русском языке.

6. Выше (в частях 1 и 2 Общего Предисловия) мы так или иначе освещали разные, но в основном математические свойства V-Последовательностей и связанных с ними понятий, например, GV–Отображения, GV–Распределения и других. Все эти свойства и понятия образуют так называемое «учение о V-Последовательностях». Учение здесь почти то же самое, что и самостоятельная теория, однако мы чувствуем, что для статуса теории этому учению не хватает еще важных составляющих. В числе этих составляющих находятся (прежде всего, субъективные), причины исследования именно V-Последовательностей (в сравнении с например, другими методами, учениями или даже уже известными и самостоятельными теориями). Вот этими причинами мы и займемся в этом пункте.

а) Образованный читатель может усомниться в необходимости исследования V-Последовательностей из таких соображений: *1*) «уже созданы например, многие шахматные программы, которые достаточно хорошо приписывают оценки позициям (и так как они основаны на определенных шахматных и математических взглядах, то значит, эти взгляды достаточно хороши); *2*) «уже известны достаточно хорошие математические теории, например, теория графов», которые предлагают оценки позициям без использования понятия и свойств V-Последовательностей».

Здесь разберем именно второй аргумент читателя.

Графы действительно играют важную роль в нашей теории. В частности, установлено (в Части *3* теории), что если у нас определен Граф Сиквела рассматриваемой позиции, то он задает оценки всех позиций. В Части *3* была найдена такая формула «Граф определяет V-Граф», которая означает вот что. Если у нас есть Граф всех позиций, выходящих из данной (то есть Граф ее Сиквела), то каждой позиции можно дополнительно приписать определенную оценку, то есть образовать уже V-Граф, как обычный Граф, но уже с оценками. Это было тогда обосновано (и в простейших случаях доказано) тем фактом, что само понятие оценки подразумевает связь рассматриваемой позиции с позициями определенного класса (матовыми, патовыми, позициями КК-Баланса, называемыми шахматистами мертвыми позициями и другими специфическими позициями). Все-таки дадим ниже малый Пример обычного Графа и V-Графа, иллюстрирующих идеи этого абзаца (хотя в этом пункте мы не намерены давать их в большом числе).

«Пример *2*, илюстрирующий Граф и V-Граф заданной позиции». Пусть дана начальная позиция: «Белые: ♔a6, ♙c7; Черные ♚a8. Ход Белых». Да, это та самая позиция, которая была у нас в Примере *2*, только сейчас мы ее (да и все, что с ней связано) приводим с другой целью.

Построим несколько простейших Графов на основе этой позиции, которой присвоим номер *1*. Так, согласно правилам игры от нее выходят 7 позиций. Дадим ниже список этих позиций вместе с позицией *1* (заметим, без оценок!).

Позиция *1*: «Белые: ♔a6, ♙c7; Черные ♚a8. Ход Белых».
Позиция *2*: «Белые: ♔a6, ♕c8; Черные ♚a8. Ход Черных».
Позиция *3*: «Белые: ♔a6, ♖c8; Черные ♚a8. Ход Черных».
Позиция *4*: «Белые: ♔a6, ♗c8; Черные ♚a8. Ход Черных».
Позиция *5*: «Белые: ♔a6, ♘c8; Черные ♚a8. Ход Черных».
Позиция *6*: «Белые: ♔b6, ♙c7; Черные ♚a8. Ход Черных».
Позиция *7*: «Белые: ♔a5, ♙c7; Черные ♚a8. Ход Черных».
Позиция *8*: «Белые: ♔b5, ♙c7; Черные ♚a8. Ход Черных».

Далее нам нужно задать связи этих позиций между собой. Это, например, можно сделать квадратной таблицей-матрицей, где соединения между двумя произвольными позициями закодированы двумя значениями (обычно «единицей» и «нулем»). Для нашего случая достаточно эти соединения выписать двух-элементными группами {1; 2}; {1; 3}; {1; 4}; {1; 5}; {1; 6}; {1; 7}; {1; 8} которые символизирует наличие соединения от первого элемента группы ко второму.

Вот мы только что и задали Граф, состоящий из 8 позиций и 7 соединений между ними. Любой Граф есть множество вершин (позиций) и множество соединений между ними (ходов) – это главное требование теории Графов, все остальное необязательно. Например, необязательно то, что сам этот Граф является частью другого, более сложного Графа; необязательно и то, чтобы вершинам-позициям были бы приписаны какие то дополнительные числа (называемые оценками).

Для того, чтобы превратить этот Граф в уже V-Граф, надо независимо от него определить, что такое оценка, а потом на основе этого определения приписать ее всем позициям оценки (или хотя бы приписать их некоторым позициям Графа, чтобы мы могли найти оценки и всех других позиций по определению оценки). Для этого в Части *3* создана Система Оценок, которая отталкивается вначале не от общего определения оценки, а от приписывания оценки финальным позициям. Так, приписана оценка «**+1**» позициям *2* и *3*. Оценка «**0**» приписана позиции *6* (это финальные позиции), от которых уже нет никаких выходящих (но для Графа списка выше все равно там указана очередь хода, что говорит о том, что какая сторона могла бы его, этот ход, сделать).

Далее вводится понятие оценки, которое, в частности, для «**+1**» случая, означает , что она отражает существование Белой Стратегии, приводящей к черную матовую позицию при любой Стратегии Черных. Очевидно, поэтому, что исходя из этого определения позиция *1* имеет оценку «**+1**». Из определения оценки «**0**» (в частности, отражающей факт, что нет Стратегии, ведущей в черную матовую позицию при любой Стратегии Черных) следует, что позиции *4*, *5*, *6*, *7*, *8* имеют оценку «**0**». Заметим, что перебирая все возможные пути в Графе (которые и есть чередующиеся Белые и Черные Стратегии, как множества двух-элементных групп из двух позиций с разной очередью хода), мы получаем уже V-Граф. Он (в позициях, соединения те же как в обычном Графе) дан ниже.

Позиция *1*: «Белые: ♔a6, ♙c7; Черные ♚a8. Ход Белых». Оценка «**+1**».
Позиция *2*: «Белые: ♔a6, ♕c8; Черные ♚a8. Ход Черных». Оценка «**+1**».
Позиция *3*: «Белые: ♔a6, ♖c8; Черные ♚a8. Ход Черных». Оценка «**+1**».
Позиция *4*: «Белые: ♔a6, ♗c8; Черные ♚a8. Ход Черных». Оценка «**0**».
Позиция *5*: «Белые: ♔a6, ♘c8; Черные ♚a8. Ход Черных». Оценка «**0**».
Позиция *6*: «Белые: ♔b6, ♙c7; Черные ♚a8. Ход Черных». Оценка «**0**».
Позиция *7*: «Белые: ♔a5, ♙c7; Черные ♚a8. Ход Черных». Оценка «**0**».
Позиция *8*: «Белые: ♔b5, ♙c7; Черные ♚a8. Ход Черных». Оценка «**0**».

Таким образом, мы превратили обычный Граф в V-Граф. Нахождение оценок для всех позиций уже всего Графа Сиквела (от позиции *1*) конечно, может быть очень сложным, если потребовать, что эти оценки получаются как бы от абстрактного Графа, в котором лишь финальные (матовые или патовые) позиции или так называемые «мертво-ничейные позиции» даны в оценках, однако для нас важна принципальная идея. Если Граф задан настоящим образом, то превращение его в V-Граф теоретически всегда возможно (для математика часто это очень трудно, не говоря даже о шахматисте, который часто тонет в громадном множестве возникающих позиций и партий).

Другими словами, Графы и V-Графы однозначно определяют оценки, более того, они однозначно определяют и V-Последовательности: ведь последние есть разные обходы или пути в V-Графе, выписанные как последовательности оценок... Так почему же нам так уж нужно отдельное учение о V-Последовательностях? Вероятно, при достаточно сложных Графах применение V-Последовательностей в виде специального учения (системы идей и методов анализа) более оправдано, чем использование теории Графов, которая является гораздо более сложным в сравнении с ним.... К этой гипотезе (как и к самому Примеру, уже чуть более усложненному) мы вернемся позже, а пока посмотрим на проблему со стороны шахматиста.

b) Очень много позиций в Шахматах (особенно в начале игры и в середине) – неизвестны в своих оценках (подтверждаем ранее сказанную мысль, что мы будем называть такие позиции «неизвестными», в отличие от известных, с конкретными приписанными оценками, в основном появляющихся в эндшпиле).

Обычно считается, что шахматист обдумывает неизвестную позицию с точки зрения ее или статических или динамических факторов.

Статические факторы - это материальное соотношение фигур одной стороны по сравнеиию с другой, наличие сильных и слабых сторон позиции и другие. Динамические же – расчет вариантов, которые могут получиться в партии, но эти варианты основаны на позициях с их оценочными свойствами, поэтому в конце концов все сводится к присвоению позиции предполагаемой оценки на основании анализа ее же статических и динамических факторов.

Попробуем адаптировать текст выше (с начала этого подпункта «b») ко взаимоотношению между партиями и V-Последовательностями, а еще проще, - к оценкам во всех возможных проявлениях. Выделим следующее в тексте:

1. Статические факторы позиции это частный случай динамических, ведь ясно, что иногда нужно и возможно прекратить расчет вариантов, и это формально означает анализ на глубине расчета при длине n=1.

2. Цель обдумывания (позиции или вариантов с позициями) шахматистом – нахождение оценок позиции. Обдумывание есть анализ на определенное число позиций вперед.

3. Если в процессе анализа возникает позиция с извсстной оценкой, то дальше анализ движется в обратную сторону и в предположении того, что делаются ходы без ошибок, эта известная оценка и присваивается первой позиции.

4. Заметим, что шахматист-мастер, в отличие от шахматиста начинающего, играет лучше, так как мыслит вариантами на большую глубину, но в любом случае и тот и другой используют некоторую Систему Оценок (о которой ниже). Это кстати, подтверждает, что статические факторы позиции есть те же динамические при длине n=1.

5. Другими словами, изначально и в дальнейшем анализ позиций осуществляется преимущественно в оценивающем смысле. Позиции заменяются их оценками.

6. Безошибочная игра есть игра с постоянными оценками, вообще вся игра или анализ (как построение множества партий на такую-то длину *n*) есть или безоошибочная или ошибочная игра.

7. Но ошибочная или безошибочная игра - это категории из системы оценок (если оценка меняется - имеем ошибку, если не меняется, - ее отсутствие). Шахматист всегда использует систему оценок: или неосознанно или осознанно, или правильно или неправильно (например, в примере с шахматистом-мастером или шахматистом начинающим). Но это означает, что:

8. Обдумываются не абстрактные (без оценок) партии с позициями, а V-последовательности с их оценками. Этот факт не осозновался до сих пор. Но именно он является отправной точкой и предметом исследования в учении о V-Последовательностях.

Остановимся на минутку и применим вышеизложенное к нашему «Примеру *2*, иллюстрирующему V-Граф позиции *1*».

Так, ясно, что оценка позиции *1* как «**+1**» есть воплощение наивных динамических факторов, которые тут же переходят в статические: ведь если мат возможен сразу, то возвращаясь назад в мышлении, получаем, что и начальная позиция также таковая в оценивающем смысле, как и матовая, то есть оценки «**+1**». При этом мышление начинающего шахматиста и шахматиста мастера примерно одинаково – если мы рассматриваем этот очень уж простой Граф из восьми позиций.

Хотя, если вдуматься, «начинающий шахматист» здесь – понятие очень нечеткое. Представим себе человека (а еще лучше, ребенка), который только выучил правила игры в Шахматы и в процессе «обдумывания» не может решить с какого хода начать анализ. Для него все ходы будут равноправны в анализе, так что он может начать анализ с хода королем на *b6* (видимо вытаясь защитить пешку дополнительно), совершенно забыв, что тем самым получится пат).

Мы (шахматисты-мастера) знаем, что если он сделает ход королем на *b6*, то получится пат. Мы будем журить шахматиста за это, присвоив ему очень малый рейтинг, но при этом забыв о том, что его ошибочное мышление имеет свои объективные причины.

Эта объективность заключается в том, что существует Граф, который отражает его начинающее мышление. Это Граф (или V-Граф) без позиций *2*, *3*, *4*, *5* (тех, в которых пешка превратилась).

Ведь действительно, Граф, состояший из только позиций *1*, *6*, *7*, *8*, определяет оценку позиции *1* как «**0**»: ведь от нее можно получить финальную, но лишь патовую (а не матовую!) позицию *6*, и сделать вывод, что позиция *1* также как и она, имеет ту же, «**0**» оценку. Интересно даже то, что нам и не нужно удалять позиции *2*, *3*, *4*, *5* из первого Графа из восьми позиций: достаточно удалить соединения в эти позиции из позиции *1*. При этом Граф будет также считаться частью (или подграфом) первого Графа с шестью позициями, только будет выражен не одной связной компонентой, а несколькими компонентами.

В общем, любое мышление любого шахматиста (как безоошибочное, так и ошибочное) имеет объективную причину: оно отражает некоторый подграф всего Графа Сиквела. Например, последний Граф из 8 позиций, но без соединений из позиций с пешкой в позиции с уже превращенной пешкой, можно расширить на некоторые другие позиции и увидеть, что новый, чуть расширенный, Граф, уже будет иметь «**+1**» позиции.

Например, добавим следующие две позиции: позицию *9* и позицию *10*.

Позиция *9*: «Белые: ♔a5, ♙c7; Черные ♚a7. Ход Белых».

Позиция *10*: «Белые: ♔a5, ♙c7; Черные ♚b7. Ход Белых».

Эти позиции выходят из позиции *7*. Теперь давайте проанализируем мышление начинающего шахматиста в сравнении с мышлением щахматиста–мастера.

Пусть начинающий шахматист, обдумывая на предмет оценки позицию *7*, уже наконец-то вспомнит, что возможно превращение пешки (а раньше, как мы писали, он почему-то забыл об этом, хотя к тому были объективные причины). На радостях, он превратит (пока еще в своем мышлении!) пешку в ферзя и прекратит анализ далее, присвоив при этом позиции *9* оценку «**+1**» на основании того, что можно превратить в ферзя. Но вот тут-то и окажется, что эта позиция (позиция, получающаяся из позиции *9* превращением пешки в ферзя) есть патовая позиция, значит позиция *9* имеет оценку «**0**» (а начинающий шахматист просто ошибся...)

Кажется на первый взгляд, что уж тут никакого объективного отражения ошибочности мышления нашего начинающего шахматиста нет: ведь позиция *11*: «Белые: ♔a5, ♕c8; Черные ♚a7. Ход Черных» существует в новом, более расширенном Графе (вместе со своим соединением от позиции *9*), но имеет оценку «**0**», однако это не так. Мы можем рассматривать новый, расширенный Граф не как V-Граф с уже приписанной оценкой для позиции *1*, а просто как Граф – пока без каких либо оценок новым позициям. Ведь для того, чтобы установить, что позиция *11* патовая, нужно проделать дополнительный анализ (например, проверить, что ни одного выходящего хода из этой позиции нет), но без такого анализа мы не можем приписать этой позиции какую-то оценку.

В пользу этого рассуждения, обосновывающего объективный характер совершенной начинающим шахматистом ошибки (что она отражается Графом), является рассмотрение Графа после возможного превращения пешки в ладью. Так, добавим позицию *12*: «Белые: ♔a5, ♖c8; Черные ♚a7. Ход Черных». Эта позиция превращает предыдущий Граф в Граф с новой позицией *12*, но для того, чтобы ей приписать оценку, надо провести дополнительный анализ: в частности, надо установить, что она не финальная, и что ладья обычно выигрывает против короля.

Другими словами, в анализе всегда надо применять Систему Оценок. Если этого не делать, то мы имеем простой Граф; если делать, то V-Граф, но в этом последнем случае его оценки будут (или могут) зависеть от множества других причнн. В процессе обдумывания любым шахматистом оценок позиций (пусть то шахматистом начинающим или шахматистом мастером) происходит взаимодействие как Графа с Системой Оценок, так и V-Графа с некоторой Системой Оценок, но возможно отражаемой не тот Граф, к которому она должна была бы правильнее относиться.

В последнем предложении достаточно переложить Систему Оценок на язык V-Последовательностей, чтобы понять, что в любом анализе присутствует не только субъективная составляющая мышления, а и объективная. Объективная составляющая - это прежде всего существование в Графе и V-Графе последовательностей оценок, развертывающихся во все больших и больших длинах по мере изменения Графов.

с) Вот еше яркий пример, основанный на Примере *2* (как выраженным Графом из восьми позиций, так и Графом с большим числом позиций). Добавим еще три позиции, дадим их вместе с позицией *9* в списке из четырех позиций, чтобы образовать контур...

Позиция *9*: «Белые: ♔a5, ♙c7; Черные ♚a7. Ход Белых».

Позиция *13*: «Белые: ♔b5, ♙c7; Черные ♚a7. Ход Черных».

Позиция *14*: «Белые: ♔b5, ♙c7; Черные ♚b7. Ход Белых».

Позиция *15*: «Белые: ♔a5, ♙c7; Черные ♚b7. Ход Черных».

Соединения позиций: {9; 13}; {13; 14}; {14; 15}; {15; 9}, - специально составлены для того, чтобы образовать контур. Будучи в контуре, можно строить партии любых длин, но при этом мышление любого шахматиста сталкивается с новой задачей: в определенный момент нужно прекратить построение длинных партий и сделать какой-то вывод (об оценках позиций).

Объективное содержание данного контура в том, что он образует V-Последовательность {**+1**; **0**; **0**; **0**}, которая может быть повторена неоднократно (даже бесконечно) в качестве периода во все более увеличивающейся V-Последовательности.

В любой бесконечности скрыт корень неправильного мышления, но можно показать, что оно (неправильное мышление) находится и не только в ней, а уже хотя бы в повторении.

Вот вначале Белые соверили ошибку. Зададимся вопросом: «А поняли (понимают) ли это Черные?». Они это понимают тогда, когда видят, что Белые могли бы выиграть превращением пешки в ладью, понимая, что превращение в ферзя приводит к пату, а значит, к ничьей. Или лучше сказать так: они вообще анализируют только превращение в ферзя и с радостью видят, что оно приводит только к ничьей. Значит, для них позиция *9* ничейна!

Далее стороны делают танцы королями до получения позиции *15*. Черные, находясь в ней, видят, что они могут перейти в позицию *9*, которая ничейна в их представлении, поэтому и идут туда... Они замыкают контур, «справедливо» (в их понимании) полагая, что повторение позиции ни к чему плохому для них не приведет. Если Черные считают, что позиция *9* ничейна, то и позиция *15* ничейна – по причине того, что из нее позиция *9* и получается. То есть даже логически они тут не ошибаются: если в их рассуждениях есть ошибка, то она повторяется и далее, и само рассуждение верно!

Но интересен и такой факт: в Правилах Шахмат написано, что повторение позиции три раза означает ничью; получается, что партия «трехкратный обход заданного контура», содержащая позицию *9* три раза, заканчивается (на этой позиции) ничьей. Очевидно, что сам по себе факт троекратного повторения позиции не означает, что эта позиция имеет оценку «**0**» (Правила Шахмат можно и поменять в этом случае), но в целом этот пример показывает и многое другое. Главное при этом, любой анализ основан на не только партиях как последовательностях позиций, а и V-Последовательностях, - как последовательностях оценок.

Это еще раз подтверждает правильность использования V-Последовательностей как цельного учения, отражающего объективную сложность не только мышления шахматистов, а и сложность самого объекта исследования (воплощенную, например, в разнообразных Графах). Дадим еще несколько замечаний.

Замечание *1*. Касается так называемых «мертвых» позиций: позиций, в партиях от которых любой мат невозможен. Это, кстати, не только позиции, Сиквел которых не имеет ни одной финальной позиции (например, позиции КК-Баланса), - но и «**0**» позиции Балансов «король со слоном против короля» или «король с конем против короля». Вообще-то, в последних Балансах есть патовые позиции, так что партия может свободно кончиться на них (в том смысле, что в теории, в отсутствии правил остановки на основании ничейных правил о трехкратном повторении или 50 ходов партия продолжается неограниченно долго, пока не остановится на какой-либо финальной, матовой или патовой, позиции). К тому же факт присвоения позиции (в том числе и финальной!) какой-то оценки основан не на правилах движения фигур в Шахматах, а на Системе Оценок, которые приписаны им (здесь: финальным) позициям. Ведь действительно, и мат, и пат Черным останавливают игру, но приписывание оценок «**+1**» и «**0**» есть следствие Системы Оценок, а не правил игры (как движения фигур). Чемпион мира Капабланка, кажется, предлагал присваивать победу Белым при постановке и пата. В этом есть смысл не только с точки зрения создания независимой Системы Оценок, а в том, что признается независимость правил Шахмат, которые остаются теми же (некоторые возразят, что это будут другие Шахматы: «да, другие, если эти Шахматы уже берутся с Системой Оценок, но сами по себе движения фигур и построения партий остаются такими же...») Об этом (о возможности изменения правил Фиде) мы скажем позже.

Замечание *2*. Кстати, а кто решил, что матовые позиции существуют только после превращения пешки в ферзя или ладью, а не в слона или коня? Видимо, кто-то провел анализ всех трех-фигурных эндшпилей заранее... Но это означает, что этот кто-то прежде установил, что именно в Балансах «с ферзем» или «с ладьей» (а не «со слоном» или «с конем») мат возможен. Но этот факт, пусть и правилен, не столь очевиден в Правилах Фиде. Разберем это замечание подробнее с точки зрения нашего случая расширения Графа, уже включающего позиции всех возможных Балансов.

a) После превращения пешки в ферзя возникает Баланс «король с ферзем против короля»), партии из позиций которого могут отражаться разными V-Последовательностями. Мы этот случай подробно разобрали во начальных пунктах этого Предисловия. Установлено, что учение о V-Последовательностях (например, через понятие GV–Отображения) полностью отражает все возможные партии (а, значит, и позиции, и Графы и все другое) в Балансе «с ферзем». Но так ли полностью отражают этот факт Правила Фиде Шахмат? Конечно, нет, если в них есть правила о трех-кратном повторении, 50 ходов. Например, партия может длиться более 50 ходов и достигнуть «**+1**» позиции; так что, результат ее должен быть «ничья»? Выглядит странно и нелогично (пути решения этого будут предложены ниже).

b) То же самое касается и Баланса «с ладьей», причем тут добавляется факт довольно сложного метода постановки мата (который не по силам даже некоторым начинающим шахматистам, если они не знают этого метода).

c) Как сказано, в позициях «со слоном» или «с конем» мат не возможен (хотя кто это проверял?), но интересно, а возможен ли пат в том смысле, что возможна ли Патовая Стратегия Белых, которая приводит к пату Черным при любых их действиях? Этот вопрос уже довольно сложен для шахматиста мастера и без дополннтельного исследования не может быть так сразу и решен. Но можно воспользоваться теорией графов (учением о V-Последовательностях) и, найдя все партии, заканчивающиеся патовыми позициями, ответить на вопрос о существовании вышеозначенной Патовой Стратегии. Причем, так как пат возможен только в углу, то данная Стратегия говорит о том, что Белые могут загнать короля Черных в угол и там запатовать.

Замечание *3*. Касается и позиции существующего Баланса. Тут можно напомнить, что теория графов (или учение о V-Последовательностях) также отражает всем известные идеи ведения пешечного эндшпиля, например, ключевых полей, оппозиции, «квадрата» и других.

d) Ясно, что Граф Сиквела позиции *1* содержит в качестве своих подграфов Графы всех других трех-фигурных Балансов, а также Граф КК-Баланса. Мышление любого шахматиста отражает какой-то из этих подграфов (или его сочетание), причем прежде всего оно выражается через V-Последовательности (как некоторые обходы этих Графов с точки зрения оценок вершин\позиций, их содержащих). Ошибка шахматиста есть прежде всего «ошибка» (изменение оценки) позиций самого Графа. Отсюда следует идея избавления от этих «ошибок» методом избавления от заведомо плохих соединений в этом Графе.

1. Вот и конкретная иллюстрация на примере позиции *9*.

Допустим, играющий Белыми шахматист знает, что Балансы «король и слон против короля» и «король и конь против короля» не содержат никаких матовых позиций. Следовательно, он ни при каких обстоятельствах не должен превращать пешку в слона или коня. На языке Графа это означает, что рассматривается некоторый подграф всего Графа Сиквела позиции *9*. И тогда можно подсчитать отношение числа правильных партий к числу всех партий при такой-то длине.

Что ж, вот оно, GV-Распределение:
GV(2) = 1 партия - для V(2) ={**+1**; **+1**}.
GV(2) = 4 партии - для V(2) ={**+1**; **0**}.

Здесь одна выигрывающая партия: это партия 1. ♖c8. Четыре невыигрывающие партии, - это партии: 1. ♔a4; 1. ♔b4; 1. ♔b5; 1. c8♕. Таким образом, соотношение числа правильных партий к общему их числу равно 1/5=20%, но если превращать в слона\коня, то оно будет 1/7=14.3% (приблизительно). Другими словами, использование улучшенной Стратегии (отражаемой Графом без балластных Балансов «со слоном и «с конем») увеличивает шансы Белых.

Это относится ко всем позициям Сиквела позиции *9* (да и позиции *1*: «Белые: ♔a6, ♙c7; Черные ♚a8. Ход Белых»), - ведь Белые проиграть не могут, значит, любое уменьшение числа возможных «**0**» позиций (или партий с ними) лишь увеличивает вероятность выигрыша.

Мы уже здесь ведем речь о таком важном явлении использования Графов, как создание улучшенных Стратегий сторон. Так, для Белых улучшенная Стратегия означает избавление от любых позиций оценки «**0**» или соединений в эти позиции; для Черных – наоборот, создание большего числа таких «**0**» позиций или соединений в них (например, взятие пешки или превращенной из нее фигуры немедленно королем). Использование улучшенной Стратегии Белых - это рассмотрение тех подграфов Сиквела, которые содержат меньшее число «**0**» позиций и партий с ними. Использование улучшенной Стратегии Черных – рассмотрение тех подграфов Сиквела, которые, наоборот, содержат как можно большее число «**0**» позиций (и соединений к ним).

2. А вот и такая красивая аналогия (как будет видно далее, эксперимент).

Пусть из начальной позиции *9* у нас будут играть два малолетних ребенка. Они делают ходы произвольным образом, не задумываясь ни о какой-либо стратегии или обдуманных действиях (допустим, они выучились только делать ходы по шахматным правилам).

Очевидно, что все партии и им отвечающие V-Последовательности, которые для них возможны, все-таки определены некоторым образом, например, Графом (всего Сиквела позиции *9*) или его «двойником», V-Графом (с присвоенными оценками его позициям).

Наши игроки (эти дети) не знают ничего об этом; их игра случайна и, видимо, равновероятна может привести к обходу всех позиций V-Графа (или в переводе на язык V-Последовательностей к созданию множества последних, как отражающих все партии\обходы).

Небольшое замечание о возможном обходе всех позиций. Все позиции Графа невозможно обойти одной партией, пусть даже очень длинной (или бесконечной), так как, например, после входа в Баланс «с ферзем» уже никогда не войдешь в Баланс «с ладьей» и наоборот. Но можно рассматривать множество партий (если потребуется, и бесконечное), чтобы действительно обойти все позиции (и соединения) Графа Сиквела. Это замечание приведено лишь для общего представления о случайной игре наших детей во всех возможных вариантных партиях, ими сыгранных. Однако, далее все-таки будем рассматривать в некотором смысле (варианте, условии...) одну партию без необходимости обхода всех позиций Графа. Конец замечания.

Может ли ребенок, играющий Белыми, выиграть (допустим, вначале, что поставить мат)? Может, так как где-то в огромном Графе Сиквела имеется позиция с оценкой «**+1**». Но об этом ни один из детей не знает (знаем только мы, а если хотите, «знает» только Граф). Для появления матовой позиции в какой-либо партии не обязательно сразу, на первом ходу, превратить пешку в ладью, но нельзя превращать пешку в ферзя (о слоне и коне поговорим позже), после чего получится пат и партия сразу остановится (на случай остановки партии по причине достижения финальной позиции, положим, что дети начинают играть другую партию из начальной позиции *9*).

Кроме того, в этом эксперименте не ставится задача выигрыша (достижения матовой позиции) с точки зрения классического понимания: когда создаются только «**+1**» правильные партии (строго говоря, когда Белые выигрывают несмотря на любые действия Черных, что равносильно этим «**+1**» правильным партиям). Это значит, что возможен мат и в неправильных партиях, а наша задача составить список таких (или любых, если задаться целью обхода всего Графа) партий.

Одной из неправильных партий может быть, например, партия, которая вначале через контур выше приходит снова в начальную позицию *9*: {9; 13; 14; 15; 9}. Далее у играющего Белыми снова появится возможность выигрыша и снова не обязательно превращать пещку в ладью. Однако представим себе, что уже со второй попытки это произошло: игрок Белыми таки превратил пешку в ладью (а если бы он превратил в ферзя, то мы бы заставили играть новую партию, как сказано выше). Тогда партия вступает в Баланс «король с ладьей против короля», который объективно содержит гораздо больше «**+1**» позиций, чем «**0**» позиций.

Замечание по этому Балансу. Он имеет много аналогичных свойств, как и Баланс «с ферзем». Так, в частности, все белые позиции в нем имеют оценку «**+1**», черные же позиции имеют оценку «**0**», только если это патовая позиция или позиция, где Черные могут сразу взять белую ладью. Конец замечания.

Для детей, играющих в Балансе с «ладьей», партии в основном будут описываться «**+1**» V-Последовательностями-константами. Конечно, если потребовать, чтобы был поставлен мат, то вероятность такого при случайной игре детей все-таки мала, но она явно выше, если бы мы сравнивали партии с начальной позиции. Сейчас можно и отменить условие обязательной постановки мата; пусть например, партия длится неограниченно долго, а наша цель: составить список их и поставить каждой такой партии в соответствие некоторую V-Последовательность (построить GV–Отображение, которое через GV–Распределение, в частности, и подтвердит факт, что многие партии уже содержат в основном «**+1**» позиции).

Также очевидно для нас, руководителей эксперимента, что в Графе Баланса «с ладьей» есть области (подграфы), в которых уже часто будут возникать конечные партии, заканчивающиеся матовыми позициями. Очевидно, эти области характерны положением черного короля на сторонах доски (ведь маты возможны только там). Если вернуться к требованию того, что партия должна содержать матовую позицию, то обнаружится, что такие партии должны содержать позиции, где черный король на стороне доски. Дети об этом не знают, но этот факт, если рассматривать условное GV–Отображение, где рассматриваются условные партии с позициями с оттесненным черным королем, отражается наличием в нем именно матовых партий в большем числе, чем если бы король не был оттеснен (кстати, можно оттеснять и прямо в угол, там шансы того, что уже будет матовая позиция в партии, еще более увеличатся.

Наконец, заметим, что в подграфе Графа Баланса «с ладьей» можно выделить еще более малое условное подмножество: например, потребовать, чтобы Белые чаще шаховали (вдруг шах окажется матом?).

Вывод из абзаца выше: существует такое подмножество в Графе Баланса «с ладьей», которому соответствует условное GV–Отображение, где партиями выступают правильные «**+1**» партии, а V-Последовательностями – «**+1**» - V-Последовательности- константы той же длины. Эти партии и эти V-Последовательности отражают самое лучшее мышление шахматиста в процессе обдумывания и выбора правильных ходов. А процесс перехода от Графа Сиквела к Графу, соответствующему этому условному GV–Отображению (через разнообразные промежуточные подграфы) отражает мышление шахматиста: от детского или начинающего, - к мышлению шахматного мастера. То есть наша аналогия (или эксперимент) еще раз подтверждает, что существует объективное содержание процесса мышления, следовательно, этот факт является одной из причин использования учения о V-Последовательностях. Вернемся, однако, к другим подграфам нашего общего Графа Сиквела.

Среди всех партий, заканчивающихся матом, как мы сказали, есть не только правильные партии (начинающиеся превращением пешки в ладью и затем правильной игрой, завершающейся матом Черным), а и неправильные. Есть ли среди них, например, партии, где мат ставится ферзем? Да, как ни странно есть, только не надо сразу превращать пешку в ферзя. Вот например, партия, заканчивающаяся матом (от позиции *9*):
1.♔b5 ♚b7 2.c8♕ ♚a7 3.♕d7 ♚b8 4.♔b6 ♚a8 5.♕a7#. Ее V-Последовательность (состоящая, как и партия, из 10 позиций): {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}. Видно, что в партии было две ошибки: одна из них ошибка Белых на их первом ходу, а вторая – ошибка Черных, которые не взяли рожденного ферзя.

Если посмотреть на эту партию глазами Черных («исправление ошибок»!), то можно предложить улучшенную Стратегию Черных. Она заключается в том, что всегда, если это возможно, надо брать королем фигуру противника. Если бы Черные действительно бы это сделали, то перешли бы в двух-фигурный КК-Баланс, где уже любая партия отражалась бы одними нулями. Но мы хотим перевести эту идею на язык взаимодействия между различными Графами. Тогда получаем, что партия выше (с момента превращения пешки в ферзя) отражает подграф Баланса «с ферзем», из которого можно было войти в подграф КК-Баланса. Другими словами, мы отразили уже процесс мышления Черных, который был бы, если бы они проработали над своей ранее проигранной партией и уже не совершали ошибку.

Еще раз: мышление ребенка, играющего Черными и допустившего мат своему королю, отражается одним подграфом (здесь: в смысле простого соединения 10 позиций). Мышление же того же ребенка, но уже проведщего успешную работу над ошибками, отражается другим Графом, уже включающем в себя Граф КК-Баланса.

3. Сделаем вывод из эксперимента с детьми, а потом плавно его превратим в вывод всего этого пункта *6*.

а) Насчет детей. Игра их в каждый момент времени (при данном выборе хода) чисто случайна, но эту случайность нельзя автоматически распространить на создаваемые ими партии, в частности, на V-Последовательности оценок позиций, их содержащих. Партии и V-Последовательности, их отражающие, есть проявление конкретных свойств Графа (Сиквела той позиции, с которой они начинают играть).

Этот Граф имеет собственные свойства, определяемые в основном существоваиием специальных подграфов в нем. В качестве подграфов часто выступают Графы Балансов – как множеств позиций с одним и тем же соотношением сил. Эти подграфы (или Графы) Балансов имеют свои собственные оценочные характеристики, явно отличаюшие их друг от друга. Например, число «**+1**» соединений между позициями в Балансе «король и ферзь против короля» («**+1**» соединения есть соединения между двумя «**+1**» позициями) больше числа «**+1**» соединений Белансе «король и ладья против короля», что сказывается и на числах правильных и неправильных партий и на других свойствах, в конечном счете отражающихся V–Последовательностями (через GV-Отображение, GV-Распределение и другие понятия).

Также конкретными свойствами обладают Балансы «король с пешкой против короля» или «король со слоном/конем против короля» (последние состоят из только «**0**» позиций). В частности, в Графе Баланса «король с пешкой против короля» существуют свои собственные внутренние подграфы, отражающие компактные группу «**+1**» позиций и группу «**0**» позиций (отражающих известные шахматистам позиции с ключевыми полями или попадающие под действие «правила квадрата»). Но все эти Графы отражаются V-Последовательностями. Они, эти V-Последовательности, подчиняются как своим собственным законам построения, так и строением Графа (или V-Графа), имеющего различные в оценочном смысле свойства. Плавно переходим к выводу всего пункта *6*.

b) Использование V-Последовательностей (или само учение о V-Последовательностях) имеет объективные причины, состоящие в том, что они отражают Графы множеств позиций. Самый популярный случай при этом: рассмотрение в качестве исходного такого Графа: Графа Сиквела данной позиции, известной в оценке. Положим, что этот Граф нам известен полностью и состоит из нескольких подграфов, отражающих специальные свойства позиций Сиквела и соединений между ними. Соединения между позициями – это партии; то есть партии – это последовательности позиции, а V-Последовательности – последовательности оценок этих позиций.

Любая конкретная партия, особенно отражающая некоторую осмысленную игру шахматистов, есть переход от одних подграфов к другим. Например, правильная партия от белой начальной «**+1**» позиции, заканчивающаяся матом Черным, отражает с точки зрения последовательности позиций переход от Баланса «король с пешкой против короля» к еще более лучшему Балансу «короля с ферзем (ладьей) против короля», а с точки зрения V-Последовательностей переход к V-Последовательностям с лучшим GV-Распределением. В идеале, такие партии отражаются только «**+1**» V-Последовательностями-константами, но эти V-Последовательности возникают не случайно, а отражают в конечном счете те специфические подмножества позиций, через партии, из которых и строятся.

Наоборот, игра Черных направлена на построение партий с большим содержанием нулей в V-Последовательностях, в идеале к созданию партий, отражающихся уже «**0**» V-Последовательностями-константами (которые, в частности, возможны при переходе к хорошим для них множествам Балансов, где выигрыш невозможен: «король с легкой фигурой против короля» или с «двумя голыми королями»).

Резюмируя: имеем кратко следующий вывод: V-Последовательности отражают взаимодействие частей Графа между собой, его строение в вершинах (позициях) и ребрах (ходах между позициями).

V-Последовательности отражают партии как объединения вершин и ребер в шахматном смысле, но это отражение специфично каждый раз для конкретного рассматриваемого Графа.

7. Этот пункт Предисловия касается преимуществ использования V-Последовательностей в сравнении с Графами позиций.

Да, мы установили, что теоретически для отображения оценочных (да и многих других) свойств позиций достаточно знания Графа того множества, к которому они принадлежат. Чем же V-Последовательности могут превзойти Граф (V-Граф)?

Если имеется малое множество рассматриваемых позиций, то Граф можно построить полностью и определить из него оценки всех позиций. Но очень часто множество позиций очень велико, и Граф становится очень сложным (не забываем, что кроме вершин\позиций, там есть и ребра\ходы между ними) и практически нереально построить Граф полностью. Но нам и не нужно этого делать, если положить, что целью является нахождение оценок лишь некоторых позиций или нахождение правильного пути от рассматриваемой позиции к матовым или другим специальным позициям. Тогда ясно, что V-Последовательности отражают лишь некоторые пути в этом Графе; они отражают партии, но не все, а нужные нам.

a) Преимущество V-Последовательностей состоит, в частности, в том, что они отражают правильные «матовые» партии (заканчивающиеся матом от выигрышной для какой-то стороны позиции, то есть или от «**+1**» или от «**-1**» позиции для Белых/Черных). Если у нас цель одна: постановка мата, то очевидно, что нам не нужно строить весь Граф, а лишь найти его ту часть, которая содержит позиции и соединения между ними, приводящие к матовой позиции. Тогда нам нужно найти условное отображение между матовыми партиями и V-Последовательностями (очевидно, константами).

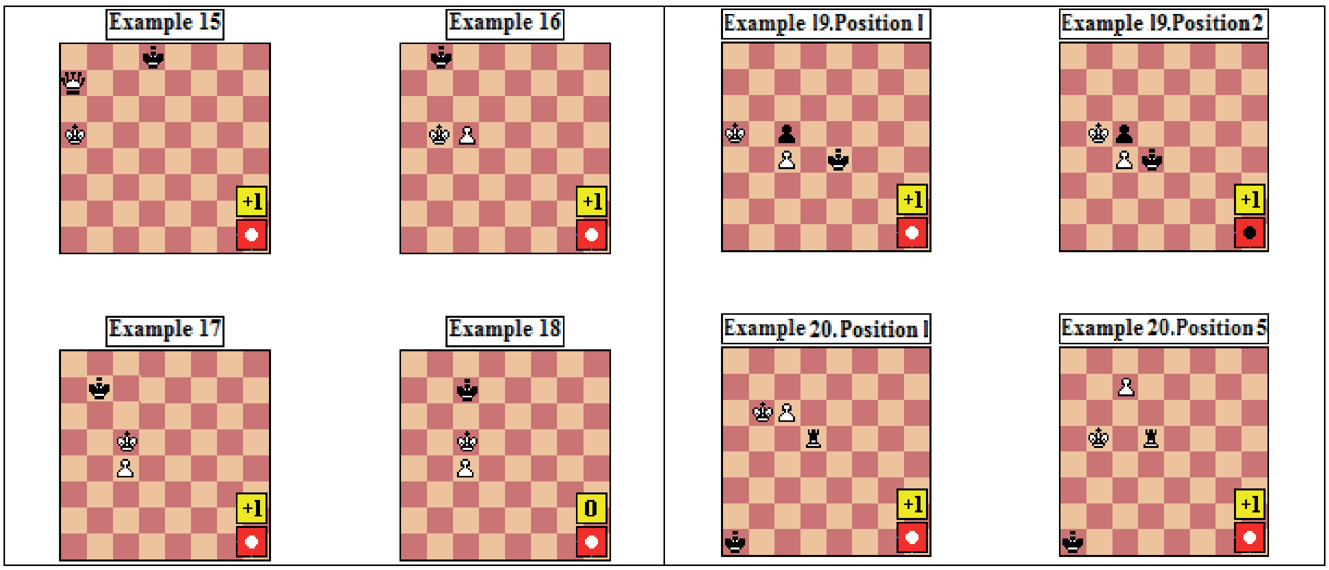
b) То же касается и случая с «**0**» позициями, когда нужно найти только партии, отражающиеся «**0**» V-Последовательностями-константами. Однако заметим, что партии, ими отражаемые, не обязаны заканчиваться патом. Этими партиями могут быть партии, содержащие позиции «**0**» повторяющегося множества позиций (например, представлящие «**0**» контур позиций – из «**0**» позиций одного контура).

c) Тот факт, что V-Последовательности отражают партии в оценочном смысле (а не позиции), положительно характеризуют их в сравнении с оценкой только для позиции. Мы получаем возможность подсчитать число любых специфических партий, отражаемых конкретными V-Последовательностями. Подпункты «a» и «b» выше касались партий, кончающиеся матом, патом, или партиями повторяющегося множества, но можно рассматривать и другие партии. Давайте чуть подробнее скажем, что имеется ввиду.

Возьмем белую позицию Баланса «король с ферзем против короля». Мы уже знаем, что любая белая позиция в этом множестве «с ферзем» есть «**+1**» позиция, значит есть и партия, кончающаяся матом, причем состоящая из только «**+1**» позиций. Но мы также нашли, что прежде чем дать мат, можно сколь угодно долго повторять «**+1**» позиции (говоря так, имеется ввиду, что не только Белые и Черные сотрудничают между собой в построении таких партий, а Белые могут заставить Черных повторять позиции, даже если бы они не хотели). Другими словами мы описываем конечные партии, увеличивающиеся в длинах за счет вставки в них повторяющихся позиций. Об этом мы говорили и в первом пункте этого Предисловия, но сейчас в этом вопросе можно увидить новую идею, касающуюся критериев сравнения одинаковых в оценках позиций. Разберемся в этом подробнее.

d) Итак, мы установили, что в Балансе «с ферзем» при начальной белой «**+1**» позиции Белые почти всегда имеют «**+1**» Повторяюшуюся Стратегию, строящую партии неограниченных длин (или даже бесконечные).

Вдумаемся, насколько этот факт важен для обеих сторон. Для Черных, видимо, это не столь важно: они и так обречены и могут надеяться лишь на чудо: совершение ошибки Белых (чего с таким огромным преимуществом очень трудно дождаться). Для Белых же это явный плюс: они всегда могут повторить позиции, сохряняя выигрыш (в смысле постановки мата). Допустим, что они этот специальный выигрыш (постановку мата) еще ясно не видят, тогда им даже рекомендуется повторить позиции, чтобы осмыслить происходящее чуть позже. Дадим иллюстрирующий пример ниже.



«Пример *15* (слегка измененный) для иллюстрации новых критериев».

Пусть дана следующая начальная позиция *1*: «Белые: ♔a5, ♕a7. Черные: ♚d8. Ход Белых» (по сравнению с Примером *15* ранее, здесь белый ферзь стоит не на *b7*, а на *a7*).

Ясно, что Белые тут имеют «**+1**» Повторяющуюся Стратегию. Можно ходить ферзем по полям *f7* и *a7* и гнать черного короля по полям *d8* и *c8*. Тогда образуется самый простой контур из четырех «**+1**» позиций. Можно образовать контуры из большего числа позиций: гнать черного короля вправо, потом сыграть длинным ходом ферзя влево и погнать его влево и так далее. Белым можно даже вообще не ходить ферзем, а ходить королем по любым полям первых шести горизонталей.

Все возможности Белых, описанные выше, положительно характеризуют позицию в некотором смысле, - по сравнению с позицией, где этих возможностей бы не было. Возьмем для сравнения другую позицию: «Белые: ♔a6, ♙c7; Черные ♚a8. Ход Белых» (она была из Примера *2*).

В позиции Примера *2* нет «**+1**» Повторяющейся Стратегии: ведь Белые обязаны дать мат сразу, иначе нет другой правильной партии. Но кто-то скажет: «зато мат дается сразу!».

Однако, не забываем, что мы сравниваем две одинаковые в оценке, «**+1**» позиции. Сравнение позиций одинаковой оценки - это вообще не сравнение по их оценке, это что-то другое, которое мы должны дополнительно определить. Поэтому введем понятие критерия сравнения. Критерий сравнения есть некоторое свойство, количественная или другая характеристика, применимая к двум позициям одинаковой оценки, на основании которого можно будет их дополнительно сравнивать (здесь слово «дополнительно» специально приведено, чтобы акцентировать внимание на том, что сравнение производится не по главному свойству, а как-то по другому).

Тогда ясно, что если принять критерий быстрейшей постановки мата, то позиция из Примера *2* лучше, но если взять критерий существования «**+1**» Повторяющейся Стратегии, то позиция из чуть измененного Примера *15* лучше.

e) Очень ярко идея использования критерия сравнения по существованию для Белых «**+1**» Повторяющейся Стратегии иллюстрируется на позиции Баланса «король с пешкой против короля».

1. Пример *16* (иллюстрирующий существование «+1» Повторяющейся Стратегии).

Так возьмем начальную позицию *1*: «Белые: ♔b5, ♙c5. Черные: ♚b8. Ход Белых».

Это позиция выиграна для Белых, значит имеет оценку «**+1**». Но представим на минутку, что Белые (начинающий игрок) об этом не знают (или точнее, не знают план постановки мата, о котором знаем только мы, шахматные мастера...)

Мы видим, что в позиции *1* Белые имеют два, поддерживающие оценку позиции (выигрывающих), хода: 1. ♔b6 и 1. ♔c6 (правильнее было бы дать GV(2)-Отображение, но мы хотим быстрее перейти к сути разговора). Но этого не видит наш начинающий шахматист, играющий Белыми.

Но он видит следующее: ходом 1. ♔b6 он может поставить своего короля напротив черного и потом (вот это важно) поддерживать эту фронтальную «тет-а-тет» Стратегию и далее. Например, при ходе черного короля на *a8* пойти своим королем на *a6*, ходе короля на *c8* пойти своим королем на *c6* и так далее, где при любом конкретном ходе (положении) черного короля на любой вертикали, белый король идет на шестую горизонталь этой же вертикали.

Если Белые будут так играть, то они: a) никогда не проиграют пешку, b) обязательно повторят позицию *1* (или аналогичную позицию в противостоянии королей на какой-либо вертикали) через некоторое время. Допустим, игрок Белыми это видит, можно ли каким-то образом оценнить или даже просто понять его игру? Нас здесь вначале даже не интересует вопрос «а является ли такая Стратегия «**+1**» Повторяющейся Стратегией?», но мы должны признать, что Стратегия «тет-а тет» явно имеет положительное свойство. Суть его: сторона, имеющая Повторяющуюся Стратегию, не проигрывает. Тут надо сделать замечание.

Замечание (о Повторяющейся Стратегии в общем случае). В нашем примере Белые и так не могут проиграть, поэтому утверждение выше не имеет большой значимости. Однако, если мы добавим к позиции две фиксированные пешки: белую на *h3* и черную на *h4*, то получим позицию, Сиквел которой уже будет иметь и «**-1**» (проигранные для Белых) позиции. И тогда утверждение о том, что «существование для стороны Повторяющейся Стратегии означает, что позиция не проиграна для нее» - уже будет иметь важный смысл. Данная идея будет в силе и для аналогичного Примера *17* ниже. Конец замечания.

К счастью, Повторяющаяся Стратегия «тэт-а-тэт», выбранная начинающим шахматистом, есть также и «**+1**» Стратегия, то есть всегда Белые сохраняют возможность постановки мата (хотя еше раз напомним, что мат в нашей теории ставить не обязательно).

Коль скоро так, мы, шахматные мастера, можем с чистой совестью рекомендовать нашему шахматисту использовать придуманную им Стратегию «тет-а-тет». И эта наша рекомендация теоретически обоснована.

2. Пример *17*. Возьмем в качестве начальной позицию: «Белые: ♔c5, ♙c4. Черные: ♚b7. Ход Белых».

Этот Пример аналогичен предыдущему. Пусть в нем также присутствуют начинающий шахматист и мы, шахматисты-мастера. Мы знаем, что начальная позиция имеет «**+1**» оценку; причем имеются три хода, поддерживащие ее (хотя лишь один из них, 1. ♔d6 самый быстрый в достижении мата). Пусть также начинающий шахматист все еше не знает, как ставить мат в этой «**+1**» позиции (и даже, скорее всего, не знает ее оценку). Но он видит, что ходом 1. ♔b5 он вступает в повторяющееся множество позиций. Это множество образуется следующей Повторяющейся Стратегией: a) если черный король идет на поля седьмой горизонтали, то белый король становится прямо перед ним по пятой горизонтали (той же вертикали); b) если черный король ходит на поле восьмой горизонтали, то белый король становится прямо перед ним на поля шестой горизонтали (той же вертикали). Эта Стратегия также Стратегия «тет-а-тэт», только как бы в двух описанных вариантах.

Следовательно, эта Стратегия означает, что начальная позиция по крайней мере не проиграна для Белых (имеет оценку или «**+1**», или «**0**»). Это не столь важно по причине того, что Белые и так не могут проиграть при голом черном короле, но если добавить пару фиксированных пешек как в предыдущем примере, тогда это важная идея имеет смысл (см. замечание выше).

Опять же к счастью для Белых, Повторяющаяся Стратегия, описанная выше, является также и «**+1**» Повторяющейся Стратегией, то есть (как в прошлом примере) это означает, что Белые всегда сохраняют возможность постановки мата.

И опять же мы (шахматные мастера) с чистой совестью рекомендуем начинающему шахматисту использовать придуманную им Стратегию, которая теоретически обоснована.

3. Примеры выше, конечно, хороши, но как их связать с V-Последовательностями (за исключением того факта, что в этой Повторяющейся Стратегии используется «**+1**» Последовательность-контанта) . А вот как.

Возьмем снова в качестве начальной позиции позицию «Белые: ♔c5, ♙c4. Черные: ♚b7. Ход Белых», но зададимся вопросом: сколько разных V-Последовательностей могут отражать партию из повторяющихся позиций?

Этот вопрос уже намекает на то, что существуют неправильные партии (от нашей начальной позиции), основанные на некоторой другой Повторяющейся Стратегии. Причем тут возможны два варианта.

Вариант «Первый». Мы, шахматные мастера, знаем, что начальная позиция имеет оценку «**+1**» и хотим использовать любую Повторяющуюся Стратегию, чтобы снова перейти в позицию «**+1**» - и только потом ставить мат (или вообще не ставить, а повторять эту позицию сколько угодно раз снова).

Вариант «Второй». Начинающий шахматист не знает оценку начальной позиции (он знает лишь то, что она не проиграна для него), но исполняет некоторую Повторяющуюся Стратегию. В этом Варианте мы, мастера со стороны, как бы абстрагируемся от оценки начальной позиции (подробнее ниже, в процессе исследования).

Для каждого варианта мы хотим вычислить число V-Последовательностей , отражающих партии. Это нам необходимо для вычисления партий, которые ими отражаются, а именно создания GV-Расределения партий или создания GV-Отображения.

Итак. Вариант «Первый». Вначале:

1. Подсчитаем (в частности, выпишем) все V-Последовательности длины 5, отражающие партии длины 5, начинающиеся и заканчивающиеся начальной позицией оценки «**+1**».

2. Найдем хотя бы одну партию, отражающуюся каждой из этих V-Последовательностей.

3. Найдем все такие партии (то есть построим GV-Распределение или условное GV-Отображение, где условием будет совпадение первой и последней позиций. Заметим, что длина 5 есть минимальная длина для построения партии с повторяющимися позициями, хотя в перспективе надо иметь ввиду, что эти позиции могут стоять и на других местах, не только на первом и пятом).

1.1 Решение «Первого» варианта в этом пункте, вот список всех пяти V-Последовательностей:

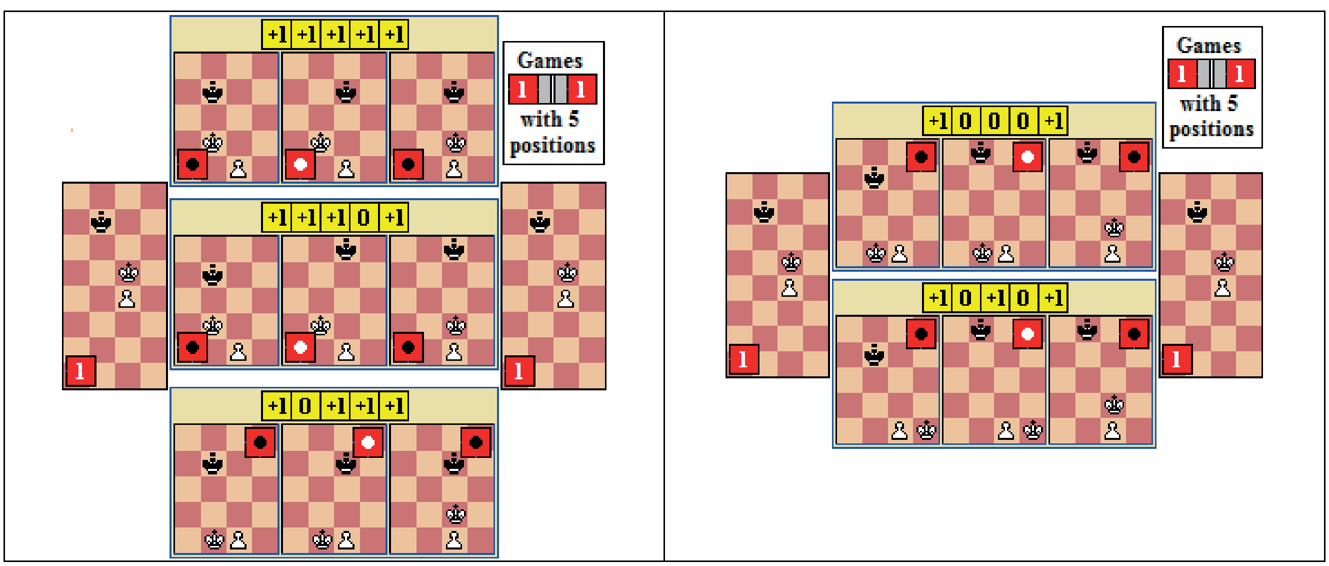
V(5)-Последовательность:={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**} (Первая из «списка восьми», см. ниже);

V(5):= {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**} (Шестая из списка восьми);

V(5):= {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**} (Четвертая из списка восьми);

V(5):= {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**} (Пятая из списка восьми);

V(5):= {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**} (Восьмая из списка восьми, см. ниже);



Заметим, что все эти V(5)-Последовательности имеет такое свойство: они начинаются и кончаются на «**+1**».

Если бы мы им разрешили заканчиваться или «**+1**», или «**0**», то число их было бы равно восьми, как следуемое из формулы Фибоначчи (при начальных параметрах 1 и 2, отражающих тот факт, что у нас начальная позиция оценки «**+1**», а в ее Сикведе возможны позиции только двух оценок: «**+1**» и «**0**»). Из этого наблюдения мы и выписали все эти V-Последовательности как подмножество «списка восьми» V-Последовательностей (впервые данного в пункте *4* настоящего Предисловия).

1.2 Решение. Даем по одной партии, отражающей конкретную V-Последовательность (дадим, используя стрелку, символизирующее GV-Отображение).

Партия для Первой V(5): «1. ♔b5 ♚c7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}.

Партия для Шестой V(5): «1. ♔b5 ♚c8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**}.

Партия для Четвертой V(5): «1. ♔b4 ♚c7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.

Партия для Пятой V(5): «1. ♔b4 ♚b8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**}.

Партия для Восьмой V(5): «1. ♔d4 ♚b8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}.

1.3 Решение. Прежде чем давать GV-Распределение, вычислим сколько всего существует партий длины в 5 позиций, с условием что первая (начальная) позиция равна пятой.

Белые и Черные ходят только королями, затем сразу же возвращают их на исходные поля. Поэтому Белые могут пойти на поля: *b4*, *b5*, *d4*, *d5*, *d6*, Черные – на поля *a6*. *a7*, *a8*, *b8*, *c7*, *c8* (поля *b6*, *c6* для них недоступны, так как они не дадут королю Белых возможности вернуться на *c5*). Перемножая числа возможных полей, получим число 30. Это, однако, лишь некоторая верхняя оценка числа партий; реальное же число партий может быть меньше, так как движения королей зависимы друг от друга (на самом деле число партий равно 28, так как при белом короле на *b5* пропадает поле *a6* для черного короля, а при белом короле на *d6*, - недоступно поле *c7*).

$GV_{1\text{-}1}(5)$-Отображение.

«1. ♔b5 ♚c7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔b5 ♚a7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔b5 ♚a8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔d5 ♚a6 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔d5 ♚a7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔d5 ♚a8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔d5 ♚c7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔d6 ♚a6 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔d6 ♚a7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔d6 ♚a8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
«1. ♔b5 ♚c8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**};
«1. ♔b5 ♚b8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**};
«1. ♔d5 ♚b8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**};
«1. ♔d5 ♚c8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**};
«1. ♔d6 ♚b8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**};
«1. ♔d6 ♚c8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**};
«1. ♔b4 ♚c7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
«1. ♔b4 ♚a6 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.

«1. ♔b4 ♚a7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
«1. ♔b4 ♚a8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
«1. ♔d4 ♚a6 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
«1. ♔d4 ♚a7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
«1. ♔d4 ♚a8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
«1. ♔d4 ♚c7 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**}.
«1. ♔b4 ♚b8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**}.
«1. ♔b4 ♚c8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**}.
«1. ♔d4 ♚c8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**}.
«1. ♔d4 ♚b8 2. ♔c5 ♚b7» ⇒ {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}.

Итак, имеем всего 28 партий (что совпадает с предварительными расчетами чуть выше), причем имеется такое $GV_{1-1}(5)$-Распределеиие.

$GV_{1-1}(5)$ = 10 партий для V(5):={**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**};
$GV_{1-1}(5)$ = 6 партий для V(5):={**+1**; **+1**; **+1**; **0**; **+1**};
$GV_{1-1}(5)$ = 8 партий для V(5):={**+1**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**};
$GV_{1-1}(5)$ = 3 партии для V(5):={**+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**};
$GV_{1-1}(5)$ = 1 партия для V(5):={**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**};

Обратите внимание на только одну «абсолютно неправильную» партию. В ней совершено максимальное число ошибок (четыре). Но все-таки в результате ее игрок Белыми может перейти к правильному плану матования. Нам в результате исследованяи этого Примера было важно понять, что Белые могут иногда использовать и неправильные Стратегии, если они сохраняют выигрывающую для них оценку позиции. Впрочем, об этом выводе мы скажем позже, а пока решим «Второй» вариант.

2. Решение «Второго» Варианта.

2.1 Прежде всего скажем, что здесь мы как бы абстрагируемся от оценки позиции, предполагая, что она может иметь и оценку «**0**». Лучше всего это иллюстрировать чуть измененной начальной позицией *1*: «Белые: ♔c5, ♙c4. Черные: ♚c7. Ход Белых» (считаем это Примером *18*). Давайте вначале решим те же вопросы для нее, а потом обобщим два варианта с точки зрения выводов.

Вначале составим список всех V-Последовательностей, определяемых и выписанных на основании формулы Фибоначчи с начальными параметрами **1** и **1**) и выделим из них, те, что имеют нули на первом и пятом местах:

Список всех пяти V-Последовательностей:
V(5) = {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**};
V(5) = {**0**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**};
V(5) = {**0**; **0**; **0**; **0**; **+1**};
V(5) = {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**}.
V(5) = {**0**; **0**; **+1**; **0**; **+1**};

Из них две V-Последовательности ({**0**; **0**; **0**; **0**; **0**} и {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**}), - начинаются и кончаются нулями (кстати, легко понять, почему так: на первом, втором, и четвертом месте должны стоять нули, поэтому мы можем варьировать только оценку на третьем месте).

2.2 Далее мы построим для всех партий с повторяющимися позициями (длины 5) $GV_{1\text{-}1}(5)$-Отображение. При этом дадим ниже лишь 10 партий, характеризующихся ходами белого короля на *b*-вертикаль, так как ходы на *d*-вертикаль отображаются теми же V-Последовательностями, если черный король симметрично ему отвечает.

«1. ♔b4 ♚b8 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**};
«1. ♔b4 ♚c8 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**};
«1. ♔b4 ♚b7 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**};
«1. ♔b4 ♚d7 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**};
«1. ♔b4 ♚d8 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**};
«1. ♔b5 ♚b7 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**};
«1. ♔b5 ♚b8 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**};
«1. ♔b5 ♚c8 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**};
«1. ♔b5 ♚d7 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**};
«1. ♔b5 ♚d8 2. ♔c5 ♚c7» ⇒ {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**}.

Замечание. Чуть измененная позиция выше (как впрочем и позиция *1* из «Первого» варианта) – хорошо известна многим шахматистам, как демонстрирующая правильный метод защиты игроком, играющим черными фигурами (прежде всего в ответ на ходы белого короля на *b5* и *d5*). Этот метод заключается в создании оппозиции. Оппозиция есть такое противостояние королей, при которой сторона, имеющая очередь хода, находится в невыгодном положении по сравнению с тем, если бы очередь хода была у противника (см. подробнее Часть *3*). Но, как мы увидим далее, и V-Последовательности этот факт также отражают, причем насыщают его новыми полезными свойствами... Конец замечания.

Решение «Второго» варианта дано полностью (получилось два этапа, в связи с уменьшением возможностей). Но важно другое: мы заменили начальную позицию, так как полагали, что анализ «Второго» варианта, при котором начннающий шахматист не знает оценку позиции, невозможно провести для позиции с известной (из «Первого» варианта) оценкой.

Да, действительно, любая известная в оценке позиция должна иметь только одну оценку (в наших случаях, - при голом черном короле, - из только двух значений); однако, для того, чтобы все-таки проанализировать позицию на предмет наличия и другой оценки, мы воспользуемся таким забавным трюком.

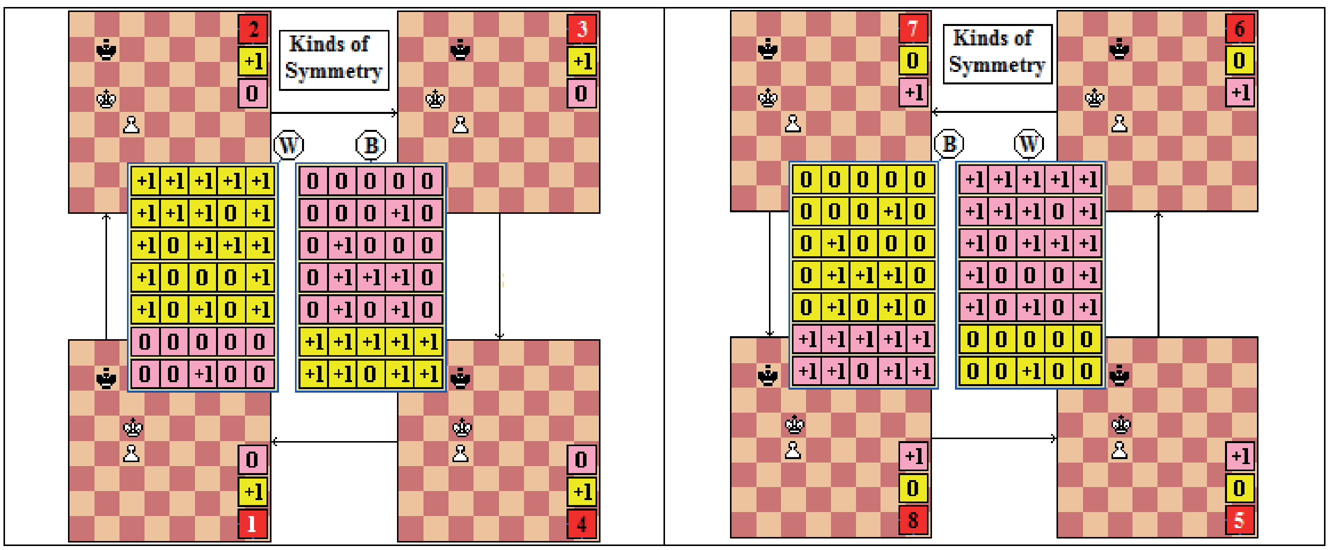
Будем рассматривать позицию *1* из «Первого» варианта (напомним: это позиция «Белые: ♔c5, ♙c4. Черные: ♚b7. Ход Белых») как неизвестную в оценке позицию. Не вдаваясь в общую дискуссию о смысле неизвестной позиции (она дана в Части *5* теории), отметим важное свойство такой неизвестной позиции.

Мы имеем право считать ее неизвестной (только в оценке) в том смысле, что мы знаем, что эта оценка лишь одна из двух (для нашего случая), но лишь по некоторым причинам не знаем, какая именно из этих оценок действительно ей принадлежит. Это вполне соответствует мышлению начинающего шахматиста, про которого мы говорили, что «скорее всего, он не знает» оценку позиции. Но более важно то, что при допущении считать позицию *1* неизвестной, мы получаем возможность обобщить наше исследование в двух вариантах, объединив их результаты и выводы в одно целое.

4. Если считать позицию *1* неизвестной, то действует принцип суммирования всех чисел V-Последовательностей, найденных в вариантах «Первом» и «Втором» (отражающих Повторяющуюся Стратегию). Тогда имеем, что имеются пять (из «Первого варианта) и две (из «Второго» варианта) V-Последовательностей. Итого – семь штук.

А теперь можно полностью отвлечься от конкретной начальной позиции (пусть и неизвестной в оценке). Мы получили важный вывод, касающийся числа V-Последовательностей, которые могут отражать любую Повторяющуюся Стратегию. Он состоит в том, что имеется семь V(5)-Последовательностей при любой произвольной начальной позиции (хоть белой, хоть черной), в Сиквеле которой лишь две оценки. Самое главное здесь то, что позиция может быть с любой очередью хода и любой оценки (из двух возможных).

Для иллюстрации этого вывода, рассмотрим все восемь позиций с положением белого и черного королей на c5\b5 и b7\c7 при разных очередях хода (некоторые из них уже у нас фигурировали как начальные).



Позиция *1*: «Белые: ♔c5, ♙c4. Черные: ♚b7. Ход Белых».
Позиция *2*: «Белые: ♔b5, ♙c4. Черные: ♚b7. Ход Черных».
Позиция *3*: «Белые: ♔b5, ♙c4. Черные: ♚c7. Ход Белых».
Позиция *4*: «Белые: ♔c5, ♙c4. Черные: ♚c7. Ход Черных».
Позиция *5*: «Белые: ♔c5, ♙c4. Черные: ♚c7. Ход Белых».
Позиция *6*: «Белые: ♔b5, ♙c4. Черные: ♚c7. Ход Черных».
Позиция *7*: «Белые: ♔b5, ♙c4. Черные: ♚b7. Ход Белых».
Позиция *8*: «Белые: ♔c5, ♙c4. Черные: ♚b7. Ход Черных».

Список выше составлен так: a) Первая четверка позиций характеризует контур в направлении «1; 2; 3; 4; 1»; b) Вторая четверка позиций характеризует контур в направлении «8; 5; 6; 7; 8»; c) Позиции *1* и *8*; *2* и *7*; *3* и *6*; *4* и *5* – отличаются друг друга только очередью хода; d) Нечетные номера позиций присвоены белым позициям, а четные – черным позициям;

е) Позиции *1*, *2*, *3*, *4* имеют реальную оценку «**+1**»; позиции *8*, *7*, *6*, *5* имеют реальную оценку «**0**».

Исходя из свойств симметрии и вытекает вывод о существовании семи V-Последовательностей как для белой, так и для черной начальной позиции в предположении неизвестности ее оценки (только одной из двух). Причем в главном тексте этот вывод будет дополнен существованием красивых соотношений между различными симметриями. Так, ниже указаны многие виды симметрий, о которых шахматисты и математики даже и не догадывались.

1. Симметрия между оценками позиций в зависимости от очереди хода (это самый известный вид симметрии, который следует из идеи оппозиции);

2. Симметрия между V-Последовательностями (например, из 5 элементов), которые отражают разнонаправленные контуры позиций выше: здесь уже говорится о V-Последовательностях, что означает, что каждый элемент сравниваемых V-Последовательностей заменяется другим возможным из двух и при этом оказывается, что получается V-Последовательность другого контура (и наоборот);

3. Причем это относится не только к V-Последовательностям-константам, а к любым V-Последовательностям, отражающим партии, начинающиеся и кончающиеся любой из представленных позиций выше.

4. Это, видимо, является следствием симметрии не только партий (как последовательностей данных и возможно, некоторых дополнительных позиций), но и внутренних симметрий между самими V-Последовательностями. В частности:

5. В случае отношения к данным выше позициям как неизвестным в оценке есть симметрия между реальными и ложными (нереальными) оценками позиций, которые составляют партии.

6. Но этот же факт приводит к симметрии V-Последовательностей, которые сами могут быть или реальными или нереальными. Здесь реальные или нереальные симметричные V-Последовательности есть V-Последовательности, например, вида {**+1**; **0**; **+1**; **0**; **+1**}; и {**0**; **+1**; **0**; **+1**; **10**}; - в них единицы заменены нулями, а нули – единицами. Смысл этих V-Последовательностей в том, что только одна их них верна, но мы не знаем какая, если они отражают партии с неизвестными позициями. Это как бы расширение понятие неизвестности оценки с позиции на V-Последовательности. Причем мы тут говорим не абстрактно, а конкретно: конкретно найдены такие неизвестные (в оценке) позиции, которые соединены между собой в партии, но эти партии могут отражаться не всякими V-Последовательностями, а лишь симметричными V-Последовательностями (когда «1» обязана меняться на «0», а «0» на «1»). Симметрия последних, однако, может быть заменена на какой-то другой вид симметрии: симметрию между очередью хода в рассматриваемых позициях: симметрию направления движения каких-то фигур, симметрию Стратегий выигрыша и защиты и некоторые другие (подробнее об этом см. в главном тексте).

8. Одним из важных свойств учения о V-Последовательностях является их использование для подсчета числа партий в любых множествах, в частности, множествах, все партии которых отражаются одной конкретной V-Последовательностью (то есть множества гомоморфных партий). Давайте проиллюстрируем это свойство, используя уже случай с тремя оценками.

Замечание.

Практически все данное Предисловие выше было посвящено V-Последовательностям с только двумя оценками. К тому же главный текст содержит достаточно материала, чтобы дать пищу для освоения и анализа читателю в исследовании свойств V-Последовательностей только из двух элементов. V-Последовательности же из трех элементов будут исследованы в другой Части (в другой книге). Однако несколько слов о V-Последовательностях, состоящих из трех элементов, мы должны сказать и здесь, а потом плавно перейдем к раскрытию предложенного свойства вычисления числа партий с V-Последовательностями, объявленного выше.

Конец замечания.

a) V-Последовательности, отражающие партии, начинающиеся с Первоначальной позиции, состоят из трех элементов: оценок «**+1**», «**0**», «**-1**». Если понимать партию в шахматном смысле, - то есть обязательно с Первоначальной позиции, то конечно, V-Последовательности всегда будут такими трех-элементными.

b) Но даже если понимать партию в математическом смысле, от произвольно выбранной позиции, то все равно V-Последовательности в большинстве своем будут трех-элементными. Например, представьте себе практически любую позицию с достаточно большим числом фигур и равным соотношением материала со стороны Белых и Черных. Очевидно, что в Сиквеле этой позиции будут позиции всех трех оценок.

Остановимся на минутку и проиллюстрируем мысль выше на простейших позициях с двумя фигурами с каждой стороны (включая королей).

1. Пример *19*. Начальная позиция *1*: «Белые: ♔a5, ♙c4; Черные ♚e4, ♟c5. Ход Белых». Эта позиция была объектом исследования во многих предыдущих Частях теории.

Ясно, что партии от этой позиции отражаются трех-элементными V-Последовательностями. Причем уже на первом ходу Белые могут пойти в четыре разные позиции, с тремя оценками «**+1**», «**0**», «**-1**»; следовательно, оценка начальной позиции (по Принципу Максимума) – «**+1**». Так, партия ходом 1. ♔b6, отражается V-Последовательностью {**+1**; **+1**}. Партия ходом 1. ♔b5, отражается V-Последовательностью {**+1**; **-1**}. Партия ходом 1. ♔a4, отражается V-Последовательностью {**+1**; **0**}.

Мы не будем здесь выписывать GV(2)–Отображение для всех партий длины 2 или комментировать следуемые их него важные характеристики (например GV(2)–Распределение), лишь зададимся таким интересным вопросом: «а сколько партий возможно в этом Балансе, отражающиеся «**+1**» V-Последовательностью-константой ?».

Этот вопрос предполагает, что длина партий может быть неограниченно большой, но при этом она все равно отражается «**+1**» V-Последовательностью-константой (той же длины). На первый взгляд шахматисту кажется, что не должно быть очень уж длинных партий, ведь вскоре Белые должны будут взять черную пешку и партия перейдет в Баланс «король с пешкой против короля». Но мы хотим строить партии в исходном Балансе.

Оказывается, однако, что множество «**+1**» партий неограниченной длины существует в этом четырех-фигурном Балансе. Оно будет подсчитано в другой Части, но здесь укажем отправную идею построения такого множества.

Оказывается, однако, что множество «**+1**» партий неограниченной длины существует в этом четырех-фигурном Балансе. Оно будет подсчитано в другой Части, но здесь укажем отправную идею построения такого множества.

Так, все партии должны начинаться ходом 1. ♔b6 (это единственный ход для выигрыша). Если Черные отвечают 1... ♚d4, то Белые ходом 2. ♔b5 заставляют Черных уйти от защиты своей пешки и ее можно будет съесть белым королем. Но постойте, мы сказали, что «ее можно будет съесть», полагая, что Белые могут и не делать этого, все-таки оставаясь в «**+1**» позиции четырех-фигурного Баланса. Верно ди это?

Да, верно, ведь, например, после хода черных королем на *e5*, Белые могут пойти королем на *c6*, - это все описывается партией: «1. ♔b6 ♚d4 2. ♔b5 ♚e5 3. ♔c6 ♚d4 4. ♔b5». Но эта партия кончается позицией *2*: «Белые: ♔b5, ♙c4; Черные ♚d4, ♟c5. Ход Черных», которая уже была в ней после хода 2. ♔b5. Таким образом, мы можем повторить эту группу ходов и далее, причем сколько угодно раз. На языке V-Последовательностей оказывается, что мы построили неограниченное количество партий, состоящих из позиций только «**+1**» оценок (что то же самое, что все они отражаются «**+1**» V-Последовательностями-константами).

Кстати, существуют и другие «**+1**» партии неограниченной длины, не содержащие «**+1**» контур из четырех позиций вышеприведенной партии. Например, в ответ на первый ход Белых 1. ♔b6 Черные могут отправить своего короля в угол *h8* по маршруту «*e4-f5-g6-h7-h8*», а Белые топчатся около черной пешки по полям *b6* и *c6*. Прийдя в угол, черный король ходит по вертикали *h* (а белый - около черной пешки); это приведет к возникновению все более и более длинных партий, отражающихся «**+1**» V-Последовательностями-константами.

Зафиксировав любую длину партию, можно подсчитать число партий. Этим самым мы отвечаем на вопрос, можно ли подсчитать число партий, отражаемых такой-то V-Последовательностью. Да можно, причем логика говорит, что прежде чем подсчитывать какие бы то не было партии, нужно характеризовать эти партии, и в данном случае V-Последовательности их и характеризуют.

2. Итак, нами построена партия из пяти позиций «1. ♔b6 ♚d4 2. ♔b5 ♚e5», которая отражается V-Последовательностью {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}. Но можно ли построить партию той же длины, отражающейся той же V-Последовательностью, но заканчивающейся начальной позицией *1* этого Примера? Оказывается, можно, и вот она: «1. ♔b6 ♚f3 2. ♔a5 ♚e4».

Мы уже знакомы с этим явлением. А именно: мы строим Условное GV(5)–Отображение, где условиями являются: a) (для партий) начальная и конечная позиции партий совпадают, и: b) (для V-Последовательностей) партии отражаются V-Последовательностью {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}. Нами построена одна партия, но есть ли другие с этими условиями (по-другому, нам надо найти другие гомоморфные партии с повторяющимися позициями).

Можно, однако, показать, что таких партий больше нет. Вот рассуждение: первым ходом Белые обязаны идти королем на *b6*, после чего нам надо выбрать такой ход черного короля, чтобы в предвидении хода белого короля на *a5*, позиция был оценки «**+1**». А она будет только при ходе короля на *f3*. Этот промежуточный вывод (что есть только одна «**+1**» партия из повторяющегося множества (партий, где начальная и конечная позиции совпадают), означает, что другие партии уже отражаются другими V-Последовательностями.

И вот тут то и раскрывается смысл учения о V-Последовательностях для подсчета партий повторяющегося множества. Он в том, что прежде чем считать (или находить эти партии), нужно подсчитать и найти все V-Последовательности, которые возможны в этой ситуации.

Это будет сделано в другой части теории, но сейчас мы приводим лишь результаты (доказательства их будут в другой части), одним из которых является тот результат, что существуют 14 V-Последовательностей длины 5, которые начинаются и кончаются на «**+1**».

Эти 14 V-Последовательностей должны отражать 28 партий. Почему именно 28 партий? Да потому, что движения белого и черного королей независимы на первом ходу, причем потом оба короля должны возвратиться на начальные поля: *a5* (для белого короля) и *e4* (для черного короля). Отсюда выходит, что: 4 поля белого короля, умноженные на 7 полей черного короля, дают 28 возможностей, партий.

Следовательно, нам надо будет распределить 28 партий по 14 V-Последовательностям. Очевидно, что для некоторых V-Последовательностей будет несколько партий, которые они отражают. Заметьте, что способ нахождения числа партий здесь явно идейно лучше, чем простой пересчет партий с последующей соответствием их в V-Последовательности: мы сразу ищем партии, гомоморфные между собой (а их гомоморфность определяется конкретной V-Последовательностью).

Здесь, в этом Предисловии, мы не будем давать список всех партий (и даже не список всех 14 V-Последовательностей), а лишь дадим другую интересную партию, которая отражается V-Последовательностью {**+1**; **-1**;**+1**; **-1**;**+1**}. Вот она: «1. ♔b5 ♚f3 2. ♔a5 ♚e4».

Оказывается, есть и другие, «абсолютно неправильные» партии, но авторы дают время читателю самому догадаться, что это за партии (ответ дан в другой книге).

3. Итак, V-Последовательности помогают лучше и удобнее подсчитать число партий повторяющегося множества от позиции *1*. Этот промежуточный вывод можно расширить и на любые партии от данной позиции (партии, не обязательно повторяющегося множества, как начинающихся и кончающихся той же позицией *1*). Если мы знаем число и вид V-Последовательностей длины 5, то этот факт явно поможет нам в создании партий и их расределении по «гомоморфным» множествам (множествам гомоморфных партий).

А сколько же V-Последовательностей длины 5 существует в данном случае? Оказывается, этот вопрос не зависит от конкретного вида начальной позиции или от каких-либо других шахматных свойств, за исключением следующих факторов. Эти факторы таковы: в Сиквеле данной позиции должны быть оценки позиций всех оценок, известна очередь хода начальной позиции и ее оценка (в определенном сочетании, это сочетание однако будет влиять только на начальные параметры некоторой функции, подобной формуле Фибоначчи, описывающей число V-Последовательностей в зависимости от ее длины). Другими словами, это те же факторы, которые были в случае с числом V-Последовательностей из двух элементов, только сейчас эти факторы будут описываться некоторой другой числовой функцией (а не формулой Фибоначчи).

4. Для нашего Примера *19* выходит (см. замечание ниже), что число V-Последовательностей в случае белой начальной позиции оценки «**+1**», имеющей в Сиквеле все три оценки, определяется другой рекуррентной последовательностью (обозначим ее как T-Последовательность, от слова “three”, ведь V-Последовательности имеют три оценки).

Т-Последовательность есть последовательность:

«**1**; **3**; **6**; **14**; **31**; **70**; **157**;...», где первые три члена есть **1**; **3**; **6**; а другие определяются рекуррентной формулой: **F(n)=2*F(n-1)+F(n-2)-F(n-3)** при ***n*** большем или равном **4**.

Итак, Т-Последовательность описывает число V-Последовательностей в зависимости от ее длины *n* (совпадающей с длиной партии, но здесь мы не обсуждаем связь последних с V-Последовательностями).

Из формулы выше (или из самой Т-Последовательности), следует, что число V-Последовательностей длины 5 в Примере *19* равно 31. Заметим, что оно явно превосходит число V-Последовательностей по формуле Фибоначчи (для V-Последовательностей из двух элементов) при той же длине (которое было равно 8). Следует ожидать и явно большего возрастания членов этой Т-Последовательности по сравнению с возрастанием членов последовательности Фибоначчи.

Замечание.

В следующей Части все основные математические свойства этой Т-Последовательности будут найдены. В частности, будет найдено, что предел отношения двух соседних чисел по мере увеличения длины явно больше, чем такой же предел для последовательности Фибоначчи (см. чуть подробнее следующий пункт этого Предисловия).

Конец замечания.

с) Кстати, необязательно даже, чтобы в заданной нами позиции было разное соотношение сил у сторон. Какая либо сторона может владеть большим материальным преимуществом, но если у «слабейшей» стороны есть еще какие-то фигуры (кроме короля), то Сиквел этой позиции почти всегда будет иметь позиции со всеми оценками, а значит V-Последовательности снова будут трех-элементными и в частности, должна будет действовать формула для Т-Последовательности выше. Пример ниже иллюстрирует это.

1. Пример *20*. Начальная позиция *1*: «Белые: ♔b6, ♙c6; Черные ♚a1, ♜d5. Ход Белых».

Это – широко известная позиция этюда Барбье-Сааведры (двух композиторов прошлых веков) с заданием «Белые начинают и выигрывают» (также эта позиция была объектом исследования в Части *3* теории, в частности, использована на обложке книги, ей посвященной).

Эта позиция имеет оценку «**+1**», так как, действительно, Белые выигрывают превращением пешки в ладью при наилучшей (здесь: указанной сразу ниже) защите Черных. Вот главная партия, это подтверждающая:

«1. c7 ♜d6 2. ♔b5 ♜d5 3. ♔b4 ♜d4 4. ♔b3 ♜d3 5. ♔c2 ♜d4 6. c8♖ ♜a4 7. ♔b3» (с двойным ударом на ладью и угрозой мата). Важно для понимания решения, что превращение в ферзя ходом 6. c8♕ не выигрывало из-за хода Черных 6...♜ c4 и на взятие ладьи получается пат (есть и другие идеи в этом решении, о них см. далее).

Наша задача, здесь, однако, в другом: показать, как V-Последовательности могут помочь в подсчете партий (прежде всего характерных) в их разбиении на множества по признаку гомоморфности, - отображения одной и той же V-Последовательностью (здесь берется только этот аспект, так как полностью весь пример будет исследован в другой книге).

2. Итак, вначале подсчитываем сколько всего будет V-Последовательностей, на которые мы будем разбивать партии. Пусть длина партий ограничена 18 позициями (это число составлено так: в партии выше было 7 ходов, что дает 14 позиций, мы добавили еше 4 позиции на случай повторения некоторых позиций).

18 элементов T-Последовательности дает число V-Последовательностей, равное 1157954. Неужели нам придется иметь дело с более чем миллионом множеств (и V-Последовательностей, и партий)?

К счастью нет, потому что, как мы далее увидим, специфика Баланса «пешка против ладьи», резко ограничивает число партий, отражаемых многими V-Последовательностями, (хотя все равно число партий будет довольно большим).

Ярким подтверждением этого является следующий факт: не существует партий, отражаемых V-Последовательностями (любой длины), где на втором месте стоит «**-1**». Это так потому, что из начальной «**+1**» позиции этюда нет проигрывающих ходов. Из пяти возможных ходов Белых, только ход пешкой выигрывает (поддерживает оценку позиции), четыре же хода королем приводят к позициям оценки «**0**» (а теоретически могли бы приводить к оценке «**-1**»). Можно указать и возможные причины этого: пешка находится очень близко к полю превращения, а король Белых ее защищает (или принимает активное участие в игре, в отличие от короля Черных, который практически во всех партиях будет играть роль статиста).

Многие шахматисты также предложат такую идею: ввиду того, что игра Белых (согласно главной партии решения выше) по сути уникальна, следует, что и число правильных партий, отражающихся «**+1**» V-Последовательностями-константами, очень мало. Но вот тут эти шахматисты и ошибутся.

3. Давайте подсчитаем (или оценим) число правильных партий (разных длин, но не более 18 позиций). Есть только одна партия длины 2, отражающаяся V-Последовательностью {**+1**; **+1**} (это свойство всех этюдов, с требованием единственности решения). Но далее число партий с каждым новым ходом Черных будет сильно возрастать: ведь после хода пешкой на *c7* любой ход Черных проигрывает,- ведь согласно Принципа Минимума, Черные, находясь в «**+1**» позиции, не могут уменьшить ее оценку. Значит, имеется 17 партий (потому что 17 ходов у Черных), которые отражаются V-Последовательностью {**+1**; **+1**; **+1**}. Один из шахматистов-мастеров скажет: «так зачем нам рассматривать все эти партии, ведь самый лучший ход Черных это ход ладьи на *d6*?». Но мы, как математики, ему ответим: «А почему это он самый лучший?» Нам нужно вначале определить критерий сравнения ходов во множестве всех проигрываюших ходов. Известный критерий сравнения по максимальному расстоянию до мата здесь не работает: если бы Черные знали, что партия при методе защиты, ими выбранном, кончится за 14 позиций, они бы сыграли ладьей, например, на *d1* и допустили бы превращение белой пешки в ферзя, имея ввиду, что выиграть ферзем против ладьи очень не просто и занимает гораздо больше, чем 14 позиции... А для нас напоминание из предыдущего: учение о V-Последовательностях предлагает разные критерии сравнения позиций одинаковых оценок, основанные на разных количественных соотношениях между партиями и конкретными V-Последовательностями, их отражающими.

4. Легче всего подсчитать число партий, сыгранных вначале позициями одного и того же Баланса, добавив к ним партии, сыгранные позициями разных Балансов. Здесь мы ограничимся партиями исходного Баланса. Исходный Баланс - есть Баланс начальной позиции, то есть четырех-фигурный Баланс «король с пешкой против короля и ладьи» (кратко: «пешка против ладьи»). Этот Баланс четырех-фигурный, но есть и другие четырех-фигурные Балансы, которые нам надо иметь ввиду (хотя их в подсчете партий мы пока считать не будем). Это Балансы «ферзь против ладьи», «ладья против ладьи», «слон или конь против ладьи». Для упрощения будем считать, что и Баланс «ферзь против ладьи» выигран для Белых, Баланс «ладья против ладьи» – ничеен, Балансы с «слон или конь против ладьи» – ничейны.

Замечание.

В этом подпункте мы берем как бы точку зрения начинающего шахматиста, рещающего этюд (пытающегося найти оценку начальной позиции), но пока не решившего (допустим, что мы, об этом ему скажем чуть позже). С этой точки зрения чуть выше мы написали, что Баланс «ферзь против ладьи» выигран, а Баланс «ладья против ладья» ничеен. Это надо понимать не только как субъектвное, часто неправильное, представление начинающего шахматиста, а как объективиое отражение лишь некоторых частей невероятно сложного Графа Сиквела начальной позиции (что является проявлением идеи пунктов *6* и *7* этого Предисловия). С прочтением текста этого Примера далее, мы постепенно придем к правильному отражению Графа, прежде всего в части оценки начальной позиции этюда.

Конец замечания.

4а. Итак, допустим, начинающий (а может, уже и не начинающий, но не мастер) пытается решить этюд, который мы, мастера, ему показываем. Эта ситуация предполагает, что шахматист знает, что по каким-то причинам оценка начальной позиции равна «**+1**», но должен обосновать этот факт (существует и другая исходная посылка: шахматист не знает даже оценку начальной позиции, предполагая в начале исследования ее неизвестной).

Он, однако, сразу понимает следующее. Если Белые ходят королем, то ходом ладьи на *c5* с последующим уничтожением пешки, Черные обеспечивают себе по крайней мере ничью. Значит, оценка позиций после хода королем не может быть «**+1**» (или не более «**0**», или одна из двух, или «**-1**» или «**0**»).

С другой стороны, он также видит, что после хода королем и хода черной ладьи на *c5*, белый король может вернуться на *b6* (*b7*) и потом пытаться продвинуть пешку, все время ее защищая королем. Если Черные уничтожают пешку, то Белые уничтожают ладью, и получаются ничейные позиции КК-Баланса. В этом рассуждении он видит также, что черная ладья может находиться на любом не атакованном поле по вертикали *c* и контролировать поле превращения пешки (поле *c8*). Однако, Белые не снимают зашиту своей пешки королем: если, например, Черные отгонят белого короля от пешки и потом вернутся на вертикаль *c*, чтобы уничтожить временно незащищенную пешку, то у Белых будет время защитить пешку. Также тут важно то, что в случае превращения пешки в ферзя, Черные должны уничтожить его, на что Белые уничтожат черную ладью. В этом последнем предположении шахматист-решатель использует идею, что Баланс «ферзь против ладьи» выигран для Белых и уже Черные должны будут делать ничью (эта идея, возможна, неверна, но не влияет на вывод следующего абзаца).

Из всего этого следует, что для нашего решателя (или шахматиста, обдумывающего позицию с точки зрения Белых) оценка позиции не меньше «**0**» (или: не равна «**-1**»; или: одна из двух: «**0**» или «**+1**»). Но наш решатель еще и логик: недавно он правильно рассуждал, что Черные не проигрывают при ходе короля, сейчас же он установил, что и Белые не проигрывают при ходе короля, следовательно, после хода короля возникает позиция оценки «**0**».

4.b. Теперь у нас (мастеров, наблюдающих со стороны) есть два варианта: сказать решателю, что начальная позиция есть позиция этюда «Белые начинают и выигрывают», следовательно, имеет оценку «**+1**», и - второй вариант - ннчего не говорить шахматисту (уже и не решателю этюда), а просто предложить ему далее анализировать начальную позицию на предмет оценки (это была другая исходная посылка, упомянутая в первом абзаце пункта «4.a»). Мы, ~~мастера~~, однако, проанализируем лишь первый вариант.

Зная о том, что оценка начальной позиции «**+1**» и установив, что все ходы короля, приводят лишь к ничьей, решатель приходит к выводу, что ход пешкой на *c7* выигрывает. Как выигрывает, он еще не знает, но может попытаться примеиить аналогичные рассуждения насчет противоборства ладьи с пешкой и к позициям, где пешка находится уже на седьмой горизонтали.

Так, он видит, что Черные должны уничтожить пешку, ведь «все позиции Баланса «ферзь против ладьи» для Черных проиграны» (приведено в кавычках, так как это мысль решателя). Сделать это, атакуя пешку по вертикали *c* или контролируя восьмую горизонталь (в предвидении ее превращения в ферзя) не получается, поэтому Черные применяют стратегию шахования (слово «стратегия» дано с маленькой буквы, так как в это понятие вложен только шахматный смысл, чуть ниже поговорим о Стратегии Черных в математическом смысле).

Стратегия шахования означает следующее: Черные дают шахи белому королю по горизонтали, на которой он находится; если белый король уходит на вертикаль *a*, то Черные ходят ладьей на вертикаль *c* и уничтожают пешку; если белый король ходит на вертикаль *c*, то Черные ходят ладьей на *d1* и готовы занять поле *c1*, - также с последующим уничтожением или пешки, или превращенного ферзя.

Предложение выше обдумывается решателем тщательно и в разных аспектах. В частности, он видит такое явление: после хода пешки на *c7* и шаха ладьи на *d6* Белые играют королем на *b5*, а после шаха ладьей на *d5* могут пойти или на *b4* или на *b6*. Прервемся на минуту и взглянем на это с позиций мастеров и математиков.

4.c. Нам важно для понимания решения уточнить стратегию Белых и стратегию Черных (они подробно изложены в Части *3* теории, но здесь мы их кратко напомним). Причем здесь пока мы начнем со стратегии сторон с малой буквы, но уже буквально вскоре она будет заменена на Стратегии Белых и Черных.

Стратегия Белых заключается в движении короля вниз на поле *c2*, чтобы уйти от назойливых шахов черной ладьи и получить таки возможность превратить пешку в ферзя. Уходить при этом нужно только по вертикали «*b*», чтобы не допустить ходов черной ладьи на вертикаль «*c*» или хода вниз на *d1*, чтобы шахом с *c1* встретить появление нового ферзя. Стратегия Черных заключается в непрерывном шаховании белого короля (иначе Белые сразу превратят пешку и перейдут в Баланс «ферзь против ладьи», считающийся выигранным для них), а в особой ситуации быть готовым пожертвовать ладьей для получения пата.

Именно придерживаясь своей стратегии, Белые достигают своей цели. Однако, это не означает, что только эта стратегия является выигрывающей. Есть и «**+1**» Стратегии сторон, ведущие в «**+1**» повторяющееся множество позиций.

Замечание.

Напоминаем (если мы об этом еще не говорили, это взято из прежних Частей), что Стратегия Белых\Черных есть множество двух-элементных отрезков партий, начинающихся белой\черной позицией и кончающихся черной\белой позицией. Стратегия может быть локальной (только из двух элементов) или глобальной, из множеств (последовательности групп из двух элементов). Переплетение Стратегий сторон и образует партию. Также нам нужно знать и определения Повторяющейся Стратегии (такой-то стороны), Повторяющейся Стратегии (такой-то стороны) с конкретными оценками, или Кооперативной Стратегии. Например, «**+1**» Повторяющаяся Стратегия Белых в Балансе «с ферзем» есть Белая Стратегия, ведущая в «**+1**» повторяющееся множество при любой Стратегии Черных. Здесь не говорится, что Черные сотрудничают с Белыми в достижении «**+1**» повторяющихся контуров позиций (скорее наоборот, они сопротивляются этому). Но есть и «**+1**» кооперативная Стратегия (или Стратегии), это такое объединение Стратегий сторон, при которых они сотрудничают между собой в построении «**+1**» множества повторяющихся позиций. Именно эту Стратегию мы ниже будем иметь ввиду для анализа Баланса «пешка против ладьи». Проще: если у нас построена некоторая «**+1**» партия от начальной позиции и есть возможность повторить позиции вставкой «**+1**» контура из четырех позиций, то это и происходит, что приводит к возникновению более длинных партий.

Конец замечания.

Вот пример партии с повторяющейся (кооперативной) Стратегией: возьмем позицию *5* (такой номер ей присвоен на обложке предыдущей книги): «Белые: ♔b5, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d5. Ход Белых», получающейся от начальной позиции этюда партией «1. c7 ♜d6 2. ♔b5 ♜d5». В этой позиции Белые могут пойти королем и на *b6*, на что Черные шахуют на *d6*, Белые идут королем на *b5* и Черные снова шахуют на *d5*, приходя в позицию *5*. Вот и партия длины 5 от позиции *5* к позиции *5*: «1. ♔b6 ♜d6 2. ♔b5 ♜d5»; ее в качестве отрезка можно неоднократно вставлять в определенное место главной партии от позиции *1*, получая каждый раз «**+1**» партии все больших длин. В частности, главная партия удлиняется на четыре позиции, превращаясь в партию: «1. c7 ♜d6 2. ♔b5 ♜d5 3. ♔b6 ♜d6 4. ♔b5 ♜d5 5. ♔b4 ♜d4 6. ♔b3 ♜d3 7. ♔c2 ♜d4 8. c8♖ ♜a4 9. ♔b3», отражающейся «**+1**» V-Последовательностью-константой, состоящей из 18 позиций.

4.d. Начинающий шахматист, видя возможность повторения позиций, должен и может проверить такой факт: все позиции контура из четырех позиций должны быть одной и той же, «**+1**», оценки. Но ему эта проверка по силам! Применяя те же рассуждения, что и ранее (что Черные должны шаховать, пусть и с другого поля), все равно получается искомый результат: имеется «**+1**» повторяющееся множество позиций. Но далее, он, как решатель этюда, должен понять следующее: движение короля вверх при таких-то шахах (о конкретных шахах на таких полях, - см. ниже) не приводит к возникновению новых позиций, а значит, не приводит к достижению мата (а, как известно, для этюда нужно поставить мат или достичь явно выигранной позиции другого Баланса, с меньшим числом фигур).

Конкретно: решатель видит, что в позиции *3* (сразу после ходов «1. c7 ♜d6») Белые не могут пойти королем на *b7*, так как Черные ходом ладьи на *d7* связывают пешку и уничтожают ее. Потому на шах они должны отвечать ходом короля вниз, на *b5*. Далее, как выяснено всеми (и нами, мастерами, и решателем) при шахе Черных на *d5* Белые могут пойти или вверх (на *b6*) или вниз (на *b4*). Для решателя движение вверх возможно, но далее в его рассуждениях он справедливо делает промежуточный вывод, что это не помогает в достижении мата, а лишь удлиняет решение (которое, он знает, что существует, но еще должен найти). Аналогично происходит и при положении белого короля на *b4*, когда Черные дают шах ладьей с *d5* на *d4*. Решатель видит, что ходом белого короля на *b5* и дальнейшего шахования Черных (уже с *d4* на *d5*) Белые могут повторить другую позицию. Образуется другой возможный контур из четырех позиций, который решатель может и должен проверить на совпадение всех его оценок с оценкой «**+1**».

После проверки второго контура, решатель приходит к верной мысли насчет неуклонного движения короля вниз в ответ на шахи, игнорируя возможность повторения позиций движением короля вверх (это так потому, что все контуры с повторяющимися позициями существуют как бы сами по себе и не имеют выхода на новые позиции, см. замечание в конце этого абзаца). Дойдя до позиции *7*: «Белые: ♔b4, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d4. Ход Белых» он, поэтому, выберет движение короля вниз на *b3*, а после шаха ладьей на *d3*, ход королем на *c2*. После этого шахи ладьи (не под бой короля) закончатся и Черные вынуждены будут перейти к другому виду защиты: подготовки и достижению пата (в ответ на превращение пешки в ферзя). Именно: они ходят ладьей на *d4*, переходя в ключевую (для решения) позицию *11*: «Белые: ♔c2, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d4. Ход Белых». Остановимся на минутку и проинтерпретируем эту часть мышления решателя с точки зрения мастеров и математиков.

Замечание.

Для упрощения анализа (как решения, так и мышления начинающегося шахматиста) мы использовали ход королем с *b4* на *b3*. Хотя ход на *c3* тоже выигрывает (это называется дуаль в решении), но для решателя это не важно (важно будет для нас в подсчете всех правильных партий, и об этом мы скажем далее). Также надо иметь ввиду, что в позиции *9* (такой номер дан опять же из Части *3* ранней книги) «Белые: ♔b3, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d3. Ход Белых» Белые уже не могут пойти королем вверх, на *b4*, так как получающаяся позиция будет иметь оценку «**0**» (подробности см. в Части *3* или в следующей книге).

Конец замечания.

4.e. В прошлый раз (когда мы, математики, анализировали мышление решателя, нашедшего возможность повторения позиций) была найдена одна из партий главного решения, состоящая из 18 позиций. Повторим ее здесь, чтобы чуть-чуть изменить: «1. c7 ♜d6 2. ♔b5 ♜d5 3. ♔b6 ♜d6 4. ♔b5 ♜d5 5. ♔b4 ♜d4 6. ♔b3 ♜d3 7. ♔c2 ♜d4 8. c8♖ ♜a4 9. ♔b3». Заметим, что эта партия имеет на 4 позиции больше (чем главное решение) , потому что она содержит контур из четырех «**+1**» позиций повторяющегося множества, характерного позициями *2*, *3*, *4*, *5*, данными ниже:

Позиция *2*: «Белые: ♔b6, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d5. Ход Черных»,

Позиция *3*: «Белые: ♔b6, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d6. Ход Белых»,

Позиция *4*: «Белые: ♔b5, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d6. Ход Черных»,

Позиция *5*: «Белые: ♔b5, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d5. Ход Белых», Да, мы, как математики, подтверждаем, что эти 4 позиции могут быть вставлены несколько раз в уже построенные «**+1**» партии, но также могут быть вставлены и другие 4 позиции, образующие другой, более «низкий» (по исходному положения короля) контур, состояший из следующих позиций:

Позиция *5*: «Белые: ♔b5, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d5. Ход Белых»,

Позиция *6*: «Белые: ♔b4, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d5. Ход Черных»,

Позиция *7*: «Белые: ♔b4, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d4. Ход Белых»,

Позиция *28*: «Белые: ♔b5, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d4. Ход Черных»,

Этот контур начинается уже знакомой нам позицией *5*, но в ней король Белых уже находится на пятой горизонтали и далее: вначале спускается вниз на четвертую, и тут же поднимается вверх снова на пятую для повторения (если бы он спустился вниз на *b3*, то мы получили бы позицию *8*, о которой ниже).

То есть получается, что мы уже можем комбинировать два контура для создания новых «**+1**» партий (не забываем, что одной из наших целей является подсчет числа правильынх партий до длины в 18 позиций).

Вот и другая партия из 18 позиций, отражающаяся «**+1**» V-Последовательностью-константой: «1. c7 ♜d6 2. ♔b5 ♜d5 3. ♔b4 ♜d4 4. ♔b5 ♜d5 5. ♔b4 ♜d4 6. ♔b3 ♜d3 7. ♔c2 ♜d4 8. c8♖ ♜a4 9. ♔b3». Сравнивая эту партию с партией выше, видно, что мы просто вставили другой контур: только отрезки партий между третьем и четвертым ходами (в алгебраической нотации) совпадают; далее же партии идут без повторяющихся позиций.

Но это не значит, что их нет! Могут быть и другие партии – партии с другими повторяющимися позициями (длины 18). Для иллюстрации таковой поступим так: сразу дадим новые позиции, потом новые образуемые ими контура и, наконец, новую главную партию решения (из 18 позиций).

Позиция *101*: «Белые: ♔b6, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d4. Ход Белых». Эта одна новая позиция, но в связке со следующими она образует новый контур: «2; 101; 28; 5; 2»:

Позиция *2*: «Белые: ♔b6, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d5. Ход Черных»,

Позиция *101*: «Белые: ♔b6, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d4. Ход Белых»,

Позиция *28*: «Белые: ♔b5, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d4. Ход Черных»,

Позиция *5*: «Белые: ♔b5, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d5. Ход Белых»,

А вот и новая партия с этим новым контуром: «1. c7 ♜d4 2. ♔b5 ♜d5 3. ♔b6 ♜d4 4. ♔b5 ♜d5 5. ♔b4 ♜d4 6. ♔b3 ♜d3 7. ♔c2 ♜d4 8. c8♖ ♜a4 9. ♔b3». Эту новую партию лучше сравнить с первой партией (из 18 позиций): они отличаются, например, первым же ходом Черных.

Интересный момент. Черные вдруг не дали шах, а Белые не превратили пешку в ферзя!
И то, и другое заслуживает внимания, но более удивительно все-таки второе: Белые не поставили ферзя, потому что нашли другую «**+1**» позицию, причем в исходном Балансе. Или в других словах: то, что Черные не дали шах - не так уж и удивительно (каждый их ход и так проигран), но то, что после их хода, Белые сделали ход королем, довольно интересно (то есть они полагают, что смогут превратить пешку позже).

Но, если вдуматься, новая позиция *101* вытекает из главного плана решения, состоящего в движении короля вниз, к полю *c2* (прежде всего, для избавления от шахов ладьи). Правда, в позиции *101* Белым не нужно избавляться от шаха ладьи, но это не значит, что достижение поля *c2* королем не приводит к выигрышу. Точнее, достижение ключевой позиции *11*: «Белые: ♔c2, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d4. Ход Белых» (она в партии выше образуется сразу после ходов 7. ♔c2 ♜d4, является неоспоримым свидетельством выигрыша как для решателя (или начинающего шахматиста), так и для нас (мастеров и математиков).

Эта позиция *11* выступает как промежуточное доказательство выигрыша (на пути достижения мата или выигрыша ладьи Черных в главной партии решения). Вот красивая аналогия: мы показываем математику как нужно нагреть пустой чайник для чая. Решение: 1. налить воды; 2. поставить на огонь; 3. вскипятить чайник с водой. Он усваивает решение. Потом мы ему предлагаем решить чуть измененную задачу: «нагреть полный чайник холодной воды». И математик дает свое решение: 1. вылить воду из чайника и 2. свести задачу к уже решенной ! Да, а где же тут аналогия?

А в том, что позиция *11* выступает как полный чайник с водой, а почти все другие предыдущие к ней позиции (описанные нами выше) – как пустой чайник без воды. И оказывается, что любую позицию выше (кроме, очевидно, позиции *1*, при пешке на *c6*), можно достичь из позиции *11* обратным движением белого короля и черной ладьи вверх.

«Постойте», - воскликнет читатель, - неужели из позиции *11* можно перейти, например, в позицию *2*? (правильной партией)». Да, это выглядит очень удивительным, но действительно, существует правильная «**+1**» партия ведущая от позиции *11* в позицию *2*. Мы далее дадим пример такой партии таким проверенным способом: даем новые «**+1**» позиции, соединяем их между собой и с уже известными позициями ранее, наконец, даем партию (как через последовательность позиций, так и через алгебраическую нотацию).

Позиция *11*: «Белые: ♔c2, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d4. Ход Белых»,

Позиция *8*: «Белые: ♔b3, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d4. Ход Черных»,

Позиция *109*: «Белые: ♔b3, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d5. Ход Белых»,

Позиция *6*: «Белые: ♔b4, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d5. Ход Черных»,

Позиция *7*: «Белые: ♔b4, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d4. Ход Белых»,

Позиция *28*: «Белые: ♔b5, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d4. Ход Черных»,

Позиция *5*: «Белые: ♔b5, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d5. Ход Белых»,

Позиция *2*: «Белые: ♔b6, ♙c7; Черные ♚a1, ♜d5. Ход Черных»,

Эти позиции соединены в отрезок партии: «11; 8; 109; 6; 7; 28; 5; 2» или в алгебраической нотации как: «1. ♔b3 ♜d5 2. ♔b4 ♜d4 3. ♔b5 ♜d5 4. ♔b6».

4.f. Вернемся в позицию *11* и посмотрим на нее со стороны решателя. Здесь возможны два варианта. Он (решатель) может увидеть, что превращение пешки в ферзя заканчивает партию в том смысле, что создается столь желанный Баланс «ферзь против ладьи», который достаточен для констатации решения. Это, конечно, не так, но будем считать это вариант «Первым» вариантом его возможного мышления.

Он также может вдруг увидеть, что превращение пешки в ферзя не выигрывает из-за жертвы ладьи на *c4* и последующего пата после взятия ладьи ферзем. В этом варианте его мышление опять же расщепляется на несколько путей (например, видит ли он превращение в ладью как выигрыш или не видит), но пока остановимся на первоначальном восприятии этого варианта (и будем называть его «Вторым» вариантом).

В каждом варианте есть объективная составляющая, основанная на некотором подрафе всего Графа Сиквела (начальной позиции).

Для «Первого» варианта подграф включает позицию *11*, от которой идет некоторое количество выходящих стрелок к другим позициям. Подсчитаем эти стрелки\позиции с точки зрения решателя (начинающего шахматиста).

Есть три хода королем: два из них ведут в «**+1**» позиции (это ходы на *b3* и на *c3*) и один – в «**-1**» позицию (ход короля на *c1*, после которого Черные шахом на *c4* выигрывают пешку). Есть некоторое количество ходов пешкой. Самой простым числом здесь оказывается единица: наш решатель видит только возможность превращения пешки в ферзя и считает позицию после этого выигранной и окончательным ответом в решении этюда. Это странное на первый взгляд решение он может обосновать так: «Вам, мастерам, я логически показал, что все упомянутые мною позиции (особенно в контурах) есть «**+1**» позиции, но так как для решения этюда (Вы потребовали) нужно иметь позицию другого Баланса, то вот я и дошел до него».

Для него смысл этюда заключался (заключается) в нахождении «лесенки» движения короля, избавляющего Белых от шахов, что он нам и продемонстрировал, а позиция *18*: «Белые: ♔c2, ♕c8; Черные ♚a1, ♜d4. Ход Черных» для него представляется выигранной в другом Балансе. Причем, если нужно, он готов поставить мат в этом Балансе (или выиграть ладью и потом поставить мат в Балансе «с ферзем»).

То есть, уже в его «Первом» варианте все-таки существует несколько линий или подвариантов. Самый простой мы описали: в нем нет выхода на позиции с Балансом «ладья против ладьи» или «слон\конь против ладьи» (да и вообще мат в Балансе «ферзь против ладьи» ставить необязательно. Но есть и подвариант, когда решатель считает, что он мог бы нам показать этот мат в этом Балансе, если бы мы его об этом попросили, но защиту Черных в виде блестящего хода ладьей на *c4* он не видит (считая ее бесполезной). Ясно, что какую бы линию его мышления мы не анализировали, для нее найдется подходящий подграф.

Для самых недоверчивых читателей, которые не верят, что именно объективный Граф является причиной неправильного мышления шахматиста\решателя можно взять для обоснования такой подграф.

Рассмотрим обычный (не оценочный) подграф в центре которого находится позиция *11*, из которой лучами отходят стрелки действительно в семь позиций, четыре из которых отражают уже другие Балансы.

Далее. От каждой из трех позиций, характеризующихся тремя ходами белого короля, отходят довольно большие множества других позиций. Но из позиции *18* (с только что рожденным ферзем) уже отходят очень мало позиций, а именно: две следующих: позиция *19* и позиция *20* (такие номера им даны, так как позиции с номерами *12*, *13*, *14* зарезервированы для позиций после превращения пешки в ладью согласно правильному главному плану решения).

Позиция *19*: «Белые: ♔c2, ♕c8; Черные ♚a1, ♜c4. Ход Белых»;

Позиция *20*: «Белые: ♔c2, ♕c8; Черные ♚a1, ♕c4. Ход Черных».

Обратите внимание: позиция *20* выступает как финальная, но не записана со знаком мата или пата. Или, по другому: она не несет никакой специфической оценочной нагрузки (решатель, как мы сказали, рассматривает обычный, а не V-Граф). Если это так, то возможна оценка и «**+1**» и «**0**», и мы не можем винить только рещателя в том, что он неправильно приписал оценку позиции *20*. Вообще, мы когда-то говорили, что приписывание оценок финальным позициям есть часть всего учения об оценках, но та часть, которая в определенном смысле независима от самих позиций и партий, отражаемых Графами, так как существует для этого Система Оценок. В частности, даже финальным позициям (матам и патам) можно приписать разные оценки; это не приведет к изменению правил движения фигур (помните пример с Капабланкой?).

Есть и такой аргумент в пользу мышления решателя, обсновывающего тот факт, что позиция *20* имеет «**+1**» оценку. Сравним позицию *20* с позицией, образующейся партией от позиции *18* ходами «1... ♜d8 2. ♕d8» (после взятия ладьи). Позиция: «Белые: ♔c2, ♕d8; Черные ♚a1. Ход Черных»; имеет один и тот же трех-фигурный Баланс «с ферзем», но этот Баланс выигран в представлении решателя во всех позициях. Причем, даже отвлекаясь от сочетания «во всех позициях» нам можно заметить, что число «**+1**» позиций в Балансе с ферзем гораздо больше числа «**0**» позиций (мы это отмечали в ранних пунктах Предисловия, когда анализировали многие явления в этом Балансе). В этой связи есть и страшное замечание ниже насчет отрицательного применения учения об оценках или V-Последовательностях (отражающих, в частности трех-фигурный Баланс «с ферзем»).

Замечание.

Если применять учение о V-Последовательностях бездумно, то окажется, что его грубое использование может привести к просчетам в анализе. Так, из учения может возникнуь идея использования количественного сравнения огромных Балансов между собой по какой-то вновь созданной оценочной шкале. Проще говоря, Баланс «с ферзем» несравненно лучше Баланса «с ладьей» - с намеком на то, что все (или большинство позиций) в Балансе «с ферзем» лучше всех (или большинства позиций) Баланса «с ладьей». Об этих возможностях мы, однако, будем говорить в другой Части теории.

Конец замечания.

Заканчивая же анализ «Первого» варианта мышления шахматиста\решателя, можно признать как промежуточный вывод об объективном отражении его мышления в этом варианте. Но также ясно, что оно (это объективное отражение) есть и во «Втором» варианте: ведь сразу видно, что сами эти «Первый» и «Второй» варианты очень тесно переплетаются. Все-таки скажем несколько слов и о специфике «Второго» варианта.

Напомним, что в этом варианте решатель видит защиту Черных: в позиции *18* Черные жертвуют ладью на поле *c4* и после взятия получается пат. Но далее его анализ может столкнуться с новыми проблемами: как же все-таки найти выигрыш, который должен быть подкреплен или получающимся матом или переходом к радикально новым «**+1**» позициям другого Баланса.

На этом своем новом витке мышления он может не видеть красивого главного решения, заключающегося в превращении пешки в ладью. Так, позиция *12*: «Белые: ♔c2, ♖c8; Черные ♚a1, ♜d4 Ход Черных»; - для него ничейна, так как он полагает, что Баланс «ладья против ладьи» ничеен (во всех «спокойных» позициях, когда ни одна сторона не подставляет фигуры или не берет сразу фигуры противника). Ситуация осложняется еще и тем, что если он выступает как решатель, которому сказали, что выигрыш есть, но он понимает, что этот выигрыш не в Балансе «ферзь против ладьи», а где-то еще, который он не может пока понять... Эта ситуация может привести решателю к ложному выводу, что само задание (оценка начальной позиции, как выигранной для Белых), было неправильным. Об этом см. историческое замечание чуть ниже.

Казалось бы этот факт – что он (решатель) знает, что позиции *11* выиграна, помогает ему найти выигрыш быстрее или лучше в сравнении, если бы он об этом не знал (или был бы только начинающим шахматистом, пытающимся найти оценку начальной позиции этюда), - однако, это может оказаться и неверным. В любом случае ему надо перебирать и обдумывать новые позиции, но их число и сам этот перебор могут оказаься непосильными для него хотя бы из огромного их числа. К тому же и решатель и начинающий шахматист (в любом качестве) уже нашли довольно большое множество «**+1**» позиций, которые образуют разные контура. И дополнительная проверка этих позиций ни к чему новому может не привести (а время будет потеряно). Здесь намек на то, что даже если допустить, что полный перебор позиций возможен, неясно как их оценивать; ведь присвоение оценок это сложный процесс, зависящий от Графа и многих других вещей...

Итак, мы только что обосновали объективность «Второго» варианта мышления решателя. Кратко это обоснование выглядит так. Существует подграф (всего Графа Сиквела) от позиции *11*, включающий три позиции с превращенным ферзем: позиция *18*, позиция *19* и позиция *20*. Последняя позиция *20* может пониматься решателем как ничейная, в частности, патовая (это так и есть, но нам важно вглянуть на эту ситуацию с точки зрения решателя), но... Но так как других позиций в его подграфе нет, то следует вывод о том, что все позиции, рассмотренные решателем выше как «**+1**» позиции, на самом деле являются «**0**» позициями!

Это явление – перемены всего исходного задания на противоположное – есть отражение только что построенного подграфа. Конечно, если мы будем анализировать и другой подграф, как граф включающий в себя позиции после превращения пешки в ладью с последующим двойным ударом с точки зрения главного решения, то такого не будет. Мы это, однако, сделаем уже в другой Части, а здесь дадим лишь показательное историческое замечание насчет всего этого потрясающего этюда (после чего вернемся уже полностью к другой теме Предисловия).

Историческое замечание (адаптированное к теме Предисловия).

В 1895 году известный шахматист Жорж Барбье опубликовал в газете статью, с начальной позицией этюда «Белые начинают, Черные делают ничью». Приведя через несколько дней решение, включающее позицию *11* и финальную патовую позицию после жертвы ладьи на *c4* и взятия ее ферзем, он, однако не ожидал, что один из читателей газеты, священник Сааведра, предложит другое решение этюда.

Удивительное превращение пешки в ладью в позиции *11* с последующим двойным ударом ходом короля на *b3* после хода черной ладьи на *a4* послужило началом исторической славы и изучения этюда.

Авторы книги тем самым признают весомый вклад шахматных мастеров и других граждан в историческую сокровищницу Шахмат. Сейчас же эта сокровищница плодотворно пополняется, насыщаясь красивым математическим содержанием...

Конец замечания.

9. Этот пункт посвящен специальным математическим страницам данной книги. Как будет понятно далее, во многом его можно и не читать так тщательно, как другие, так как для его понимания необходимо иметь специальную математическую подготовку.

a) Прежде всего следует сказать, что все Части теории, включая и эту, сделаны для читателя, уровень математических знаний которого находится в пределах знаний средней школы. Это сделано авторами специально; они хотят привлечь максимально возможное число сторонников новой математической теории, посвященной Шахматам.

При этом они руководствуются такими идеями: *1*. для понимания любого текста необходимо только знание математики в объеме средней школы и правил Шахмат; *2*. в случае наличия текста, использующего сведения не из средней школы, эти сведения объясняются в самом тексте; *3*. если даже и при этом у читателя возникнут проблемы понимания или вопросы, он вправе сделать запрос авторам на получение дополнительной информации (дайте e-mail, показанный на обратной стороне обложки).

b) Тем не менее, в книге присутствуют некоторые «специальные математические» страницы, которые могли бы отпугнуть читателя, если бы не специальный комментарий на них о том, что «текст этих страниц рассчитан на читателей со специальной математической подготовкой и их можно пропустить».

Авторы решили выделить все такие страницы таким комментарием на каждой из них, предлагающим читателям (в случае трудностей в понимании) пропустить их чтение или прислать запрос авторам. Также, для некоторых из этих страниц, часть материала дана в этом Предисловии ниже.

c) Ниже заявлены темы некоторых математических сложных текстов, для которых даются чуть более подробные объяснения.

Тема *1*: рекуррентная формула Фибоначчи и ее аналитическая форма выражения с примером вычислений.

Тема *2*: рекуррентная формула для T-последовательности и ее аналитическая форма выражения.

c1) Для темы *1*. Выше в Предисловии сказано, что число V-Последовательностей, составленных из только двух элементов, вычисляется по формуле Фибоначчи (при разных начальных параметрах). При этом тогда было замечено, что в главном тексте эта формула приводится в двух вариантах: рекуррентной и аналитической.

Так вот, в главном тексте дается вывод аналитической формы последовательности Фибоначчи. Но так как этот вывод относится к довольно сложным страницам текста, то даем здесь некоторые комментарии по поводу лучшего прочтения этих страниц.

1. Рекуррентная формула рассматриваемой последовательности Фибоначчи для последующего вывода аналитической формы (называемой формулой Бине, по имени математика, впервые ее доказавшей): есть **F(n)=F(n-1)+F(n-2)** (при начальных параметрах **1** и **1** при **n=1** и **n=2** соответственно).

Аналитическое же выражение этой формулы (то есть такое, которое прямо вычисляет число в последовательности по номеру *n*) есть: $\mathbf{F(n)=(((1+\sqrt{5})/2)^n-((1-\sqrt{5})/2)^n)/\sqrt{5}}$.

Это выражение может быть доказано разными способами (в числе которых и доказательство, используемое самим Бине, впервые получившим свою формулу), но в главном тексте оно доказывается с помошью метода математической индукции и понятии предела, о которых мы должны сказать особо, так как этот материал находится уже вне рамок средней школы.

2. Вначале авторы используют понятие предела, R-limit (от слова ratio – «отношение»), предела отношения двух подряд идущих чисел в последовательности Фибоначчи при $n\to\infty$. Заметим, что этот предел (если он существует) будет одним и тем же при разных начальных параметрах последовательности Фибоначчи, что важно для нас, так как у нас возможны случаи разных начальных параметров (но при сохранении общей рекуррентной формулы).

3. Вообще-то, вычисление предела любой последовательности как конкретного числа (в том числе и нашей последовательности отношений чисел Фибоначчи) нужно еще обосновать его существоваиием. Это не сделано ни здесь, ни даже в главном тексте (рисунок на такой-то странице) , но авторы пропустили этот этап, предположив, что этот предел существует и вначале вычислив его, использовав его свойства (если нужно дополнительные данные по этому вопросу, можно сделать запрос).

4. В предположении же, что **R-limit** существует, оказывается, что он есть положительный корень квадратного урвнения $\mathbf{1+x-x^2=0}$.

Это так потому, что $\mathbf{R\text{-}limit=\lim_{n\to\infty}(F(n)/F(n-1))=\lim_{n\to\infty}(F(n-1)+F(n-2))/F(n-1)=1+\lim_{n\to\infty}(F(n-2)/F(n-1))}$, что приводит к выражению $\mathbf{x=1+1/x}$, которое приводится к квадратному уравнению выше.

Это квадратное уравнение имеет положительным корнем число $\mathbf{(1+\sqrt{5})/2}$ (называемое «золотым сечением»).

5. Именно оно затем используется в составлении аналитической формы последовательности Фибоначчи, выраженной рекуррентно. Для дальнейшего заметим, что кроме числа «золотого сечения» или $\mathbf{x_1=(1+\sqrt{5})/2}$, другим корнем квадратного уравнения выше является число $\mathbf{x_2=(1-\sqrt{5})/2}$: оно отрицательно, поэтому мы его и не брали в качестве предела, однако оно будет использоваться в следующей предлагаемой формуле.

6. Формула $\mathbf{F(n)=(x_1^n - x_2^n)/\sqrt{5}}$, где $\mathbf{x_1=(1+\sqrt{5})/2}$, а $\mathbf{x_2=(1-\sqrt{5})/2}$ является формулой Бине, которую, однако, авторы доказывают по методу математической индукции, описываемому ниже.

7. Метод математической индукции заключается в следующем.

Предположим, что у нас есть ожидаемый ответ в виде некоторой формулы, зависящей от *n* (индукция в основном применяется для формул, где параметром является натуральное число *n*). Тогда процессе доказательства должен включать три основных этапа (далее у нас это этапы в пунктах *8*, *9*, *10* соответственно).

8. Этап *1*. Проверка предлагаемой формулы для **n=1**. Тут все верно, ведь $\mathbf{F(1)=(x_1^1 - x_2^1)/\sqrt{5} =((1+\sqrt{5})/2-(1-\sqrt{5})/2)\sqrt{5}=1}$.

9. Этап *2*. Проверка предлагаемой формулы для **n=2**. Тут также все верно, ведь **$F(2)=(x_1^2 - x_2^2)/\sqrt{5}=(((1+\sqrt{5})/2)^2 -((1-\sqrt{5})/2)^2)/\sqrt{5}=1$** (в преобразованиях можно воспользоваться, например, формулой “**$a^2-b^2=(a+b)*(a-b)$**”). Кстати, этот этап нужен лишь потому, что число **1** при **n=2** в последовательности Фибоначчи уникально, и не определяется формулой **$F(n)=F(n-1)+F(n-2)$** (обычно математической индукцией этап при **n=2** не рассматривается).

10. Этап *3*. Если при допущении, что предлагаемая нами формула верна при **k=n**, следует, что она верна при **k=n+1**, то формула верна для всех *n*.

Итак, д опустим, что **$F(n)=(x_1^n-x_2^n)/\sqrt{5}=(((1+\sqrt{5})/2)^n-((1-\sqrt{5})/2)^n)\sqrt{5}$** - верно. Нужно доказать, что тогда **$F(n+1)=(x_1^{n+1} -x_2^{n+1})/\sqrt{5}=(((1+\sqrt{5})/2)^{n+1}/2-((1-\sqrt{5})/2)^{n+1})/\sqrt{5}$** также верно.

Доказательство.

Будем доказывать формулу **$F(n+1)=F(n)+F(n-1)$**, где заменим **$F(n+1)$**, **$F(n)$** и **$F(n-1)$** на **$(x_1^{n-1}-x_2^{n+1})/\sqrt{5}$**; **$(x_1^n-x_2^n)/\sqrt{5}$** и **$(x_1^{n+1}-x_2^{n+1})/\sqrt{5}$** соответственно (в предположении верности этой формулы). Но последнее после элементарного преобразования приводится к выражению: **$x_1^{n-1}*(1+x_1-x_1^2)=x_2^{n-1}*(1+x_2-x_2^2)$**,- которое, очевидно, верно, так как **$(1+x_1-x_1^2)$** и **$(1+x_2-x_2^2)$** одновременно равны **0** как корни квадратного уравнения из пункта *4* выше.

Следовательно, мы показали, что при предположении верности формулы при **n+1** соблюдается основная рекуррентная формула для последовательности. Это и означает, что и этап *3* математической индукции выполняется, на основании чего получаем, что формула **$F(n)=(x_1^n-x_2^n)/\sqrt{5}$**, где **$x_1=(1+\sqrt{5})/2$**, а **$x_2=(1-\sqrt{5})/2$** верна при всех *n*, что и требовалось доказать.

11. Доказанная аналитическая форма представления числа V-Последовательностей особенно хороша тогда, когда нам нужно подсчитать их число при очень больших *n*. Тогда использование рекуррентной формулы затруднительно, так как нам надо предварительно вычислить все значения последовательности при *n* меньших, чем это очень большое число.

В качестве примера использования аналитической формы в главном тексте книги приводится пример вычисления числа V-Последовательностей для длины **n=11662953**.

Тогда, согласно формулы выше, число **F(n)=F(11662953)** равно $((1+\sqrt{5})/2)^{11662953}/\sqrt{5}$ - (при этом мы отбросили отрицательную часть числителя дроби, как несущественную). Далее, мы приводим это выражение в научную форму, то есть даем его в виде 10 в некоторой степени.

Ниже указаны основные действия при этом: заменяем число **$((1+\sqrt{5})/2)^{11662953}/\sqrt{5}$** его логарифмом (по основанию 10), используем известные свойства логарифмов (логарифм частного, логарифм степени и другие) и, наконец, используем основное свойсто логарифма: что число **$A=10^{\log A}$**. В результате всех преобразований получаем, что **$F(11662953)=10^{2437413}$** (приблизительно).

c2) Для темы *2*. Мы ранее сказали, что число V-Последовательностей, состоящих из трех значений (оценок), определяется так называемой T-Последовательностью, которая есть последовательность ниже:

«**1**; **3**; **6**; **14**; **31**; **70**; **157**;...», где первые три члена есть **1**; **3**; **6**; а другие определяются рекуррентной формулой: **$F(n)=2*F(n-1)+F(n-2)-F(n-3)$** при ***n*** большем или равном **4**.

Для этой последовательности также авторы нашли аналитическую форму выражения ее общего члена, зависящего только от *n*. Но все математические выкладки, а также другие вопросы, связанные с V-Последовательностями из трех оценок, будут даны в другой Части.

10. Этот последний пункт Общего Предисловия будет включать только список всех выводов, которые нами сделаны ранее, но выводов, применимых для уже V-Последовательностей из трех оценок. Дача выводов, без обоснования, здесь, в этой Части, основана на том, что мы планируем их все потом обосновать в новой Части (книге) теории. Однако, почти всегда они будут такими же в отношении V-Последовательностей из трех элементов, как и выводы в отношении V-Последовательностей из двух оценок. Поэтому даем их практически без изменений, и лишь с небольшими комментариями, свойственными специфике V-Последовательностей из трех оценок (если комментариев нет, то и выводы совпадают). Также выводы сгруппируем по тематическим свойствам.

Выводы, касающиеся достаточно общих свойств V-Последовательностей.

1. V-Последовательность отражает оценки не только одной позиции, а и всей партии, содержащей любое произвольное, в том числе бесконечное, число позиций.

2. V-Последовательность состоит из не более чем трех элементов (оценок позиций), но может быть любой длины, в частности, быть бесконечной, как содержащей бесконечное число элементов. В определенном смысле она существует самостоятельно, независимо от партии и имеет свойства, независимые от свойств партий.

3. V-Последовательность отражает ошибочность или безошибочность игры сторон.

Так, изменение элементов в ней есть ошибка (если связать V-Последовательность с конкретной партией, то говорится об ошибке, совершенной стороной в этой партии). Отсутствие ошибки (в партии) отражается V-Последовательностью-константой.

Комментарий. В своей сути понятие ошибки (как изменение элементов в V-Последовательности остается таким же). Разве что, возможно, авторы в следующей Части назовут ошибки между «**+1**» на «**-1**» (или наоборот) грубыми ошибками. Конец комментария.

4. Также, если у нас имеется несколько партий, отражаемых одной и той же конкретной V-Последовательностью, то число ошибок во всех партиях равно произведению числа всех партий на число ошибок, задаваемых этой V-Последовательностью.

5. V-Последовательности можно (и часто нужно, и полезно) связывать с Графом Сиквела рассматриваемой позиции. Тогда партия от этой позиции есть какой-либо обход этого Графа (или его части), а V-Последовательность есть последовательность оценок позиций при этом обходе.

6. V-Последовательность определенной конечной длины отражает конкретные ограничения на порядок ее возможных элементов. Этот порядок в большинстве случаев основан на Принципах Максимума и Минимума (даны ранее).

Комментарий.

V-Последовательности из трех элементов также подчиняются этим двум Принципам. Только надо будет учитывать, что после «**+1**» оценки для белой позиции, возможными случаями оценок могут быть любые три оценки («**+1**», «**0**» и «**-1**») но для «**0**» белой позиции возможны только две оценки, «**0**» и «**-1**», а для «**-1**» белой позиции возможна только одна следующая оценка («**-1**»). Для черной позиции действуют свои правила. Все это и приводит к числу V-Последовательностей, описываемых T-Последовательностью (рекуррентная и аналитическая формы которых будут даны в следующей Части).

Конец комментария.

Выводы, касающиеся конкретных свойств V-Последовательностей в части отражения ими специфических видов эндшпилей, окончаний и «простых» позиций.

Сразу вначале даем комментарий, заключающийся в том, что конечно, имеется множество выводов о способности V-Последовательностей правильно отражать множества позиций с тремя фигурами, конечно они не применимы для V-Последовательностей с тремя оценками. Однако все таки есть некоторые, которые могут продолжены и на три оценки.

1. Вывод об эффективном использовании V-Последовательностей в позициях, связанных с разными Балансами, возникающими в результате превращения пешек, например, в позициях с Эксельсиор Фильтрами.

Выводы, касающиеся GV–Отображения, GV–Распределения, условного GV–Отображения и условного GV–Распределения и другие, связанные с этим понятиями.

1. Основным объектом исследования в учении о V-Последовательностях является GV–Отображение. Оно есть соответствие (или функция) между каждой партией и V-Последовательностью, при которой обязательно каждой партии ставится в соответствие единственная V-Последовательность.

Комментарий. Ввиду важности этого базового вывода, авторы привели его еще раз, чтобы подчеркнуть его применимость и к V-Последовательностям из трех оценок.

2. GV–Распределение есть важная характеристика GV–Отображения, показывающая число партий, отражающихся конкретной V-Последовательностью.

3. Одним из важных критериев GV–Распределения является отношение числа правильных партий (отражающихся V-Последовательностями-константами) к общему числу партий.

4. Важным инструментом анализа является Условное GV-Распределение, показывающее GV-Распределение некоторого выделенного, условного множества партий среди всех партий.

Выводы, касающиеся связи V-Последовательностей с философией и психологией обдумывания, расчета вариантов и другие, связанные с этим.

1. Вывод о том, что в результате расчета вариантов или нахождении оценок позиций обдумываются не абстрактные (без оценок) партии с позициями, а именно V-Последовательности с их оценками.

2. Вывод о том, что любой расчет вариантов, в том числе ошибочный, имеет объективное содержание, заключающееся в существовании множества подграфов и Графов, обдумываемых множеств (позиций и их объединений: Типов, Балансов, Сиквелов и т.п).

Некоторые новые выводы, которые не высказывались ранее (к ним мы придем в результате исследования новой Части теории).

1. V-Последовательности могут и должны использоваться в новых шахматных программах.

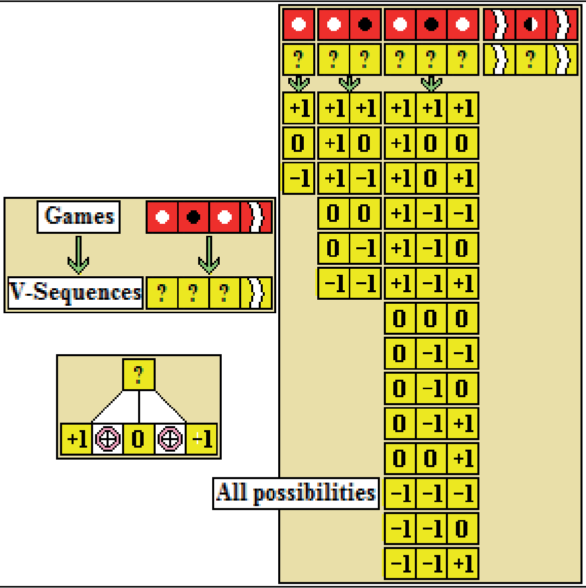
2. Учение о V-Последовательностях может использоваться для «улучшения» или другого изменения правил игры (или, точнее, правил проведения соревнований).

3. V-Последовательности имеют и отрицательные свойства. Некоторые из них уже были даны, другие будут подробнее даны в следующей Части (книге).

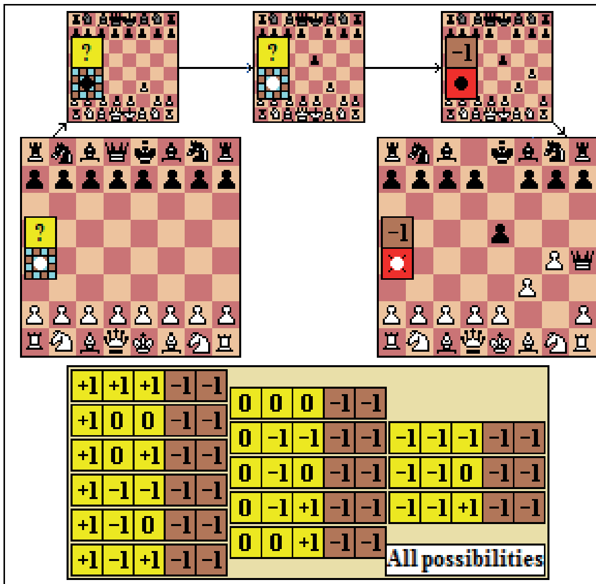
Дальнейшее развитие Математической Теории Шахмат будет сделано в других Частях. Авторы приглашают читателей присылать предложения на e-mail, указанный на обратной странице обложки. Они надеются, что чтение части *6* будет интересным. Наслаждайтесь!

Конец Общего Предисловия к Части *6*.

Math Theory of Chess. Part 6.



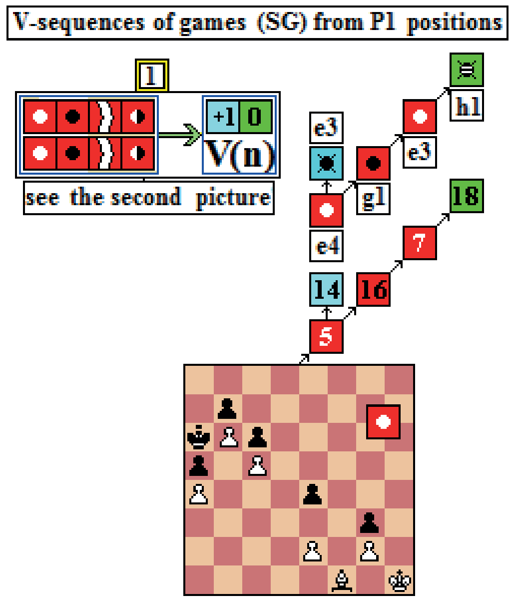
Chapter *84*. “V-Sequences. The first acquaintance”. Exploring V-Sequences is one of all other important purposes in Part *6* (see a comment below). V-Sequence is a sequence consisting of only three elements, **“+1”; “0”; “-1”**, reflecting the values of the positions in a game. The first picture shows that a V-Sequence directly corresponds to a game as a sequence of positions. V-Sequences may reflect games from either the Original position or any arbitrary position. Here we have V-Sequences from the unknown and known objects (positions, segments of games and games). The second picture illustrates it by using one of the shortest games from the Original position.



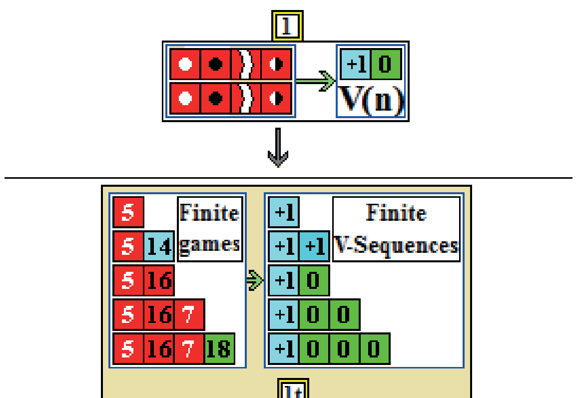
Глава *84*. «V-Последовательности. Первое знакомство». Исследование V-Последовательностей – одна из важных целей Части *6*. V-Последовательность есть последовательность из только трех элементов, **“+1”; “0”; “-1”**, отражающих оценки позиции в партии. Первый рисунок показывает, что V-Последовательность прямо соответствует партии как последовательности позиций. V-Последовательности могут отражать партии как от неизвестных, так и от известных объектов (позиций, отрезков партий и партий). Второй рисунок иллюстрирует это с помощью кратчайшей партии от Первоначальной позиции.

Part *6*, like the previous Parts, is written in both English and Russian; but the main version is the English one. In particular, all pictures are made for the English text. The bottom part of the page may also contain some comments. Please e-mail any suggestions to “*tregeryefim@aol.com*”.

Часть *6*, как и предыдущие Части, сделана на английском и русском языках, но главная версия – английская, в частности, все рисунки сделаны для английского текста. Эта часть страницы может также содержать какие-либо комментарии. Пожалуйста, присылайте свои предложения по адресу «*tregeryefim@aol.com*».



In this chapter we will consider both finite and infinite V-Sequences generated by different games. Games themselves are made from positions different in classes and properties and we will show how it affects V-sequences. This page is devoted to a simple example of creating V-Sequences from a given *P1* position (the comment). Since *P1* positions form only finite games (segment of games), V-Sequences are also finite ones. That is shown in the second picture. Fragment *1* in both pictures implies the existence of a function between games (SG) and V-sequences. Some properties of this function are given in the table of the lower part of the section picture (we will discuss them in this chapter more deeply).

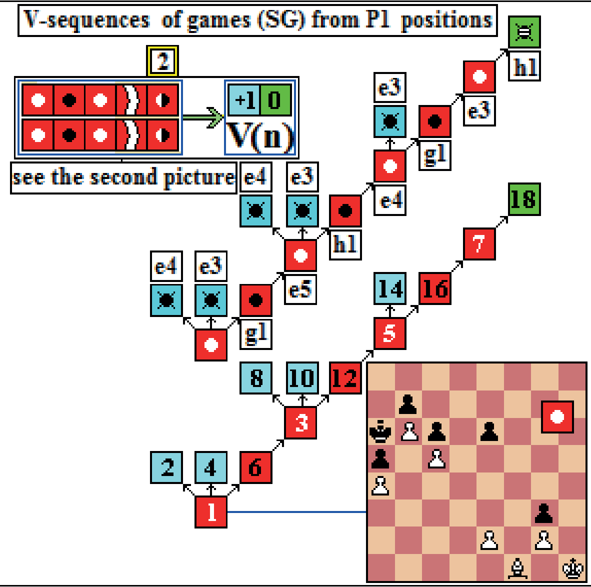


n	1	2	3	4	5
N	1	2	1	1	0
V	1	2	1	1	0
F	1	2	3	5	0

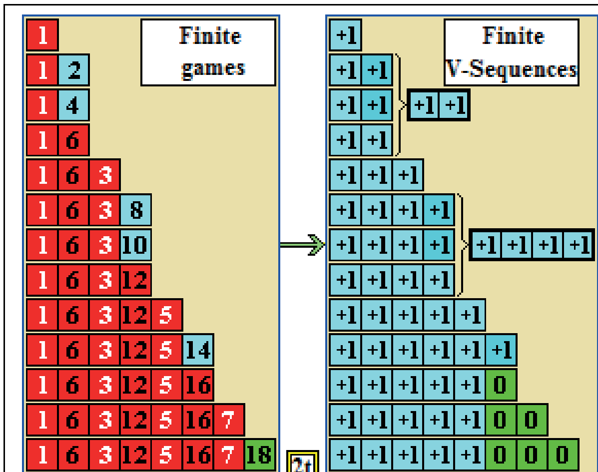
В этой главе мы рассмотрим и конечные и бесконечные Последовательности, рожденные разными партиями из разных позиций и мы покажем, как они влияют на V-Последовательности. Эта страница посвящена простому примеру создания V-Последовательностей от данной *P1* позиции (комментарий). Так как *P1* позиции образуют только конечные партии (или SG, отрезки партий), V-Последовательности являются также конечными. Это показано на втором рисунке. Фрагмент *1* рисунков насмекает на существование функции между партиями (SG) и V-Последоватеьностями. Некоторые свойства этой функции даны в таблице второго рисунка (мы обсудим их скоро).

In this chapter we are dealing with V-Sequences consisting of only two values (in different combinations). It means that a Sequel of any given position contains only position with two values. The given position on this page is an element of the Sequel of another *P1* position which we will also analyze (see the next page).

В этой главе мы исследуем V-Последовательности, состоящие из только двух значений (в разных сочетаниях). Это означает, что Сиквел любой позиции содержит позиции только двух оценок. Данная позиция этой страницы есть элемент Сиквела другой *P1* позиции, которую мы рассмотрим на следующей странице.



This page is devoted to the function between games and V-Sequences from a given *P2* position, Sequel of which consists of the positions with only two values, “**+1**” and “**-1**” (comment *1*). Since *P2* is a position giving games of any arbitrary **n** we have the function **V(n)** where **n** is any positive integer. In particular a table may be infinitely expanded (comment *2*). That is shown in the second picture. Read also comment *2* about a row with **F**.

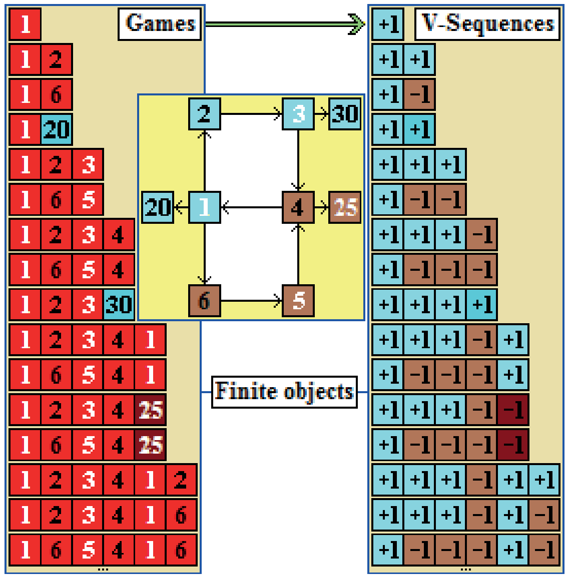


n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N	1	3	1	3	1	2	1	1	0
V	1	1	1	1	1	2	1	1	0
F	1	2	3	5	8	13	21	34	0

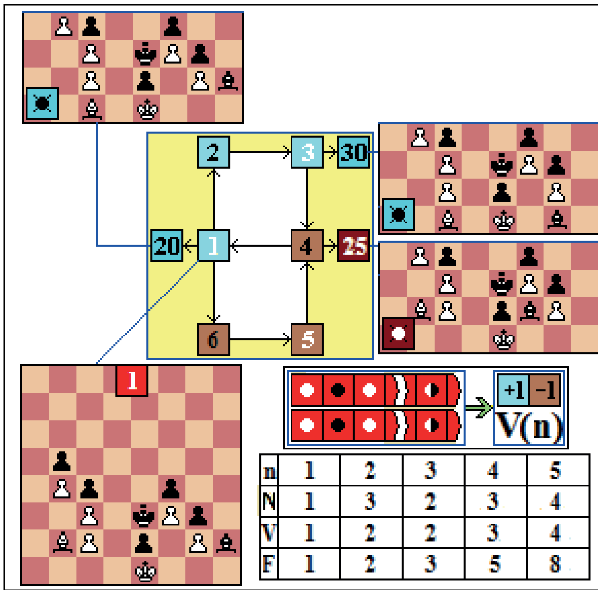
Эта страница посвящена функции между партиями и V-Последовательностями от данной *P2* позиции, Сиквел которой состоит из позиций только двух оценок, “**+1**” и “**-1**” (комментарий *1*). Так как *P2* есть позиция, дающая партии любой произвольного **n**, мы имеем функцию **V(n)**, где **n** есть любое натуральное число. В частности, таблица может быть бесконечно расширена (комментарий *2*). Это показано на втором рисунке. Прочитайте также комментарий *2* о строке с **F**.

1. The specific position in this example will be used in analyzing a case with infinite number of V-Sequences. *2*. The row with **F** shows a number of V-Sequences reflecting games (SG) not finishing by a final position (numbers in it are so-called Fibonacci numbers, about which we will talk soon).

1. Специфическая позиция этого примера будет использована в случае с бесконечным числом V-Последовательностей. *2*. Строка с **F** показывает число V-Последовательностей, отражающих партии (SG), не заканчивающиеся фннальной позицией (числа в ней есть так называемые числа Фибоначчи, о которых мы будем скоро говорить).



This page is devoted to the function between games and V-Sequences from a given *P2* position, Sequel of which consists of the positions with only two values, "**+1**" and "**-1**" (comment *1*). Since *P2* is a position giving games of any arbitrary **n** we have the function **V(n)** where **n** is any positive integer. In particular a table may be infinitely expanded (comment *2*). That is shown in the second picture. Read also comment *2* about a row with **F**.

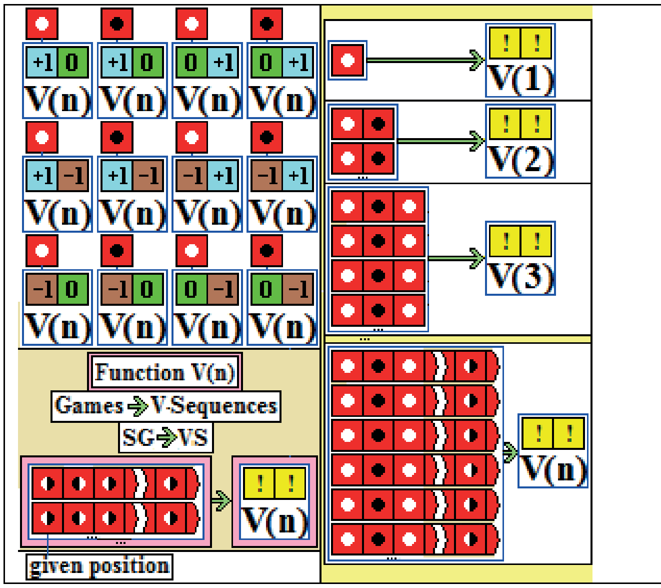


n	1	2	3	4	5
N	1	3	2	3	4
V	1	2	2	3	4
F	1	2	3	5	8

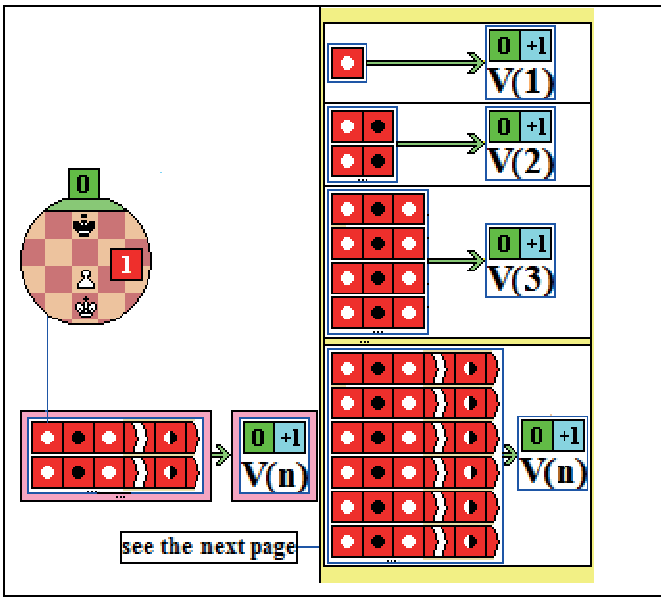
Эта страница посвящена функции между партиями и V-Последовательностями от данной *P2* позиции, Сиквел которой состоит из позиций только двух оценок, "**+1**" и "**-1**" (комментарий *1*). Так как *P2* есть позиция, дающая партии любой произвольного **n**, мы имеем функцию **V(n)**, где **n** есть любое натуральное число. В частности, таблица может быть бесконечно расширена (комментарий *2*). Это показано на втором рисунке. Прочитайте также комментарий *2* о строке с **F**.

1. The specific position in this example will be used in analyzing a case with infinite number of V-Sequences. *2*. The row with **F** shows a number of V-Sequences reflecting games (SG) not finishing by a final position (numbers in it are so-called Fibonacci numbers, about which we will talk soon).

1. Специфическая позиция этого примера будет использована в случае с бесконечным числом V-Последовательностей. *2*. Строка с **F** показывает число V-Последовательностей, отражающих партии (SG), не заканчивающиеся фннальной позицией (числа в ней есть так называемые числа Фибоначчи, о которых мы будем скоро говорить).



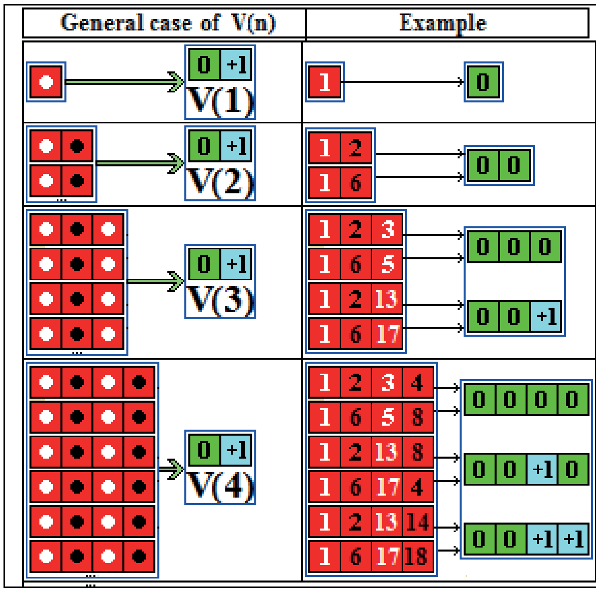
Now it is time to make an intermediate conclusion. The correspondence between games (or SG, segment of games) and V-Sequences is reflected by the function **V(n)**$^{«0»«+1»}$ for a given position and **n** (do not confuse this function with GV-Mapping, see the list of the basic definitions). Some characteristics of this function include the following: *a*) it uses only two values; *b*) only finite games and V-Sequences are analyzed; *c*) only one given position with known value is used (comment *1*). The second picture illustrates these characteristics generally; the next page shows a concrete example by using the given position.



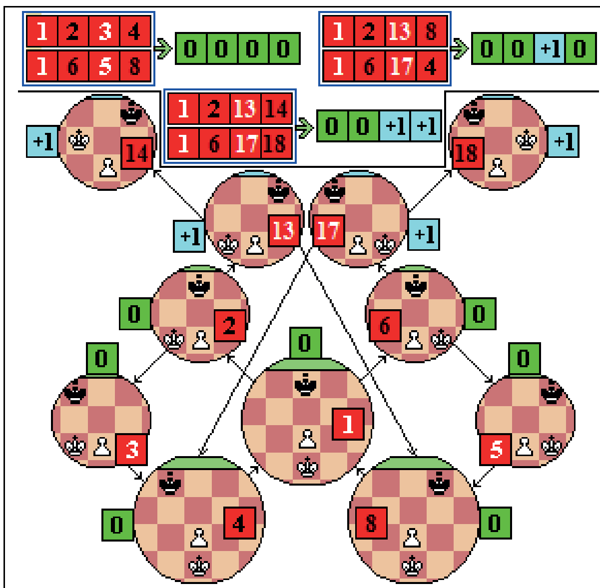
Время сделать промежуточный вывод. Соответствие между партиями (или SG) и V-Последовательностями отражено функцией **V(n)**$^{«0»«+1»}$ для данных позиции и **n** (точнее, эта функция называется «вид и число V-Последовательностей в зависимости от параметров», см. список основных определений). Свойства ее включают: *a*) функция использует только две оценки в комбинациях; *b*) только конечные партии и V-Последовательности анализируются; *c*) только данная позиция с известной оценкой используется (комментарий *1*). Второй рисунок иллюстрирует эти свойства в общем виде; следующая страница дает конкретный пример с помощью показанной позиции.

1. There are the following commentaries: *a*) the upper part of the first picture gives 12 combinations depending on a color, value of a given position and possible values; combinations with 3 values will be analyzed later; *b*) infinite games and V-Sequences will be considered later; *c*) a case of a given position with the unknown value will also be considered later.

1. Такие комментарии: *a*) верхняя часть первого рисунка дает 12 комбинаций, зависящих от цвета. оценки данной позиции и возможных оценок; комбинации с тремя оценками будут рассмотрены позднее; *b*) бесконечные партии и V-Последовательности будут рассмотрены позже; *c*) случай данной позиции с неизвестной оценкой также будет рассмотрен позднее.



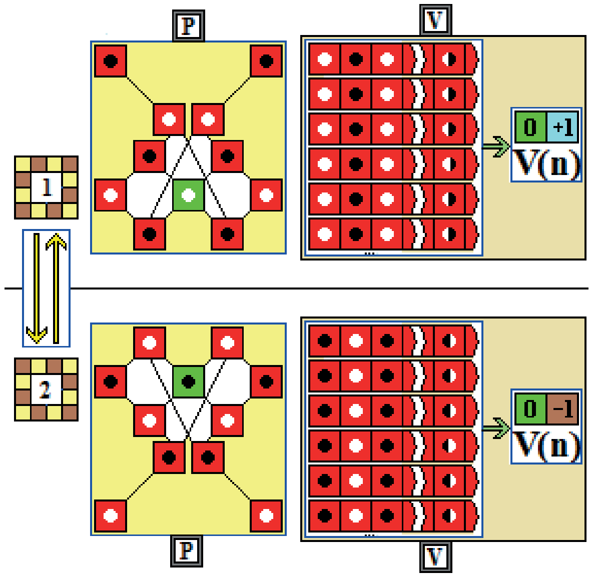
This page gives the promised example (see the previous page). We clearly see the function $\mathbf{V(n)}^{\text{«0»«+1»}}$ for **n** equal to **1**, **2**, **3**, **4**. This function in all cases is based on the given position *1* of "**0**" value; and all other positions are restricted by two values "**0**" and "**+1**" (it basically confirms the characteristics of the function **V(n)** on the previous page, comment *1*). The second picture gives a concrete set of positions connected with position *1* and illustrates the function $\mathbf{V(n)}^{\text{«0»«+1»}}$ for **n**=**4**, for this set. Thus there are three V-Sequences shown in the upper part of the second picture.



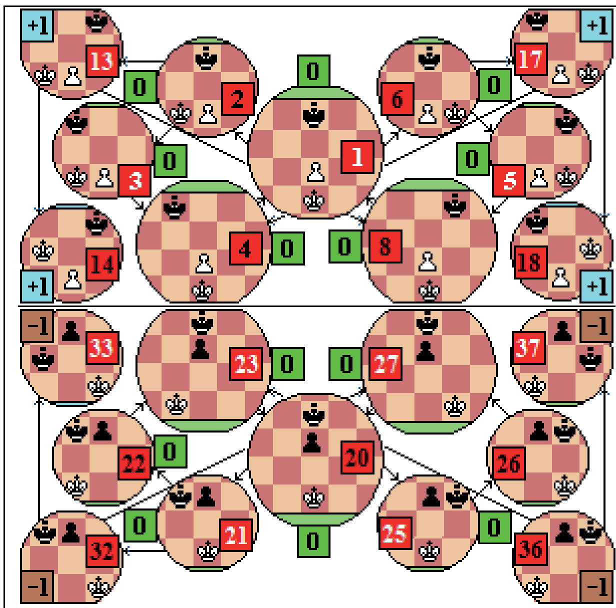
Эта страница дает обещанный на предыдущей странице пример. Мы ясно видим функцию $\mathbf{V(n)}^{\text{«0»«+1»}}$ для **n** равным **1**, **2**, **3**, **4**. Эта функция во всех случаях основана на данной позиции *1* "**0**" оценки; и все другие позиции ограничены двумя оценками, "**0**" и "**+1**" (это в основном подтверждает характеристики функции **V(n)** на предыдущей странице, комментарий *1*). Второй рисунок дает конкретное множество позиций, связанных с позицией *1* и иллюстрирует функцию $\mathbf{V(n)}^{\text{«0»«+1»}}$ для **n**=**4**, для этого множества. Так, есть три V-Последовательности, показанные в верхней части второго рисунка.

1. One can assume that in this case function **V(n)** (here: in the form $\mathbf{V(n)}^{\text{«0»«+1»}}$) is based on the specific connections (games) from a given position *1*. We have just simplified a set of all objects (positions, games, V-Sequences) to alleviate illustrating characteristics of **V(n)**.

1. Можно предположить, что в этом случае функция **V(n)** (здесь: в форме $\mathbf{V(n)}^{\text{«0»«+1»}}$) основана на специфических соединениях в партиях от данной позиции *1*. Мы просто упростили множество всех объектов в анализе (позиций, партий, V-Последовательностей) для облегчения иллюстрации характеристик **V(n)**.



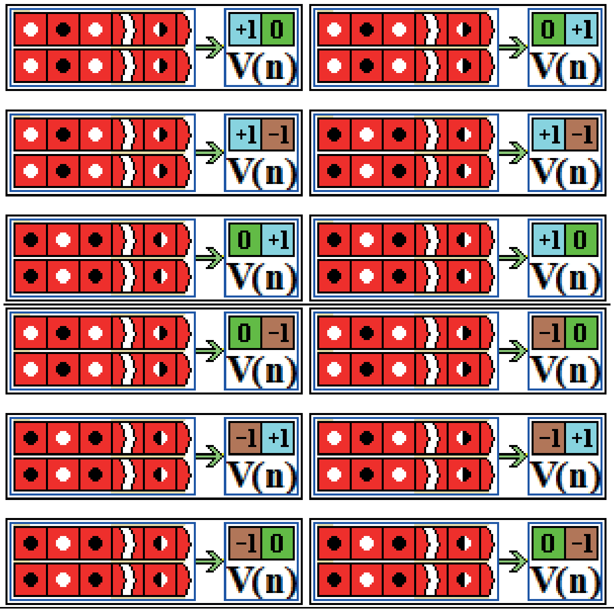
Before we analyze the concrete properties of the function **V(n)** let's apply an idea of the Value Symmetrical Forms (comment *1*). The first picture shows a general view on that, where Forms *1*, *2* may be represented by the positions, schemes, games and V-Sequences. The second picture shows the concrete sets of the connections based on the given position *1* and *20*. In particular, V-Sequences corresponding to the games from these positions are V-Sequences where "**+1**" elements are replaced by the "**-1**" elements and vice versa. One may also say that these two sets of V-Sequences generated by such manner are Value Symmetrical Forms themselves (see the next page).



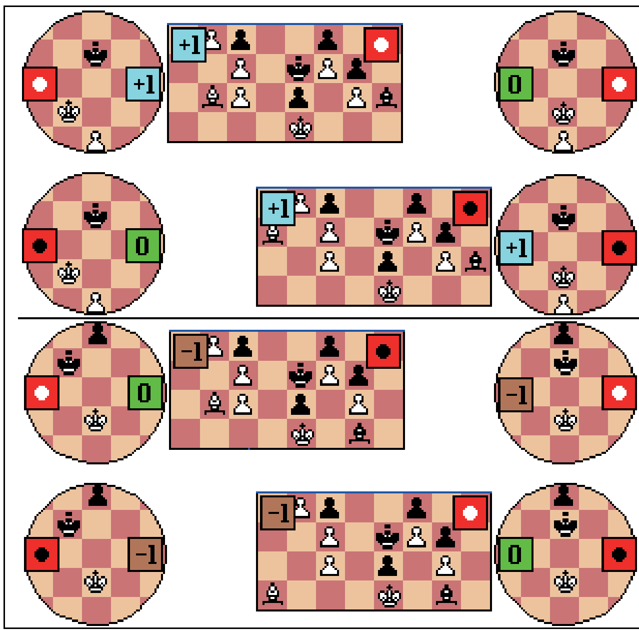
Прежде чем мы проанализируем свойства функции **V(n)**, применим идею Оценочных Симметричных Форм (комментарий *1*). Первый рисунок дает общий взгляд на это, где Формы *1* и *2* могут быть представлены позициями, схемами и V-Последовательностями. Второй рисунок показывает конкретные множества позиций, основанные на данных позициях *1* и *20*. В частности, V-Последовательности, соответствующие партиям от данных позиций, есть V-Последовательности, где "**+1**" заменены на "**-1**" и наоборот. Можно также сказать, что эти два множества V-Последовательностей, рожденные таким образом, есть Оценочно Симметричные Формы (см. следующую страницу).

1. It is known from previous Parts of the whole theory that Value Symmetrical Forms are two sets of chess objects produced by the specific Symmetrical Transformation of a chess board (details are in the lists of basic definitions). In particular, the given positions *1* and *20* are produced by such Transformation.

1. От предыдущих Частей всей теории известно, что Оценочные Симметричные Формы – есть два множества шахматных объектов, порожденных Симметричным Преобразованием доски (подробности в списках основных определений). В частности, данные позиции *1* и *20* произведены таким Преобразованием.



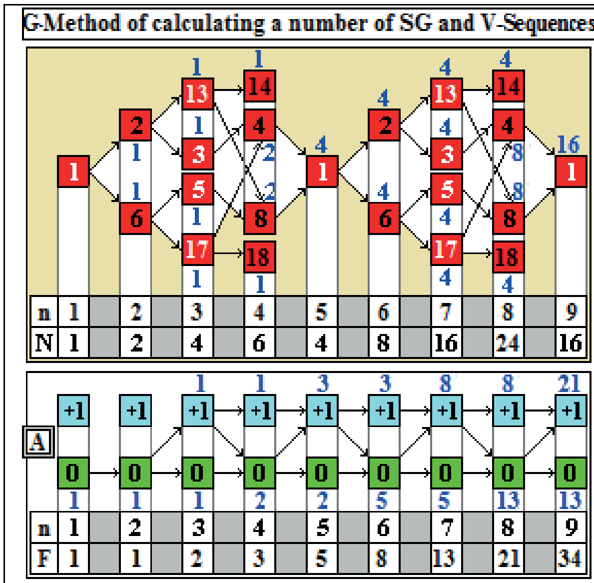
This page unites all examples mentioned up to this moment (the second picture) and presents all variants of the function **V(n)** (the first picture). Variants of the function in the first picture directly correspond to the given first positions of games in the second picture (comment *1*). The given positions themselves are distinguished by the turn to move and value. Variants of the functions depend on a turn to move and value of the given position; they also show the sets of all possible values in games from these given positions. It results in particular in the existence of two symmetrical records for V-Sequences (Codomain of function **V(n)**).



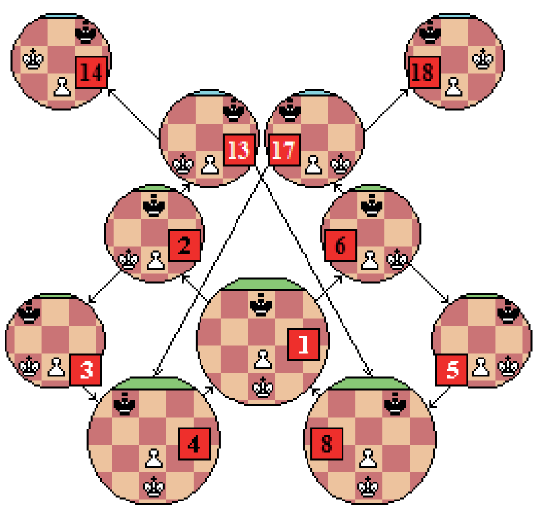
Эта страница объединяет все примеры ранее (второй рисунок) и представляет все варианты функции **V(n)** (первый рисунок). Варианты функции на первом рисунке прямо соответствуют данным первым позициям партий второго рисунка (комментарий *1*). Сами данные позиции различаются очередью хода и оценкой. Варианты функций зависят от очерели хода и оценки данной позиции, а также показывают множество всех оценок позиций в партиях от данных позиций. Это приводит, в частности, к существованию двух симметричных записей для V-Последовательностей (Область Значений функции **V(n)**).

1. Variants with values "**+1**" and "**-1**" (for both white and black given positions) are given in the central part of the second picture.

1. Варианты с оценками "**+1**" и "**-1**" (для как белых, так и черных данных позиций) даны в центральной части второго рисунка.



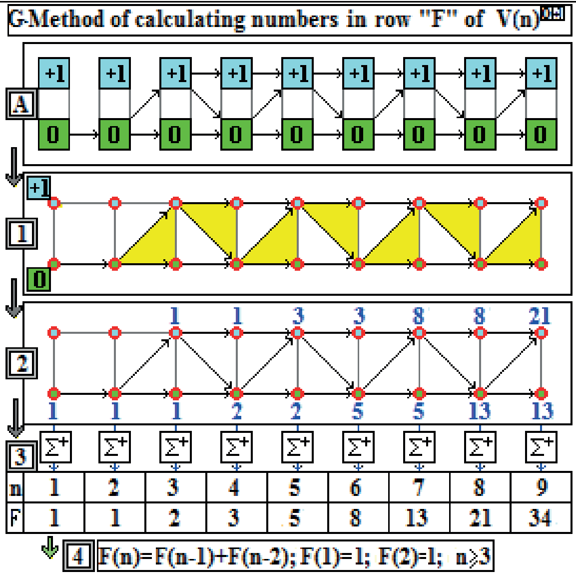
Please read the comment. The first picture shows an example of using G-Method for calculating number of games (SG) and V-Sequences from a given position for any arbitrary **n**. The use of G-method consists of the following stages: *a*) building the so-called the infinite graph of connections of positions (or elements of V-Sequences, the lower part of the first picture); *b*) attributing to its vertices being considered the numbers of incoming connections from the previous vertices; *c*) summarizing these numbers vertically for every **n**. The given positions used in the G-Method (the upper part of the first picture) are shown in the second picture.



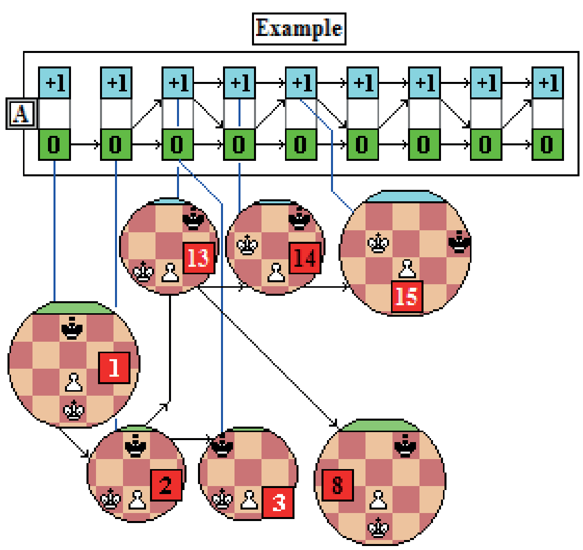
Прочтите комментарий. Первый рисунок показывает пример использования G-Метода для вычисления числа партий (SG) и V-Плследовательностей от данной позиции для любого **n**. G-Метод состоит из таких этапов: *a*) построение «бесконечного графа» соединений позиций (или элементов V-Последовательностей, нижняя часть первого рисунка); *b*) приписыванием его рассматриваемым вершинам чисел входящих соединений от предыдущих вершин; *c*) суммированием этих чисел для каждого **n**. Данные позиции, используемые в G-Методе (верхней части перого рисунка) показаны на втором рисунке.

This page shortly explains how to calculate a number of games and V-Sequences. We already know that for calculating a number of games one may use the Matrix method. But for calculating some easy or specific cases we may use G-Method explained in the main text.

Эта страница кратко объясняет, как вычислять число партий и V-Последовательностей. Мы знаем, что для вычисления числа партий можно использовать Матричный метод. Но для вычисления некоторых простых или специфических случаев мы можем использовать G-Метод, объясняемый в главном тексте.



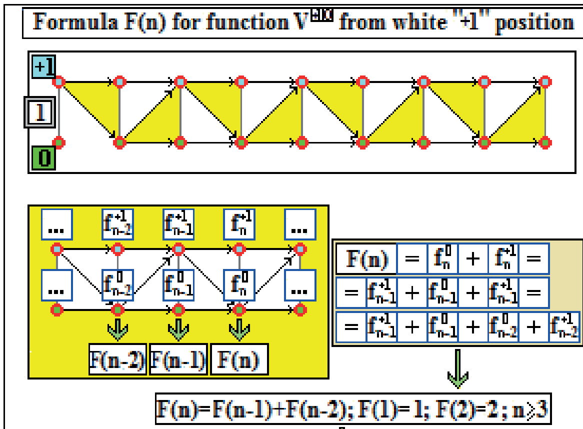
Chapter *85*. “Fibonacci numbers in V-Sequences” (comment *1*). G-Method gives us the numbers in rows **F** of the tables of function **V(n)**. **F** is a maximal number of V-Sequences independent of any kind of a given position except its color, value, **n**, and a set of all possible values of positions in games. It is better consider the function **F(n)** depending on **n**. The first picture shows 4 main stages of forming **F(n)**: *0*) from fragment *A* (the previous page and the second picture) we get: *1*) Fragment *1* which symbolically shows a bright scheme and: *2*) Fragment *2* with attributed blue numbers; *3*) summarizing the blue numbers, and: *4*) getting **F(n)** as a formula for Fibonacci sequence (see the next page and comment *2*).



Глава *85*. “Числа Фибоначчи в V-Последовательностях” (комментарий *1*). G-Метод дает нам числа в рядах **F** таблиц функции **V(n)**. **F** есть максимальное число V-Последовательностей независимо от любого вида данной позиции, кроме ее очереди хода, оценки, **n** и множества всех оценок позиций в партиях. Рассмотрим функцию **F(n)**, зависящую от **n**. Первый рисунок дает 4 главных стадии образования **F(n)**: *0*) от фрагмента *А* (предыдушая страница и второй рисунок) получаем: *1*) фрагмент *1* с символьной яркой схемой; *2*) фрагмент *2* с синими числами; *3*) суммируя их, получаем: *4*) **F(n)** как формулу для последовательности Фибоначчи (комментарий *2*).

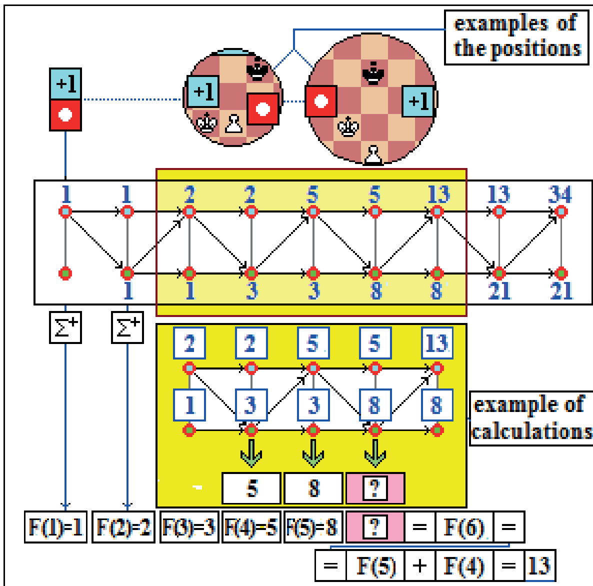
1. We have already noticed that row **F** of function **V(n)** contains so-called Fibonacci numbers. This chapter is devoted to these special numbers. After analyzing them we will understand better the properties of the main function **V(n)**. *2*. An example of this page will be considered later, since for deducing the Fibonacci formula we will use another example (see the next page).

1. Мы уже заметили, что ряд **F** функции **V(n)** содержит числа Фибоначчи. Это глава им и посвящена. После анализа мы лучше поймем свойства главной функции **V(n)**. *2*. Пример на этой странице будет рассмотрен позднее, так как для вывода формулы Фибоначчи мы используем другой пример (см. следующую страницу).



n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F	1	2	3	5	8	13	21	34	55

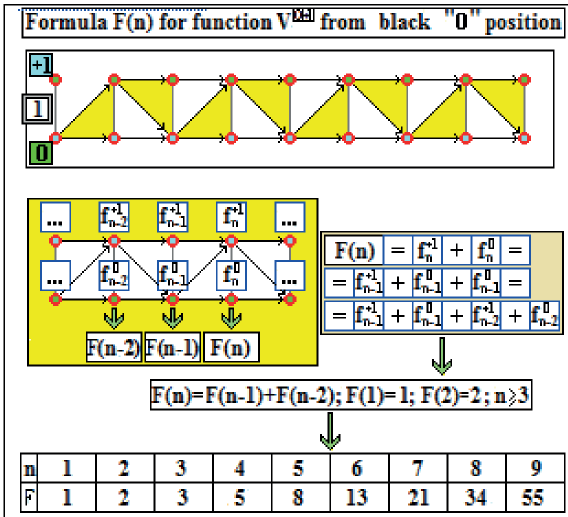
This page is devoted to deducing the formula of function **F(n)** for the following parameters: *a*) a given position is white and belongs to *P2* class, *b*) it is of "**+1**" value; *c*) all possible values of positions in its Sequel are only "**+1**" or "**0**" (comment *1*).
The main recurrent formula of the function is the following: **F(1)=1**; **F(2)=2**; **F(n)=F(n-1)+F(n-2)** for any **n** more or equal to **3** (read comment *1* on the next page).
For deducing this formula we have used some notions: $\mathbf{f^0}_{\mathbf{n}}$ – number of V-Sequences ending by "**0**" for **n**; $\mathbf{f^{+1}}_{\mathbf{n}}$ – number of V-Sequences ending by "**+1**" for **n**. Other notions will be considered later.



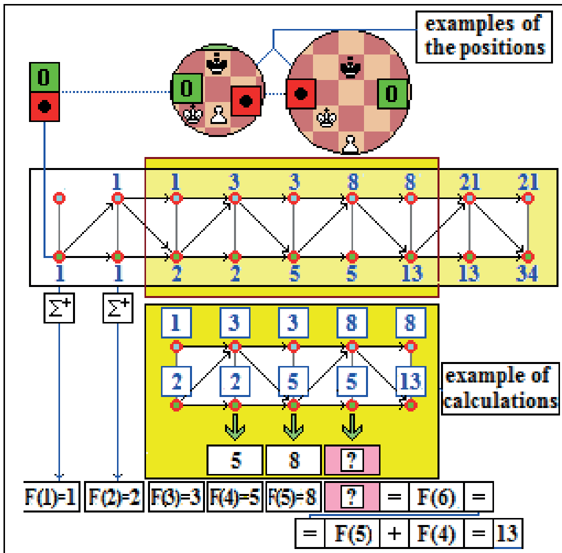
Эта страница посвящена выводу формулы функции **F(n)** при следующих параметрах: *a*) данная позиция – белая и принадлежит *P2* классу, *b*) она имеет "**+1**" оценку; *c*) все возможные оценки позиций в ее Сиквеле – только "**+1**" или "**0**" (комментарий *1*).
Главная рекуррентная формула такая: **F(1)=1**; **F(2)=2**; **F(n)=F(n-1)+F(n-2)** для любого **n** большим или равным **3** (прочитайте комментарий *1* на следующей странице). В выводе мы использовали такие понятия: $\mathbf{f^0}_{\mathbf{n}}$ – число V-Последовательностей, кончающихся "**0**" для **n**; $\mathbf{f^{+1}}_{\mathbf{n}}$ – число V-Последовательностей, кончающихся "**+1**" для **n**. Другие будут рассмотрены позднее.

1. Please compare this page with the next page. Even if the positions being considered are different the function **F(n)** is the same. Thus the first picture shows a general view on **F(n)** while the second picture illustrates it by the example of calculations (we used the light yellow fragment for calculating the number **13** as an element of a sequence for **n=6**).

1. Сравнните эту страницу со следующей. Даже если рассматриваемые позиции разные, функция **F(n)** – одна и та же. Так, первый рисунок показывает общий вид на **F(n)**, в то время как второй иллюстрирует это примером вычислений (мы использовали желтоватый фрагмент для вычисления числа **13** как элемента последовательности при **n=6**).



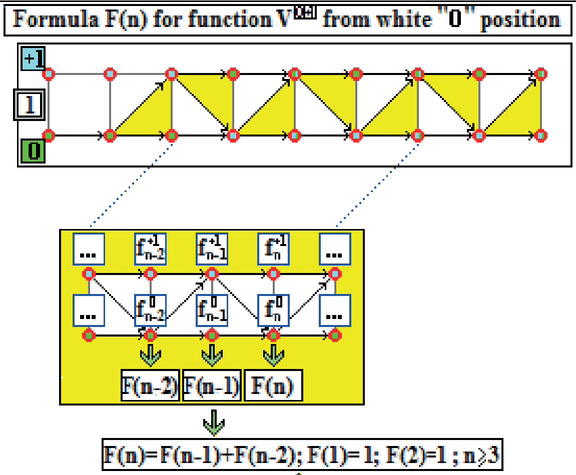
This page is devoted to deducing the formula of function **F(n)** for the following parameters: *a*) a given position is black and belongs to *P2* class, *b*) it is of "**0**" value; *c*) all possible values of positions in its Sequel are only "**0**" or "**+1**" (see comment *1* on the previous page). Again we have the same recurrent formula for function **F(n)**. The properties of this formula will be analyzed soon.



Эта страница посвящена выводу формулы функции **F(n)** при следующих параметрах: *a*) данная позиция – черная и принадлежит *P2* классу, *b*) она имеет "**0**" оценку; *c*) все возможные оценки позиций в ее Сиквеле – имеют только "**0**" или "**+1**" оценку (см. комментарий *1* на предыдущей странице). Снова, мы имеем ту же рекуррентную формулу для функции **F(n)**. Свойства этой формулы будут скоро проанализированы.

1. The recurrent formula means that each element of the sequence (here: for **n** is more or equal **3**) is defined by using the formula connecting elements prior to it. This comment also refers to the previous page.

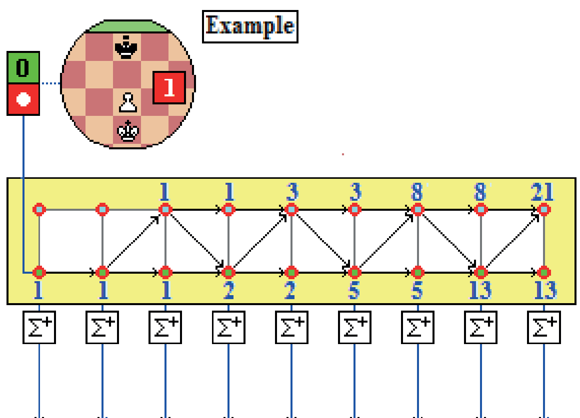
1. Рекуррентная формула означает то, что каждый элемент последовательности (здесь: **n**, большее или равное **3**) определяется через формулу, связывающую элементы до него. Этот комментарий также отностся и для предыдущей страницы.



$F(n)=F(n-1)+F(n-2);\ F(1)=1;\ F(2)=1;\ n\geqslant 3$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F	1	1	2	3	5	8	13	21	34

This page is devoted to deducing the formula of function **F(n)** for the following parameters: *a*) a given position is white and belongs to *P2* class, *b*) it is of “**0**” value; *c*) all possible values of positions in its Sequel are only “**0**” and “**+1**” (see the first page of this chapter). In comparison with the example on two previous pages **F(n)** here is shifted by one step; its first and second elements equal **1**. But the recurrent formula is the same. One of the reasons for this is that the yellow symbolic fragment *1* is simply shifted one step to the right (comment *1*).



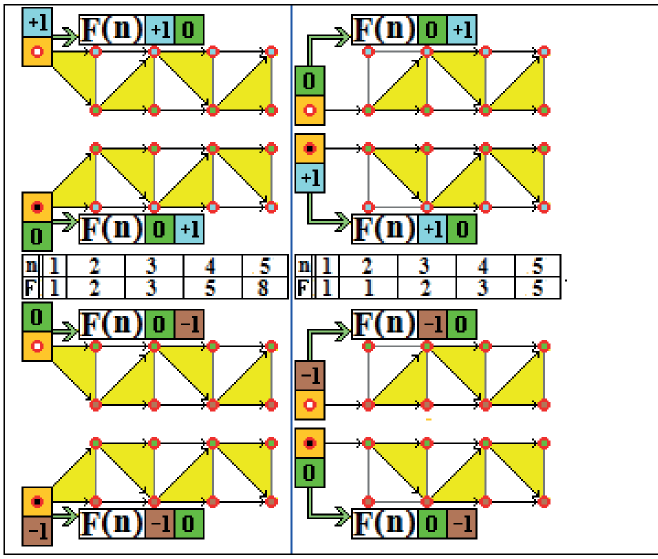
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F	1	1	2	3	5	8	13	21	34

$F(n)=F(n-1)+F(n-2);\ F(1)=1;\ F(2)=1;\ n\geqslant 3$

Эта страница посвящена выводу функции **F(n)** для следующих параметров: *a*) данная позиция - белая и принадлежит *P2* классу, *b*) она имеет “**0**” оценку; *c*) все возможные оценки позиций в ее Сиквеле – только “**0**” или “**+1**” (см. первую страницу этой главы). В сравнении с примерами на двух предыдущих страницах **F(n)** здесь сдвинута на один шаг; ее первый и второй элементы равны **1**. Но рекуррентная формула – все та же. Одна из причин этого в том, что желтый символический фрагмент *1* немного сдвинут вправо на один шаг (комментарий *1*).

1. The yellow triangles alternate by the same manner, see the next page.

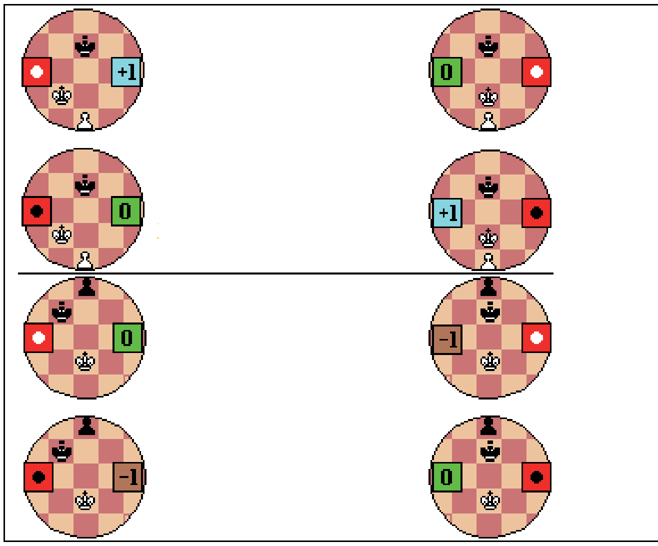
1. Желтые треугольники чередуются таким же образом, см. следующую страницу.



n	1	2	3	4	5
F	1	2	3	5	8

n	1	2	3	4	5
F	1	1	2	3	5

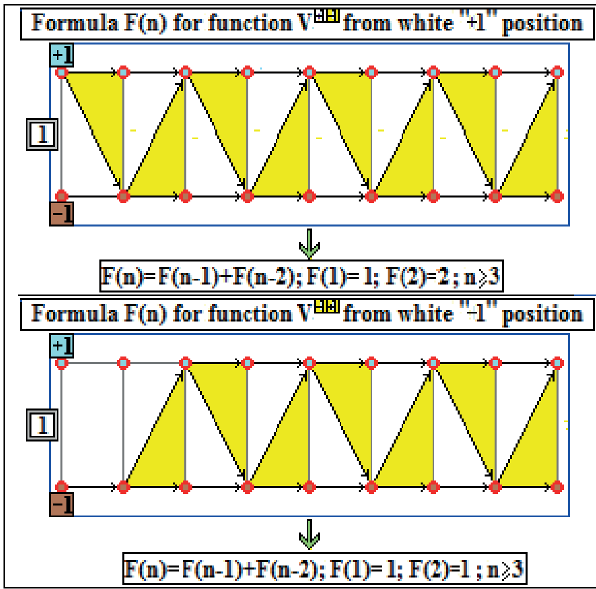
This page concentrates all previous pages of this chapter and gives all variants of function **F(n)**, with the examples of the given positions for each variant (comment *1*). The first picture symbolically shows the yellow strips-variants of **F(n)**, with the strict records and the table formulae corresponding to them. The examples of the given positions are given in the second picture (comment *2*).



Эта страница концентрирует все предыдущие страницы этой главы и дает все варианты функции **F(n)**, с примерами данных позиций для каждого варианта (комментарий *1*). Первый рисунок символически показывает желтые полоски-варианты **F(n)**, со строгими записями и табличными формулами, им соответствующим. Примеры данных позиций даны на втором рисунке (комментарий *2*).

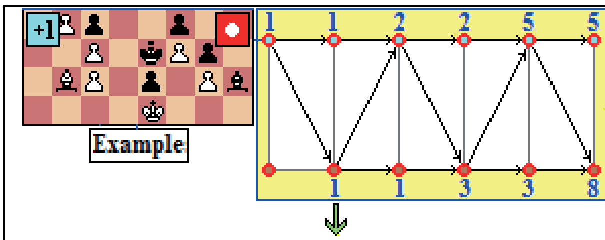
1. This page is analyzing variants of **F(n)** generated by games with positions of only two values, where “**0**” is necessarily present (compare with the next page). *2*. We could take some other positions as the examples.

1. Эта страница анализирует варианты **F(n)**, порожденные партиями с позициями только двух оценок, где “**0**” обязательно присутствует (сравните со следующей страницей). *2*. Мы могли бы взять и другие позиции в качестве примеров.

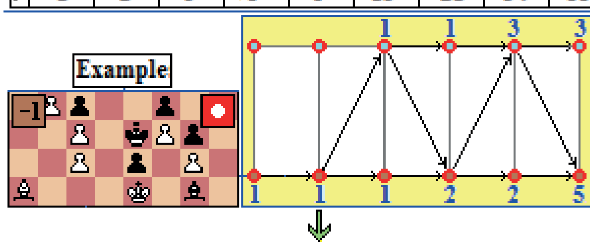


This page is devoted to two variants of function **F(n)** generated by games with positions with only two values, “**-1**” and “**+1**” (comment *1*). We see a complete coincidence of these variants with the concrete variants of **F(n)** on the previous page (as if the value of “**0**” were replaced by “**-1**”).

Now we can explain the difference between these two main variants/formulae (comment *2*). In the upper variants a side can make two moves to the positions different in values. In the lower variants a side is doomed, and all positions to which it can make a move are of the same value with the given position.



n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F	1	2	3	5	8	13	21	34	55

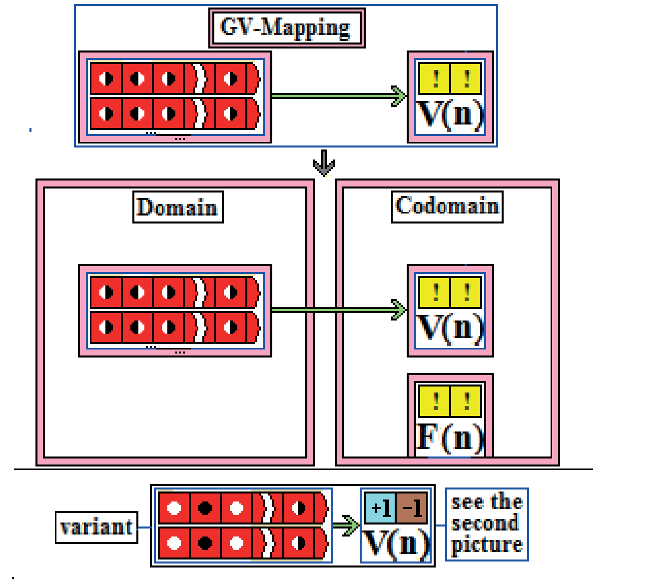


n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F	1	1	2	3	5	8	13	21	34

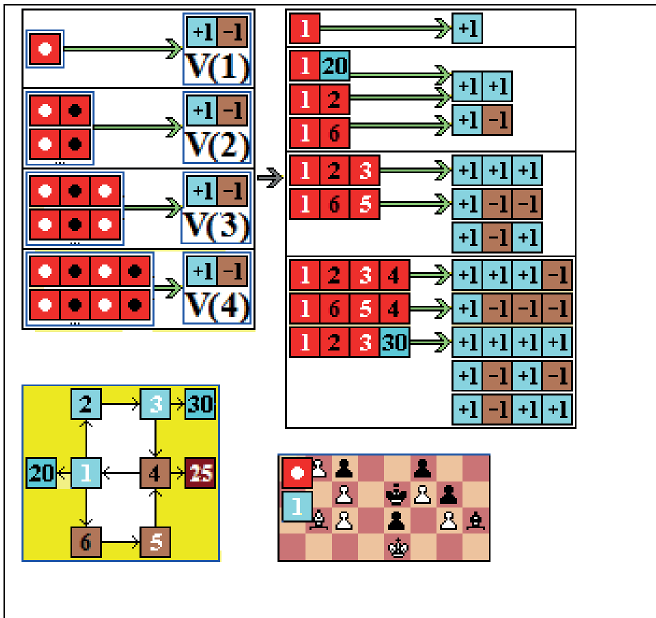
Эта страница посвящена двум вариантам функции **F(n)**, порожденной партиями с позициями только двух оценок: “**-1**” и “**+1**” (комментарий *1*). Мы видим полное совпадение этих вариантов с конкретными вариантами **F(n)** предыдущей страницы (как если бы оценка “**0**” была заменена на “**-1**”). Сейчас мы можем объяснить разницу между этими двумя главными вариантами/формулами (комментарий *2*). В верхних вариантах сторона может сделать два хода к позициям с разными оценками. В нижних вариантах сторона обречена и все позиции, к которым она может перейти, есть позиции той же, что и она сама, оценки.

1. This page gives only the variants with a white given position (compare with the previous page). *2*. It also concerns variants on the previous page.

1. Эта страница дает только варианты с белой данной позицией (сравните с предыдущей страницей). *2*. Это также относится к вариантам на предыдущей странице.



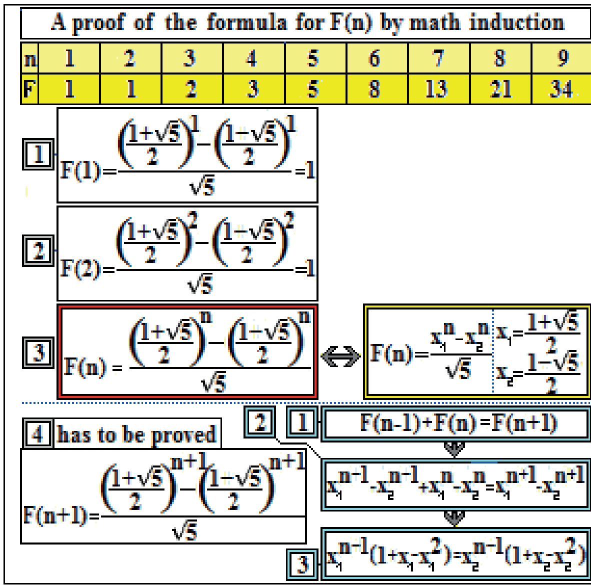
This page gives another view on functions **F(n)** and **V(n).** The first picture shows that they may be considered as codomain of GV-Mapping. A GV-Mapping is the correspondence between a set of games (called domain) and a set of V-Sequences (called codomain), where for each element in domain there is one element of codomain. This definition does not mean that for every element of codomain there is an element of domain. So one may count that codomain contains some elements (in our case: V-Sequences, comment *1*) which do not have elements in domain (games or SG). Elements of codomain corresponding to elements of domain are called images and form a range of function **V(n)**.



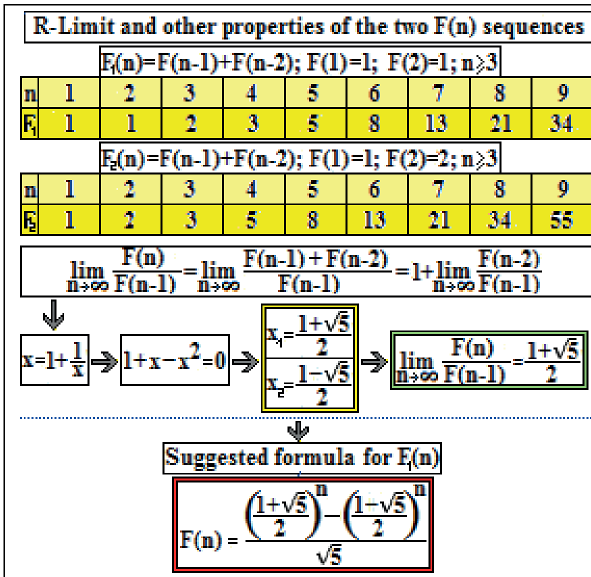
Эта страница дает другой взгляд на функции **F(n)** и **V(n)**. Первый рисунок показывает, что они могут рассматриваться как область значений GV-Отображения. GV-Отображение есть соответствие между множеством партий (областью определения) и множеством V-последовательностей (областью значений), где каждому элементу первого соответствует один элемент второго. Это определеиие не означает, что для каждого элемента области значений есть элемент области определения: есть и такие там элементы (комментарий *1*), которые не имеют элементов в области определения (партиях или SG). Элементы области значений, соответствующие партиям, есть образ **V(n)**.

1. The second picture shows it by an example with a given position. The numbers of V-Sequences in codomain for SG3 and SG4 are more than the numbers of segments of games of lengths 3 and 4. There are some other V-sequences; a total number of them is calculated by function **F(n)**.

1. Второй рисунок показывает это на примере данной позиции. Число V-Последовательностей в области значений для SG3 и SG4 большее, чем число партий длин 3 и 4. Есть и другие V-Последовательности; общее число V-Последовательностей такой-то длины вычисляется определяется функцией **F(n)**.



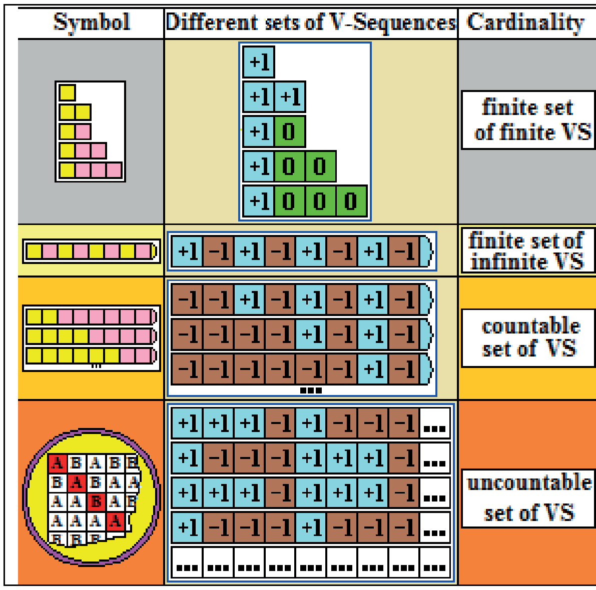
The first picture shows a proof of the formula for **F_1(n)** suggested from calculating the R-limit made in the second picture (comment *1*). The proof itself consists of 4 stages marked by the small gray squares. Stages *1* and *2* check that the suggested formula is true for **n=1** and **n=2**. Stage *3* is the assumption that the suggested formula is true. In stage *4* we have to prove that the formula is also true for **n+1** under this assumption. The proof of stage *4* is shown by three blue stages at the right low part of the first picture. In stage *3* we used a fact that both parts of the equation equal to **0** since they contain the 0-parts defined by the roots x_1 and x_2 (a yellow rectangle of the second picture).



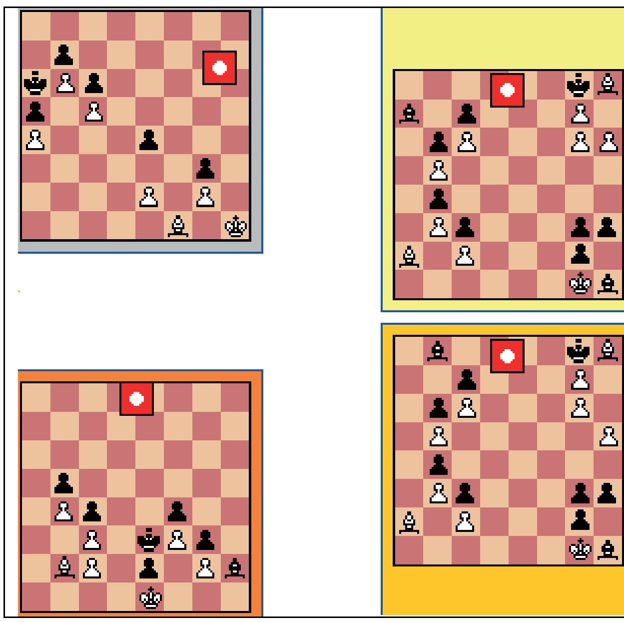
Первый рисунок дает доказательство формулы **F_1(n)**, предложенной из вычисления предела второго рисунка (комментарий *1*). Доказательство состоит из 4 стадий, помеченных малыми серыми квадратами. Стадии *1* и *2* проверяют, что предложенная формула верна для **n=1** и **n=2**. Стадия *3* – предположение, что формула верна. В стадии *4* мы должны доказать, что формула верна для **n+1** по данному предположению. Доказательство стадии *4* показано тремя синими стадиями первого рисунка. В стадии *3* мы использовали факт, что обе части уравнения равны 0, так как они содержат **0**-части, определяемые корнями x_1 и x_2 (желтый прямоугольник второго рисунка).

1. A text of this page is for readers with the special math education, so it may be omitted. Here we prove the analytical form of **F**-sequence for which we use a notion of limit of the ratio of two successful elements of **F**-sequence (see the General Preface).

1. Текст этой страницы рассчитан на читателей со специальной математической подготовкой и ее можно пропустить. Здесь доказывается предлагаемая аналитическая форма для **F**-последовательности, для чего используется понятие предела отношения двух последовательных чисел **F**-последовательности (см. Общее Предисловие).



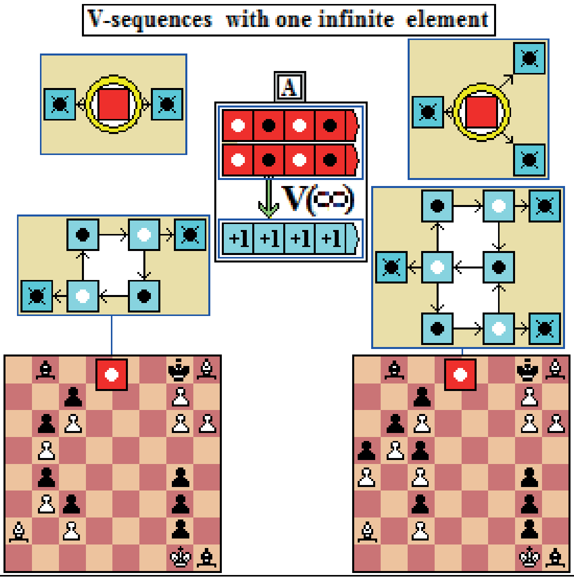
Chapter *86*. “Infinite V-Sequences”. The first picture shows four different sets of V-Sequences with their symbols, examples, and cardinalities. Three of them devoted to the sets with the infinite V-Sequences, we are going to analyze in this chapter (comment *1*). Also there are some other notes for this chapter. We will discuss only V-Sequences consisting of two values. For reflecting sets with different cardinalities (the “number of elements” for mostly infinite sets) we have used the so-called CPV, Color Point of View, with the specific reddish hues for sets with increasing cardinalities.



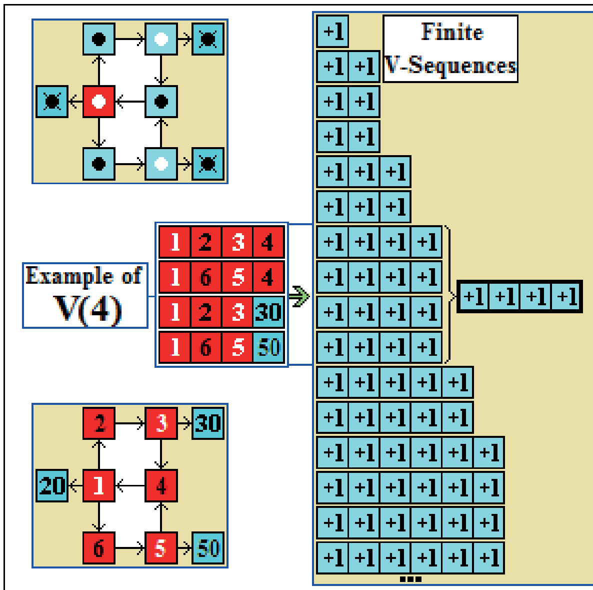
Глава *86*. “Бесконечные V-Последовательности”. Первый рисунок показывает 4 разные множества V-Последовательностей с их символами, примерам и мощностями. Три из них посвящены множествам с бесконечными V-Последовательностями (для этой главы - только с двумя оценками); мы их и проанализируем в этой главе (комментарий *1*). Для отражения множеств с разными мощностями (“число элементов” в основном для бесконечных множеств) мы использовали так называемую CPV, Цветную Точку Зрения, со специфическими красноватыми оттенками для множеств с увеличивающимися мощностями.

1. The second picture shows the given positions, games from which generate all these sets. As we established earlier, a set of V-Sequences generated by games from the very upper position has already been discussed (it does not contain infinite V-Sequences).

1. Второй рисунок показывает данные позиции, партии от которых порождают все эти множества. Как мы установили ранее, множество V-Последовательностей, порождаемое партиями от самой верхней позиции уже обсуждено (оно не содержит бесконечных V-Последовательностей).



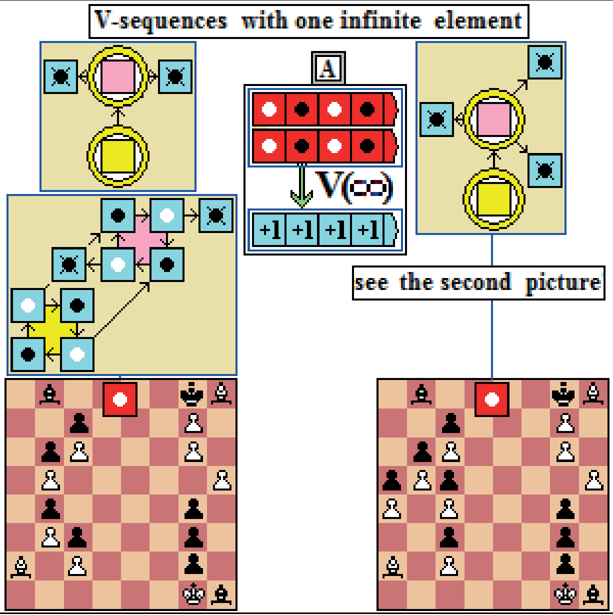
This page shows two very simple cases, each with one infinite V-Sequence consisting of only "**+1**" elements. The first picture shows two given *P2W* positions with their Graphs (comment *1*). The right position with its Graph is detailed in the second picture. This picture also gives a set of finite V-Sequences (comment *2*). We confirm that there is only one infinite V-Sequence consisting of "**+1**" elements even though a number of games is uncountable (details are later).



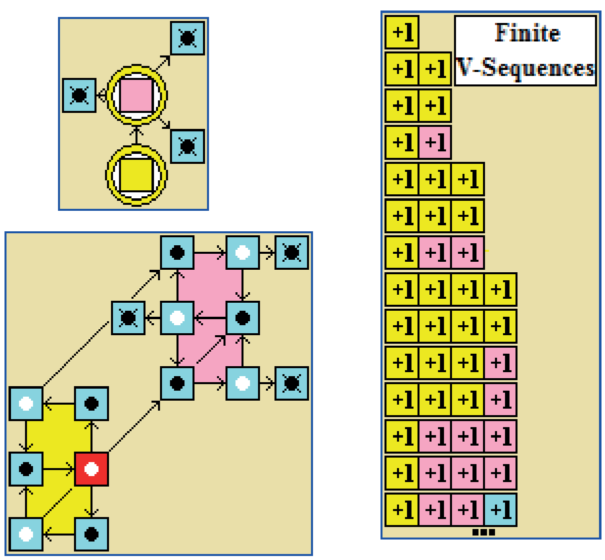
Эта страница показывает два очень простых случая, каждый с одной бесконечной V-Последовательностью, состоящей из только "**+1**" элементов. Первый рисунок показывает две данные *P2W* позиции со своими Графами (комментарий *1*). Правая позиция со своим Графом подробно дана на втором рисунке. Этот рисунок также дает множсство конечных V-Последовательностей (комментарий *2*). Мы подтверждаем, что существует только одна бесконечная V-Последовательность, состоящая из только "**+1**" элементов, даже при том, что число партий несчетно (подробности позже).

1. Since *P2W* (White) position is a position Sequel of which contains only positions with the same value (here: equal to "**+1**") all V-sequences consist of "**+1**" elements. *2*. We have shown an example of function **V(4)**. Its image has one V-sequence consisting of four "**+1**" elements. This V-sequence is a reflection of four games of the length **n=4**.

1. Так как *P2W* (Белая) позиция есть такая, в которой ее Сиквел состоит только из позиций той же, что и она, оценки (здесь: "**+1**"), то все V-Последовательности состоят из "**+1**" элементов. *2*. Мы показали пример функции **V(4)**. Ее образ имеет одну V-Последовательность из "**+1**" элементов. Эта V-Последовательность – отражение партий длины **n=4**.



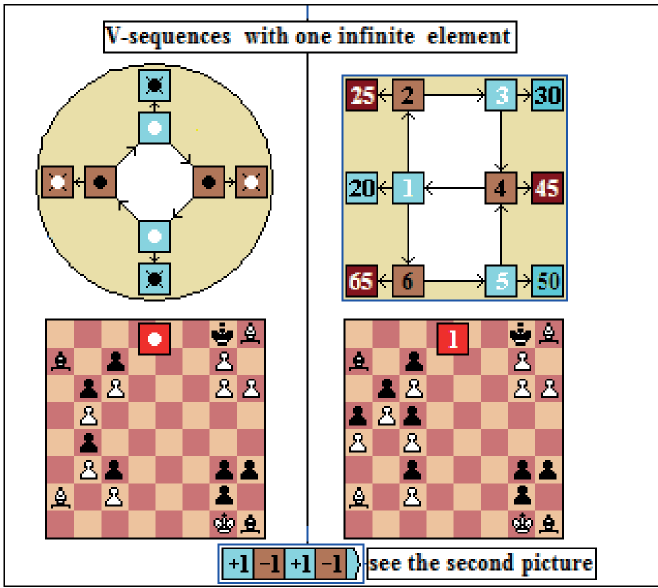
This page also shows two simple cases, each with one infinite V-Sequence consisting of only "**+1**" elements. Only this time we used the given positions Sequels of which consist of two Types (compare with the examples on the previous page). The Graphs of them and schemes of connections are shown in the upper part of the first picture. The second picture also gives the detailed Graph of the right example and a set of finite V-Sequences generated by games from its initial position (comment *1*). Again there is only one infinite V-Sequence consisting of "**+1**" elements (comment *2*).



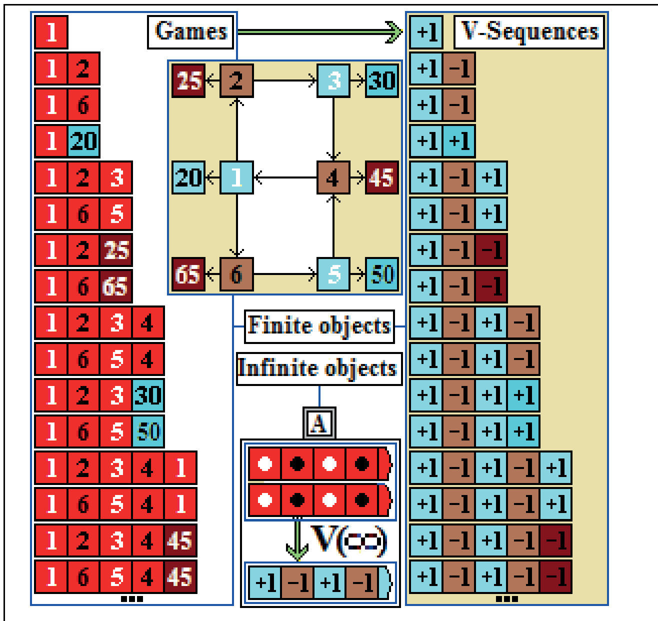
Эта страница также показывает два простых случая, каждый с одной бесконечной V-Последовательностью из только "**+1**" элементов. Только в этот раз мы использовали позиции, Сиквелы которых состоят из двух Типов (сравннте с примерами на предыдущей странице). Их Графы и схемы соединений показаны в верхней части первого рисунка. Второй рисунок также дает подробный Граф правого примера и множество конечных V-Последовательностей, рожденных из партий от начальной позиции (комментарий *1*). Снова, имеется только одна бесконечная V-Последовательность из "**+1**" элементов (комментарий *2*).

1. This time we used the yellow and pink colors to reflect elements of V-Sequences generated by games from the positions of two different Graphs. *2*. There is a fragment "A" in the first picture which reflects it.

1. В этот раз мы использовали желтый и розовый цвета для отражения элементов V-Последовательности, произведенной партиями от позиций двух разных Графов. *2*. Есть фрагмент "A" первого рисунка, отражающий этот факт.



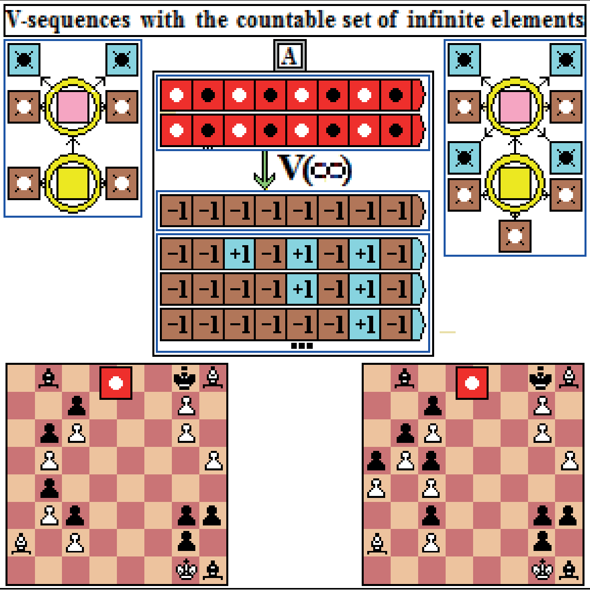
Again this page shows two cases, each with one infinite V-Sequence. Only now this V-sequence consists of alternating “**+1**” and “**-1**” elements. The first picture shows two given positions with their Graphs (comment *1*). The right position with its Graph is detailed in the second picture. This picture also gives a set of finite V-Sequences. There is only one infinite V-Sequence consisting of alternating “**+1**” and “**-1**” because: *a*) this V-sequence reflects only infinite games; *b*) these games consist of positions of alternating values (according to comment *1*).



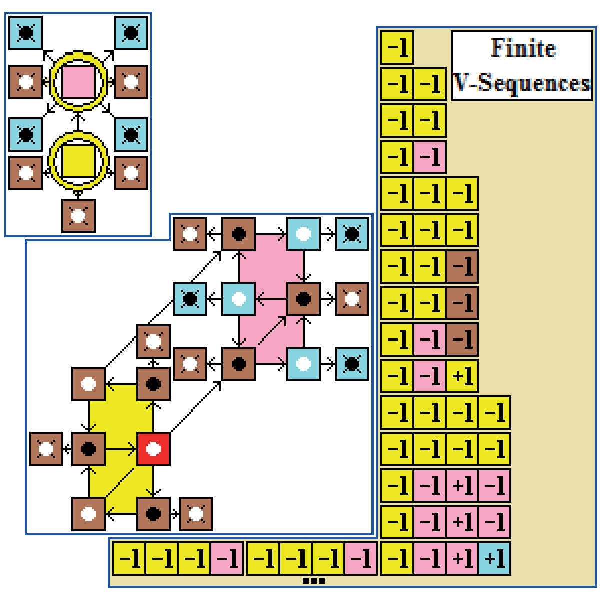
Снова, эта страница показывает два случая, причем каждый с одной бесконечной V-Последовательностью. Только сейчас эта V-Последовательность состоит из чередующихся “**+1**” и “**-1**” элементов. Первый рисунок показывает две данные позиции с их Графами (комментарий *1*). Правая позиция со своим Графом подробна дана на втором рисунке. Этот рисунок также дает множество конечных V-Последовательностей. Существует только одна бесконечная V-Последовательность из чередующихся “**+1**” и “**-1**”, так как: *a*) она отражает только бесконечные партии; *b*) эти партии состоят из чередующихся в оценках позиций (согласно комментарию *1*).

1. These positions are similar to each other in a sense that all white position have “**+1**” value, all black positions have “**-1**” value.

1. Эти позиции подобны друг другу в том смысле, что все белые позиции имеют “**+1**” оценку, а все черные - “**-1**” оценку.



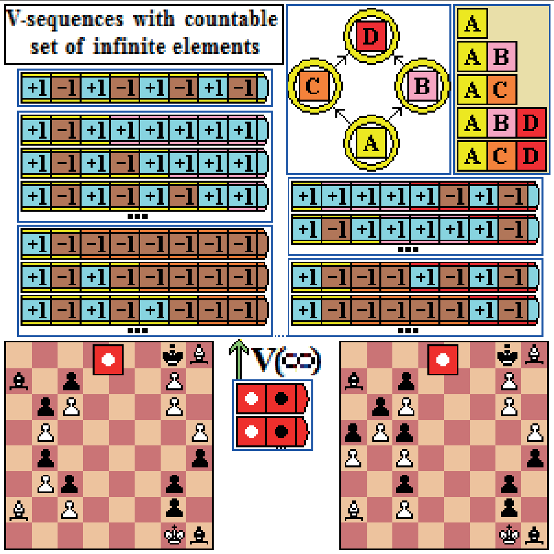
Please read comment *1*. The two positions generate two schemes with two Types each, the yellow one and pink one. Since all positions in the yellow Type are of “**-1**” value, V-Sequences reflecting games inside the yellow Type consist of only “**-1**” elements. It gives one infinite V-Sequence with only “**-1**” elements. Games in both Types give V-Sequences with two parts: *a*) a part with only “**-1**” elements (reflecting a play inside the yellow Type); *b*) a part with alternating elements (“**+1**” and “**-1**”) reflecting a play in the pink Type. A set of all V-Sequences is countable because we may numerate all V-Sequences depending on the lengths of the parts mentioned above.



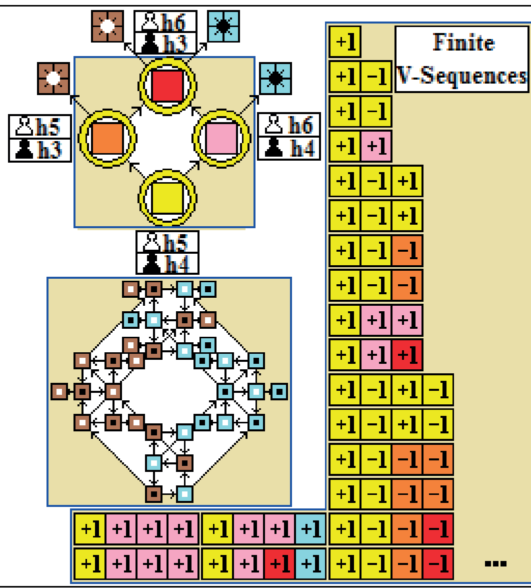
Прочитайте комментарий *1*. Эти позиции производят две схемы из двух Типов, желтого и розового. Так как все позиции в желтом Типе - “**-1**” оценки, V-Последовательности, отражающие партии внутри него состоят только из “**-1**” элементов. Это дает одну бесконечную V-Последовательность с только “**-1**” элементами. Партии в обоих Типах дают V-Последовательности с двумя частями: *a*) часть с только “**-1**” элементами (отражающая игру внутри желтого Типа); *b*) часть с чередующимися “**+1**” и “**-1**”, отражающая игру в розовом Типе. Множество всех V-Последовательностей счетно, так как мы можем пронумеровать их в зависимости от длин вышеупомянутых частей.

1. This page is devoted to the countable sets of V-Sequences. The first picture shows two similar examples based on the given positions in its lower part. The position at right is one of the positions of the first page of this chapter.

1. Эта страница посвящена счетным множествам V-Последовательностей. Первый рисунок показывает два похожих примера, основанных на данных позициях. Позиция справа есть одна из позиций первой страницы этой главы.



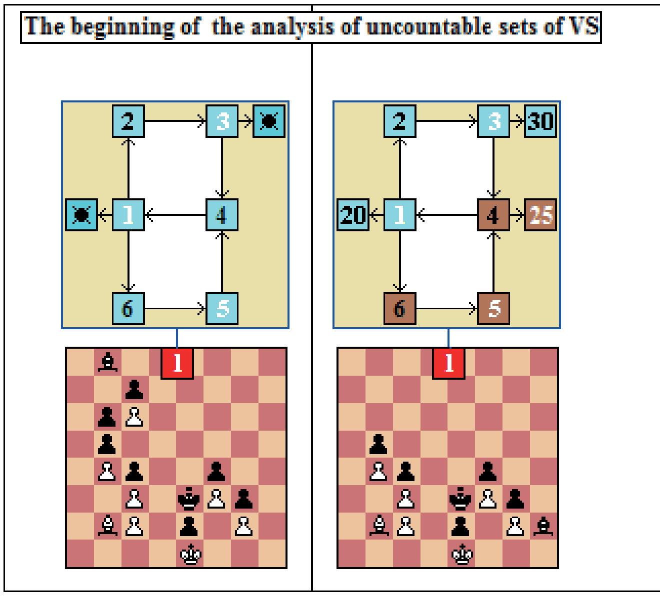
Two positions generate two schemes, each with four Types and given by the different colors. The white positions in the yellow Type are of “**+1**” value, black positions are of “**-1**” value. One infinite V-Sequence reflecting infinite games inside the yellow Type has alternating “**+1**” and “**-1**” elements. Positions in the orange Type are of “**-1**” value; in the pink Type are of “**+1**” value. Games in these Types give V-Sequences with two or three parts: *a*) a part with alternating “**+1**” and “**-1**” elements; *b*) a part with “**+1**” or “**-1**” elements; c) a part with alternating “**+1**” and “**-1**” elements (comment *1*). A set of all V-Sequences is countable because we may numerate all V-Sequences depending on the lengths of the parts mentioned above.



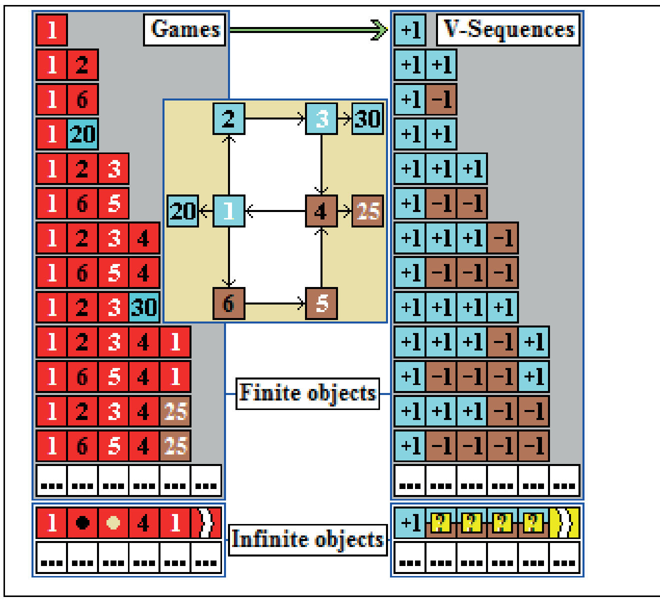
2 позиции производят 2 схемы, каждая с 4 Типами (таких то цветов) и данными позициями. Белые позиции желтого Типа - “**+1**”; черные - “**-1**”. Одна бесконечная V-Последовательность, отражающая партии внутри желтого Типа, имеет чередующиеся “**+1**” и “**-1**”-ы. Позиции оранжевого Типа “**-1**”; розового “**+1**”. Партии в этих Типах дают V-Последовательности с 2 или 3 частями: *a*) часть с чередующимися “**+1**” и “**-1**”; *b*) часть с только “**+1**” или “**-1**”; c) часть с чередующимися “**+1**” и “**-1**” (комментарий *1*). Множество всех V-Последовательностей счетно, т.к. мы можем занумеровать их в зависимости от длин упомянутых частей.

1. We have divided V-Sequences into some specific groups reflecting a play inside specific Types. These V-Sequences are additionally framed in specific colors corresponding to the colors of the Types.

1. Мы разделили V-Последовательности на специфические группы, отражающие игру внутри специфических Типов. Эти V-Последовательности дополнительно оплосаны цветами, соответствующими цветам Типов.



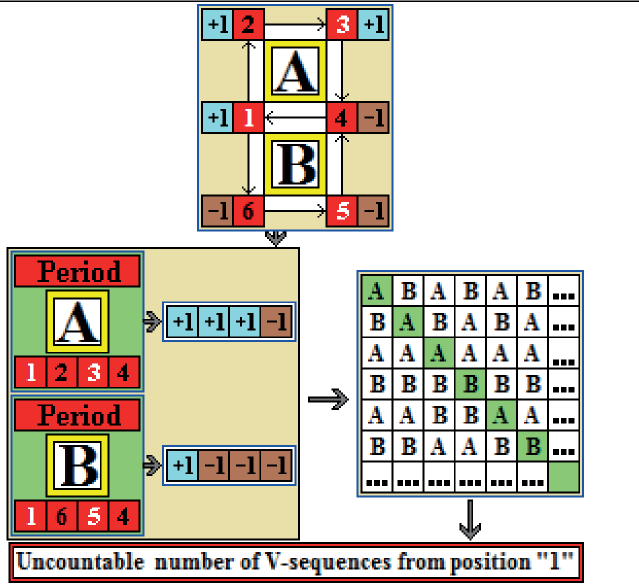
This page begins analyzing the sets of V-Sequences with uncountable number of elements. The first picture shows two Graphs with the given positions which we are going to explore with regard to games and V-Sequences generated by them. The left position is *P2W* and its Graph consists of only "**+1**" positions. There is only one "**+1**" infinite V-sequence reflecting any infinite game. The right position has "**+1**" value but its Type and games from it consist of both "**+1**" and "**-1**" positions (see the second picture and comment *1*). We are going to prove that there is the uncountable set of infinite V-Sequences generated by games from the given position.



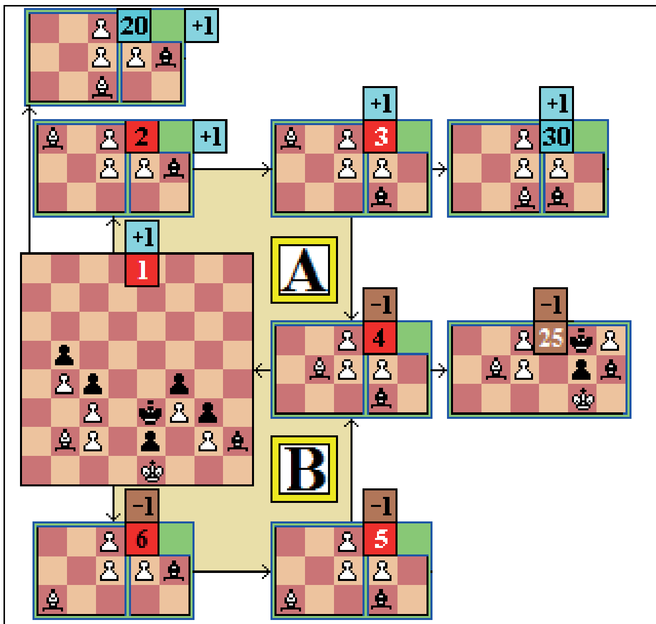
Эта страница начинает анализ несчетных множеств V-Последовательностей. Первый рисунок показывает два Графа с позициями, которые мы проанализируем относительно партий и V-Последовательностей, рожденных ими. Левая позиция есть *P2W* и ее Граф состоит из только "**+1**" позиций. Имеется одна "**+1**" бесконечная V-Последовательность, отражающая любую бесконечную партию. Правая позиция имеет "**+1**" оценку, но ее Тип и партии от нее состоят как из "**+1**", так и "**-1**" позиций (см. второй рисунок и комментарий *1*). Мы докажем, что имеется несчетное множество бесконечных V-Последовательностей, порожденных партиями от данной позиции.

1. We have already discussed a finite set of V-Sequences from this position. So, the second picture copies some results with regard to the finite objects and offers some infinite objects to think about (the lower part of the picture).

1. Мы уже обсуждали конечное множество V-Последовательностей от этой позиции. Так что, второй рисунок копирует некоторые результаты относительно конечных объектов и предлагает подумать о бесконечных (нижняя часть этого рисунка).



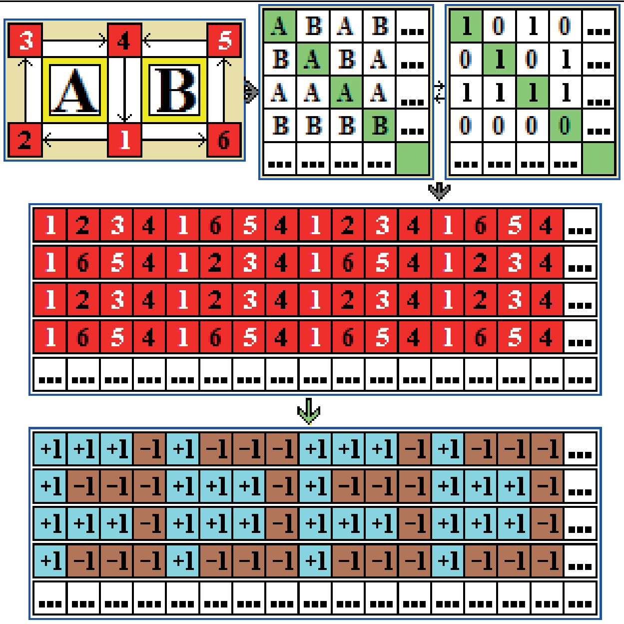
The detailed Type of position *1* is shown in the second picture (since we are interested in the infinite V-Sequences which are formed from infinite games, one may operate only with positions of *TI* Type). This Type consists of 6 positions organized in two contours, *A* and *B*. Contour *A* consists of positions *1*; *2*; *3*; *4*; contour *B* consists of positions *1*; *6*; *5*; *4* (comment *1*). Now we may construct any infinite game by using contours *A* and *B* (see the first picture). It results in creating the infinite, assumingly countable, table shown in the right part of the picture. But a main “reversed” diagonal of this table cannot be a row what means that a set of all V-Sequences is uncountable (comment *2*).



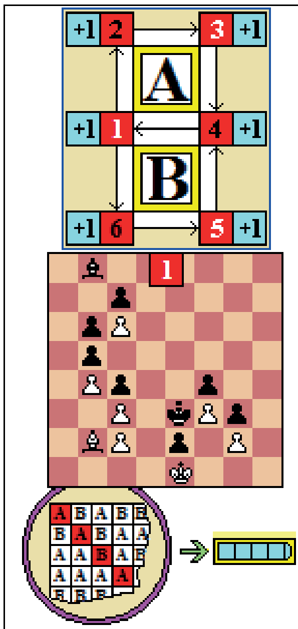
Подробный Тип позиции *1* дан на втором рисунке (так как мы заинтересованы в бесконечных V-Последовательностях, которые образуются из бесконечных партий, можно оперировать только с позициями *TI* Типа). Этот Тип состоит из 6 позиций, организованных в два контура, *A* и *B*. Контур *A* состоит из позиций *1*; *2*; *3*; *4*; *B* – из *1*; *6*; *5*; *4* (комментарий *1*). Сейчас мы можем построить любую бесконечную партию контурами *A* и *B* (первый рисунок). Это создает бесконечную, предположительно счетную, таблицу (правая часть рисунка). Но ее главная обращенная диагональ не может быть рядом таблицы, а значит, что множество V-Последовательностей несчетно (комментарий *2*).

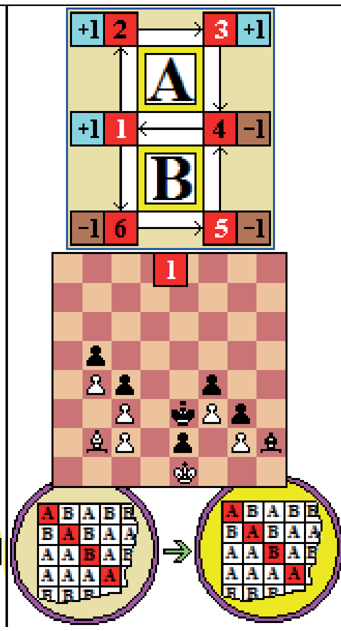
1. Note that the positions in these cycles are of different values when we pass them successfully. *2*. This is a rough and very short explanation. Details are on the next page.

1. Заметим, что позиции в этих циклах имеют разные оценки, когда мы их обходим последовательно. *2*. Это грубое и очень короткое объяснение. Подробности на следующей странице.



The proof of the previous page may be extended for any positions, Graphs of which are similar to the Graph shown in the first picture. Below is a general proof for the unaccountability of a set of V-Sequences generated by games from the position of such Graph. The graph consists of two periods (contours). Period *A*="1-2-3-4" may be denoted as **1**; period *B*="1-6-5-4" may be denoted as **0**. Since any game and V-sequence from position *1* is a sequence of these periods, the sets of these games and V-Sequences are equivalent to the uncountable set of **1-0** sequences (comment *1*). There is the important note. In order a set of V-Sequences to be the uncountable set, periods A and B have to have different in values positions. We will discuss it more deeply.

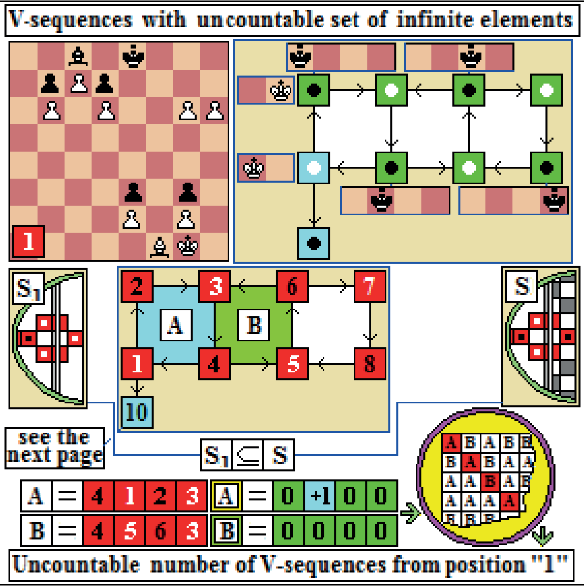




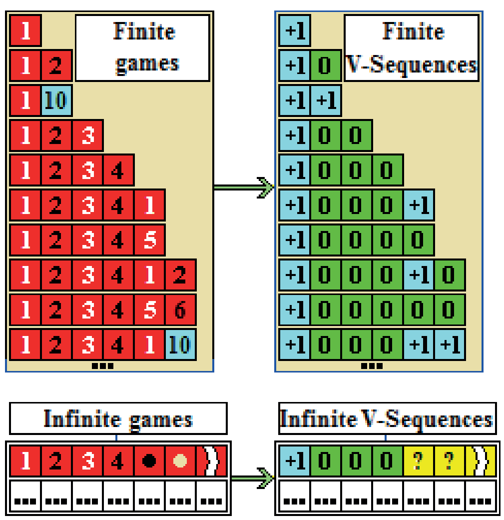
Предыдущее доказательство может быть применено для любых позиций, Графы которых подобны Графу первого риснка. Ниже общее доказательство несчетности множества V-Последовательностей из партий позиций такого Графа. Граф состоит из двух периодов. Период *A*="1-2-3-4" обозначен **1**; период *B*="1-6-5-4" - **0**. Так как любая партия или V-Последовательность от позиции *1* есть последовательность этих периодов, множества партий и V-Последовательностей равносильны множеству **1-0** последовательностей (комментарий *1*). Важное замечание. Чтобы множество V-Последовательностей было несчетным, периоды *A* и *B* должны различаться в оценках позиций. Мы это и обсудим глубже.

1. The fact that "a set of all **1-0** infinite sequences is uncountable" is the well-known fact from the set theory. You may also see some pages of Parts *1*, *2* of this whole theory. Have in mind however that earlier we proved unaccountability of games but now we deal with V-sequences (read the important note in the main text).

1. Факт того, что «множество **1-0** последовательностей несчетно" – хорошо известен из теории множеств (он используется в Частях *1*, *2* всей теорни). Однако имейте ввиду, что ранее (в Частях *1* и *2*) мы доказывали несчетность партий, а сейчас - несчетность V-Последовательностей (прочтите важное замечание в главном тексте).



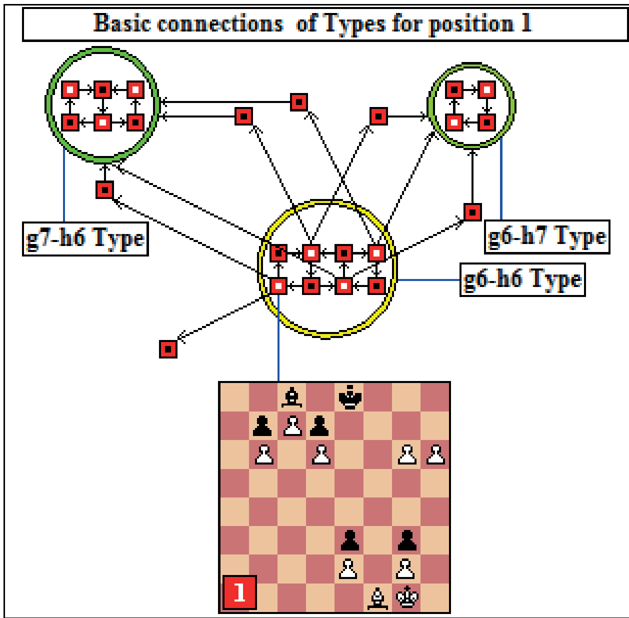
Please read comment *1* on the next page. The first picture shows a given “**+1**” position with a Graph of its Type. Position *1* is won for White but only by the move “pawn h7” (passing to another Type). The Type of position *1* consists of 8 positions. Two contours of it are painted by the blue and green colors. These contours secure a fact that a set of V-Sequences generated by games from position *1* is uncountable (comment *1* below). Really, the blue contour *A*="4-1-2-3" and the green contour *B*="4-5-6-3" have the positions different in values. By denoting them as “periods” we may use the scheme of a proof of the previous page. So, we have the uncountable set of V-Sequences.



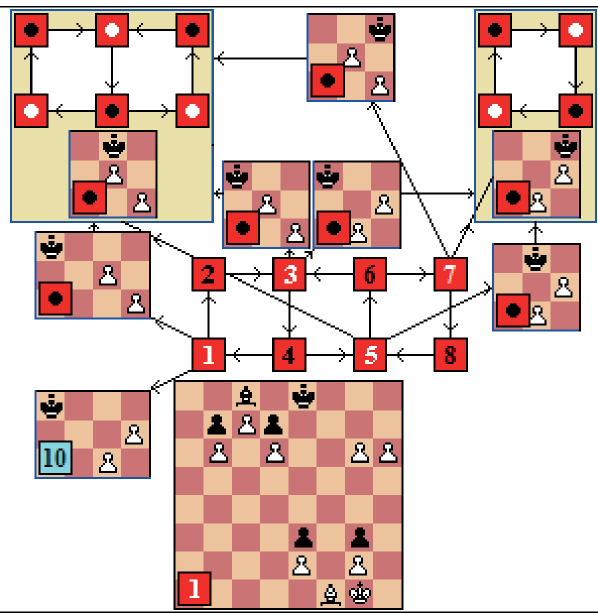
Прочтите комментарий *1* на следующей странице. Первый рисунок показывает заданную “**+1**” позицию с Графом ее Типа, состоящего из 8 позиций (она выиграна для Белых, но только ходом пешки на *h7*). Два контура раскрашены синим и зеленым цветами. Эти контуры обеспечивают факт, что множество V-Последовательностей, рожденных партиями от позиции *1*, несчетно (комментарий *1* ниже). Действительно, синий контур *A*="4-1-2-3" и зеленый *B*="4-5-6-3" имеют позиции разных оценок. Обозначая их как “периоды”, мы можем использовать схему доказательства предыдущей страницы. Поэтому мы имеем несчетное множество V-Последовательностей.

1. We have denoted all games (V-Sequences) using all positions of the Type (from position *1*) as S. The games using only two colored contours are denoted as S_1. S_1 is a subset of S. If we prove that S_1 is uncountable, S (or V-Sequences) also is uncountable set.

1. Мы обозначили все партии (V-Последовательности), использующие все позиции Типа (от позиции *1*) как S. Партии, использующие только два цветных контура обозначены как S_1. S_1 есть подмножество S. Если мы докажем, что S_1 несчетно, то S (или V-Последовательности) также будет несчетным.



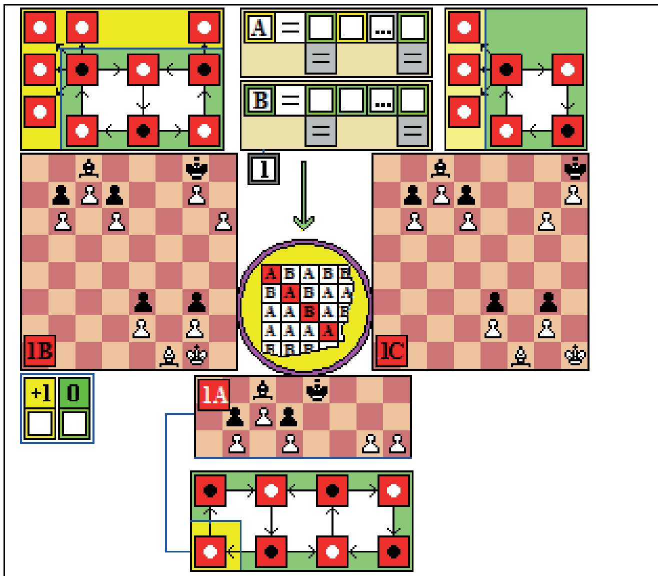
The first picture shows the basic connections of Types for position *1*. We want to find out from what Types and games the specific sets of V-Sequences arise. There are three basic *TI* Types. They are named by the specific locations of white pawns. The Type of position *1* is “g6-h6” Type. The Type after the White’s move “pawn h7” is named by “g6-h7” Type. The Type after the White’s move “pawn g7” is named by “g7-h6” Type. Type “g6-h6” is mostly discussed on the previous page. We established the fact that since this Type contains two contours with the positions of the different values; there is the uncountable set of V-Sequences generated by games from the positions of those contours.



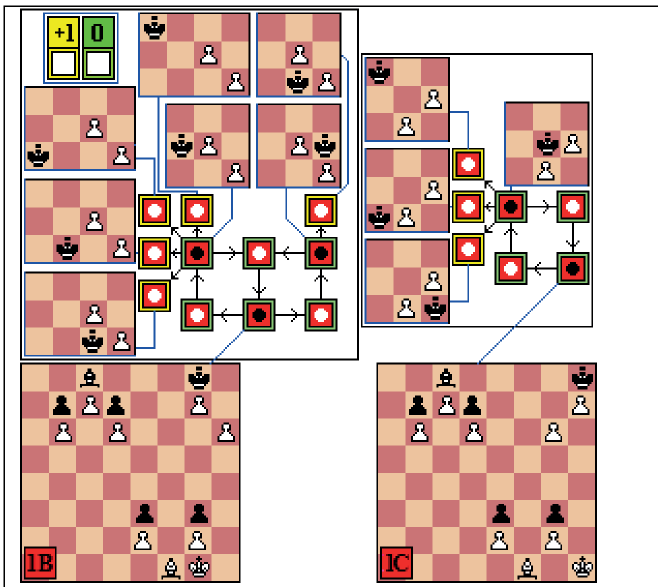
Первый рисунок дает схему основных соединений Типов для позиции *1*. Мы хотим найти, от каких Типов и партий образуются такие-то множества V-Последовательностей. Есть 3 основных *TI* Типа, названные по расположению пешек. Тип позиции *1* есть “g6-h6” Тип. Тип после хода Белых пешкой на *h7* назван “g6-h7”-Типом. Тип после хода пешкой на *g7* назван “g7-h6” Типом. Тип “g6-h6” в основном проанализирован на предыдущей странице. Мы установили, что: так как этот Тип содержит два контура с позициями разных оценок, имеется несчетное множество V-Последовательностей, рожденных партиями позиций этих контуров.

1. This page, the previous one and the next one are devoted to some similar examples (in particular Types) illustrating the unaccountability of some sets of V-Sequences. Please consider these three pages together.

1. Эта страница, а также предыдущая и следующая страницы, посвящены похожим примерам (в частности, Типам), иллюстрирующим несчетность некоторых множеств V-Последовательностей. Рассматривайте их совместно.



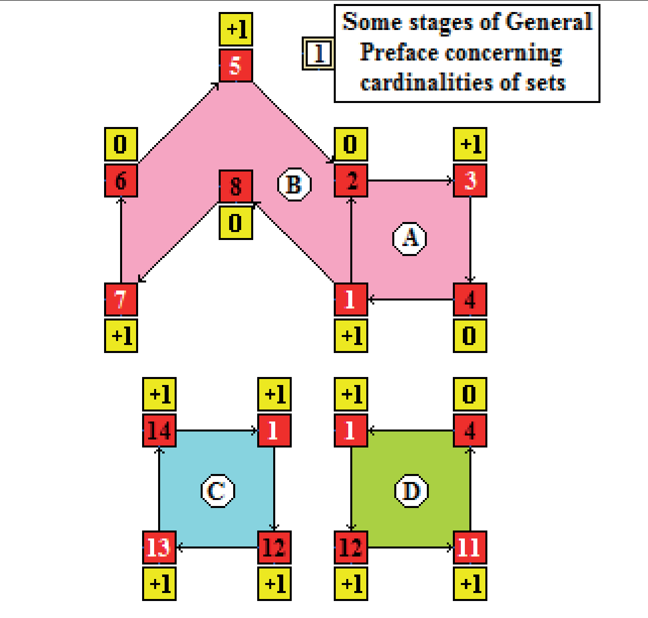
The first picture shows that the uncountable sets of V-Sequences are formed inside other basic *TI* Types. The reason of that is in dividing each such Type into the yellow and green contours, consisting of positions with the different values. The second picture details it by showing the specific positions of these contours (comment *1*). If a play goes along the yellow contour we have "**+1**" elements of V-Sequences. If a play goes along the green contour we have "**0**" elements of V-Sequences. By combining games along these contours we have "A-B" (or "**1-0**") scheme of creating the uncountable sets of V-Sequences (it is reflected by fragment *1* of the first picture, with the special symbol).



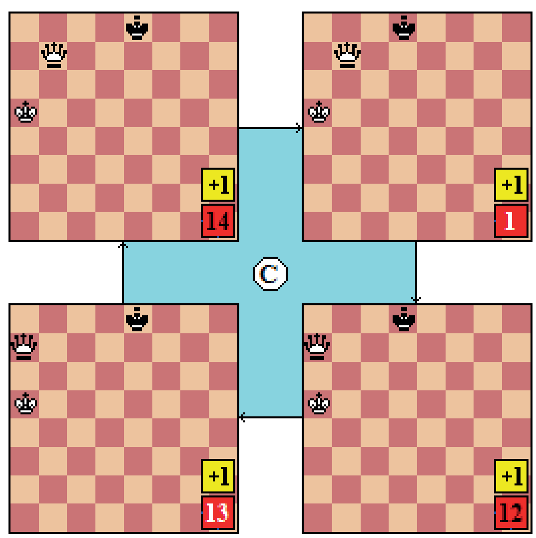
Первый рисунок показывает, что несчетные множества формируются внутри и других основных *TI* Типов. Причина – в разделении каждого Типа на желтые и зеленые контуры, состоящие из позиций разных оценок. Второй рисунок побробно это объясняет показом этих контуров (комментарий *1*). Если игра идет по желтому контуру, то имеем "**+1**" элементы V-Последовательностей. Если по зеленым контурам – то "**0**" элементы. Комбинируя партии из этих контуров, мы имеем "A-B" (или "**1-0**") схему создания несчетных множеств V-Последовательностей (это отражено фрагментом *1* первого рисунка, со специальным символом).

1. In fact "g7-h6" Type and "g6-h7" Type consist of more than 6 and 4 positions respectively. The second picture shows only their 6-vertices and 4-vertuces subgraphs reflecting the Black "**0**" Strategy. A black king should be on squares *f7*, *g8*, *h7* in "g7-h6" Type and *g7*, *h8* in the "g6-h7" Type to secure "**0**" value.

1. Реально, "g7-h6" Тип и "g6-h7" Тип состоят из более чем 6 и 4 позиций соответственно. Второй рисунок показывает только 6- и 4-вершинные подграфы, отражающие Черную "**0**" Стратегию. Черный король должен быть на *f7*, *g8*, *h7* в "g7-h6" Типе и на *g7*, *h8* в "g6-h7" Типе для "**0**" оценки.



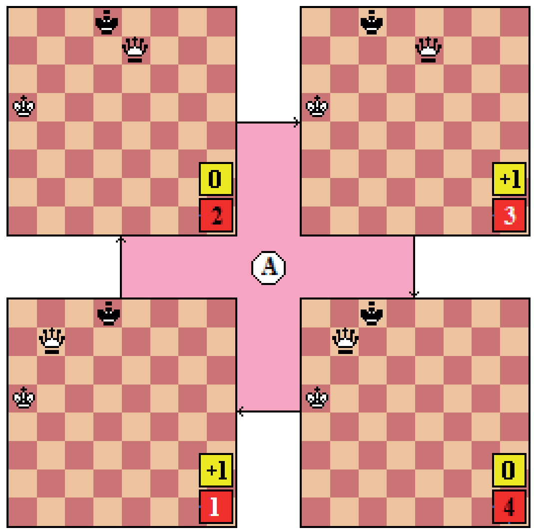
Please read the comment. The first picture shows some stages of the General preface concerning cardinalities of sets. We will successfully analyze some simple contour Graphs consisting of positions of different values. The second picture shows a blue Graph consisting of only "**+1**" positions of KQK-Balance. If a game goes along this contour several times we get "**+1**" V-Sequence-constant. So a number of those V-Sequences is either finite or countable. Note that we may easily construct many other correct "**+1**" games by moving a queen and black king on the seventh and eighth ranks respectively (the queen only must not blunder herself of stalemate the black king). So even if a number of correct "**+1**" games is uncountable the cardinality of V-Sequences is not more than countable.



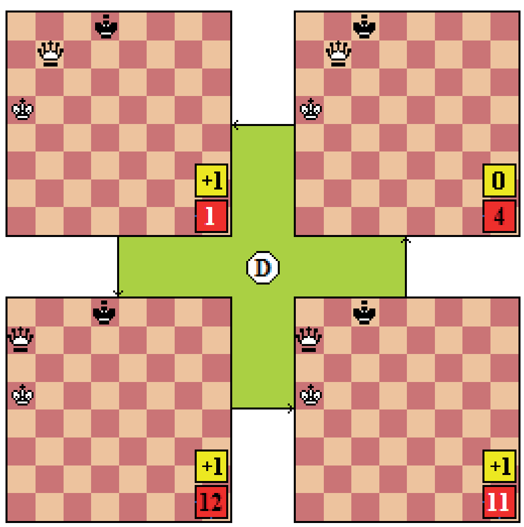
См. комментарий. Первый рисунок показывает стадии Общего Предисловия о мощностях множеств. Второй рисунок показывает синий Граф из только "**+1**" позиций KQK-Баланса. Если партия идет вдоль контура несколько раз мы получаем "**+1**" V-Последовательность-константу. Так что, число V-Последовательностей либо конечно, либо бесконечно. Заметим, что можно легко построить много правильных "**+1**" партий движениями ферзя и черного короля на 7- и 8-горизонталях (ферзь не должен только подставляться под удар или патовать черного короля). Если даже число "**+1**" партий несчетно, мощность V-Последовательностей не более чем счетно.

Some last pages of this chapter, beginning this one, illustrate a topic of the cardinalities of sets by games played by positions of only three pieces Balances. We will use two groups of examples. The first group uses positions of the "king and queen against king" Balance; the second group uses positions of the "king and pawn" Balance.

Несколько последних страниц главы, начиная с этой, иллюстрируют тему мощностей множеств партиями из позиций трехфигурных Балансов. Мы используем две группы примеров. Первая группа использует Баланс "король и ферзь против короля"; вторая группа использует позиции Баланса "король с пешкой против короля".

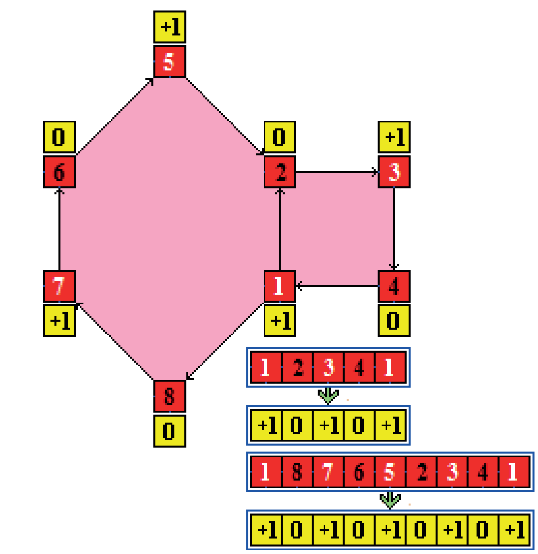


We continue analyzing the first group of examples devoted to the cardinality topic (see the comment on the previous page). The first picture shows the simple pink Graph *A*; the second picture does the light green graph *D*. If a game goes along contour *A* V-Sequence is recorded as {**1**; **0**; **1**; **0**…}. If a game goes along contour *D* (long enough), V-Sequence is recorded as {**1**; **1**; **1**; **0**…}. Since these two contours contain same position *1*, we may construct both the uncountable number of games and uncountable number of V-Sequences.

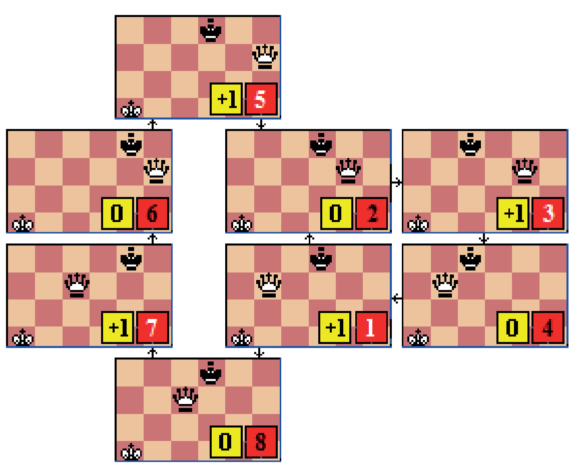


Мы продолжаем анализ первой группы примеров, посвященных теме мощностей множеств (см. комментарий предыдущей страницы). Первый рисунок показывает простой розовый Граф *A*; второй рисунок - светлозеленый Граф *D*. Если партия идет вдоль контура *A* - V-Последовательность записывается как {**1**; **0**; **1**; **0**…}. Если - вдоль контура *D* (длинного), то - {**1**; **1**; **1**; **0**…}. Так как два контура содержат ту же позицию *1*, мы можем построить как несчетное множество партий, так и несчетное множество V-Последовательностей.

We continue analyzing the first group of examples devoted to the cardinality topic (see the comment on page *874*.
Мы продолжаем анализ первой группы примеров, посвященных теме мощностей множеств (см. комментарий на с. *874*).



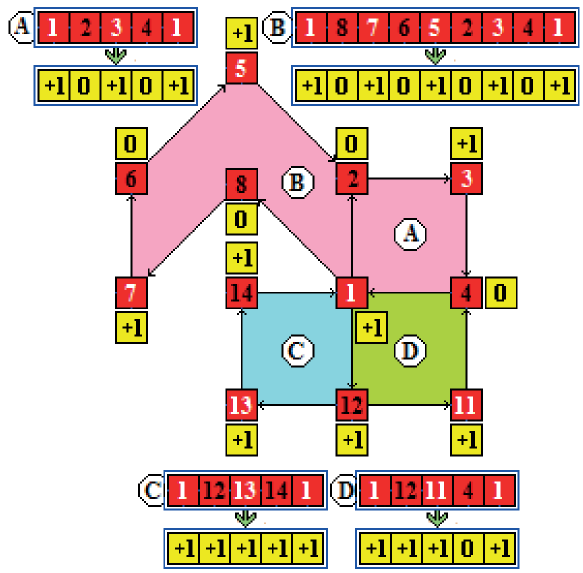
The first picture shows a big pink Graph consisting of two contours (both beginning with position *1*). The first contour is {1; 2; 3; 4; 1}; the second contour is {1; 8; 7; 6; 5; 2; 3; 4; 1}. But V-Sequences corresponding to these contours are in essence the same since they both have the same pair {**+1**; **0**} possibly repeated several times. It results in the following fact. Even if a number of games built with these two contours is uncountable, a number of V-Sequences is either finite or countable (pair {**1**; **0**…} cannot form the other cardinalities). To form the uncountable set we have to have two contours distinguished by the positions essentially different in values.



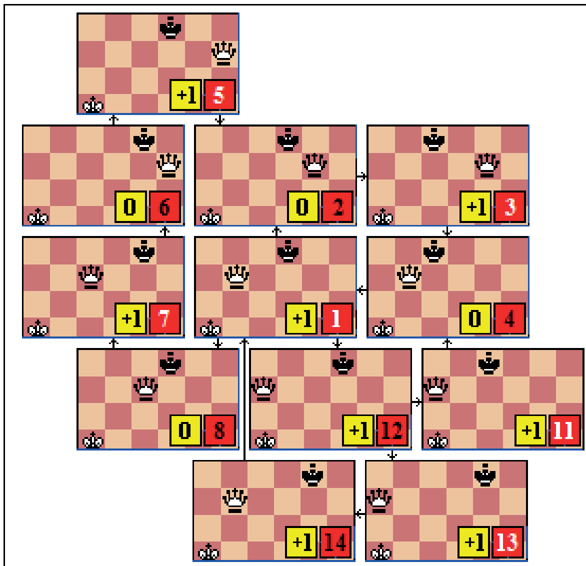
Первый рисунок показывает большой розовый Граф из двух контуров (оба начинаются с позиции *1*). Первый контур - {1; 2; 3; 4; 1}; второй - {1; 8; 7; 6; 5; 2; 3; 4; 1}. Но V-Последовательности, соответствующие этим контурам, в сущности одни и те же, так как они содержат ту же пару {**+1**; **0**}, возможно повторенную несколько раз. Это приводит к такому факту. Если даже число партий, построенных этими двумя контурами несчетно, число V-Последовательностей либо конечно, либо счетно (пара {**1**; **0**…} не может образовать другие мощности). Для образования несчетного множества мы должны иметь два контура, отличающихся позициями разных оценок.

We continue analyzing the first group of examples devoted to the cardinality topic (see the comment on page *874*).

Мы продолжаем анализ первой группы примеров, посвященных теме мощностей множеств (см. комментарий на с. *874*).



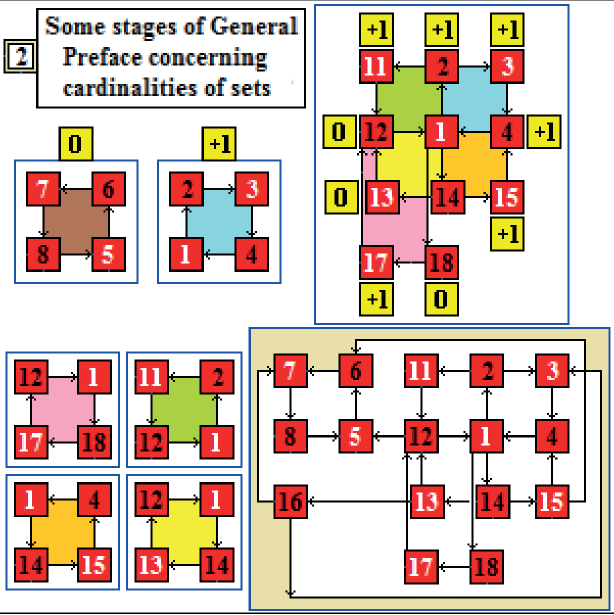
The first picture shows a big Graph consisting of three small contours, *A*, *C*, and *D* and big contour *B* (comment *1*). As we said on the previous page in order to form the uncountable set of V-Sequences we have to take (for passing) two contours distinguished by the positions essentially different in values. So, we may take any two of three small contours mentioned above. Passing them infinitely number of times we get the uncountable number of V-Sequences, since we get the famous “A-B” (or “**1-0**”) scheme of creating the uncountable sets.



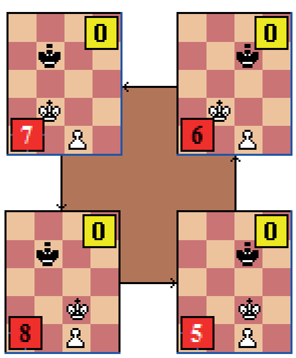
Первый рисунок показывает большой Граф из трех малых контуров, *A*, *C*, *D* и одного большого контура *B* (комментарий *1*). Как мы сказали на предыдущей странице, для того, чтобы образовать несчетное множество V-Последовательностей, мы должны для обхода взять два контура с существенно разными оценками позиций. Так, мы можем взять любые два из трех малых контуров, упомянутых выше. Проходя их бесконечное число раз, мы получаем несчетное число V-Последовательностей, так как мы получаем знаменитую “A-B” (or “**1-0**”) схему создания несчетных множеств.

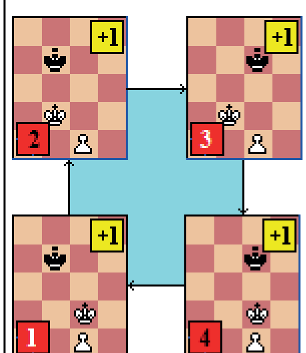
We continue analyzing the first group of examples devoted to the cardinality topic (see the comment on page *874*.

Мы продолжаем анализ первой группы примеров, посвященных теме мощностей множеств (см. комментарий с. *874*).



The first picture shows some other stages of the General preface concerning cardinalities of sets (comment *1*). The second picture shows two small Graphs consisting of only “**0**” and “**+1**” positions of KPK-Balance. If games go along these two contours several times we have “**0**” and “**+1**” V-Sequences. So a number of those V-Sequences is either finite or countable. Also we may easily construct many other correct “**0**” or “**+1**” games by moving a white king slightly different than in the Graphs shown (comment *2*). So even if a number of the correct “**0**” or “**+1**” games is uncountable the cardinality of V-Sequences is not more than countable.

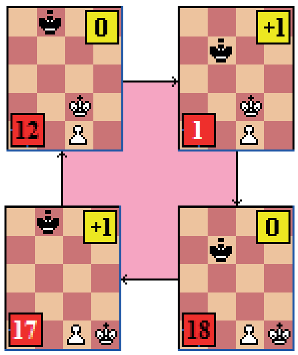


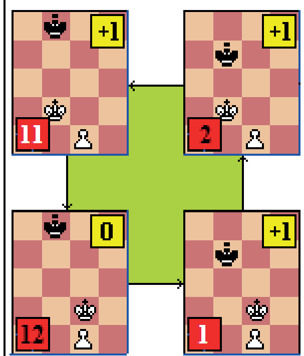


Первый рисунок показывает другие стадии Общего Предисловия о мощностях множеств (комменатарий *1*). Второй рисунок показывает два малых Графа из только “**0**” и “**+1**” позиций KPK-Баланса. Если партии идут вдоль этих контуров, то мы имеем “**0**” и “**+1**” V-Последовательности. Так что, число их или конечно, или счетно. Также мы можем легко построить и много других “**0**” или “**+1**” партий движением короля слегка по-другому, чем в предложенных Графах (комментарий *2*). Пэтому, даже если число правильных “**0**” или “**+1**” партий несчетно, мощность множества V-Последовательностей не более чем счетно.

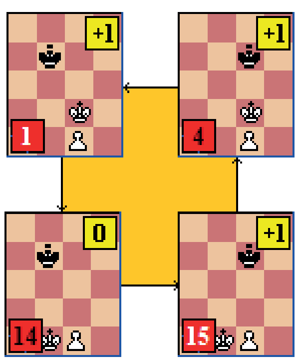
1. This and other last pages of this chapter illustrate cardinalities of sets by using the positions of the “a king and pawn against a king” Balance. *2*. Some new “**+1**” games are formed if a white king moves to *d5* (from position *1*). For “**0**” games the white king being on *c5* (position *5*) may choose either square *b5* or *d5* after which Black takes the opposition, etc.

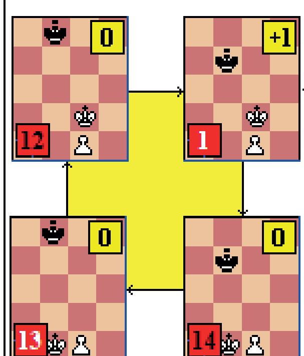
1. Эта и остальные страницы этой главы иллюстрируют мощности множеств позициями Баланса “король с пешкой против короля” *2*. Некоторые новые “**+1**” партии образуются, если белый король идет на *d5* (от позиции *1*). Для “**0**” партий белый король, стоя на *c5* (позиция *5*) может выбрать любое из полей, *b5* или *d5*, после чего Черные занимают оппозицию и т.д.





We continue analyzing the second group of examples devoted to the cardinality topic (see comment *1* on the previous page). The first picture shows two Graphs, the pink one and light green one. The second picture shows two Graphs, the yellow one and light yellow one (compare with the Graphs of the same colors on the previous page). If games go along a pink contour V-Sequence is recorded as {**+1**; **0**; **+1**; **0**…}. If games go along the light green contour, V-Sequence is recorded as {**+1**; **+1**; **+1**; **0**…}. If games go along a yellow contour V-Sequence is recorded as {**+1**; **0**; **+1**; **+1**…}. If games go along the light yellow contour, V-Sequence is recorded as {**+1**; **0**; **0**; **0**…}. All V-Sequences reflect games from position *1*.

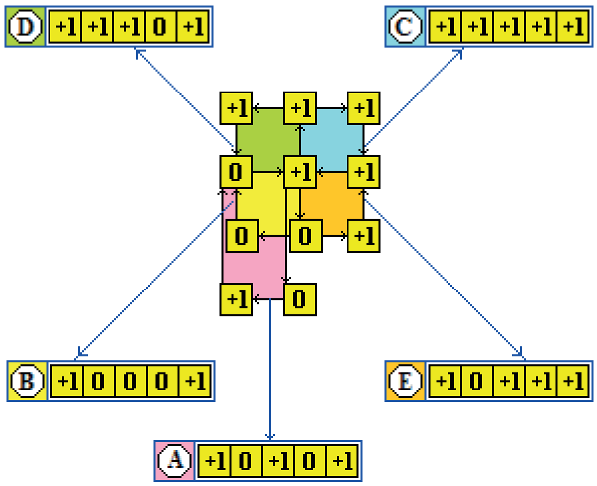


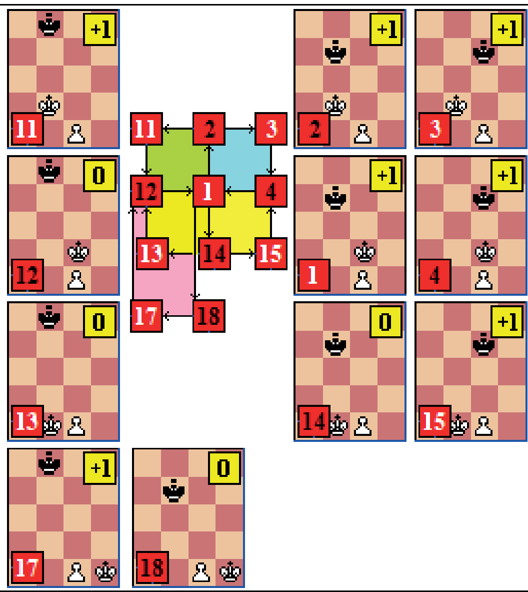


Мы продолжаем анализ второй группы примеров, посвященных теме мощности множеств (комментарий *1* предыдущей страницы). Первый рисунок показывает два Графа, розовый и светло-зеленый, а второй - желтый и светло-желтый (сравни с Графами предыдущей страницы). Если партии идут вдоль розового контура, то V-Последовательность записывается как {**+1**; **0**; **+1**; **0**…}. Если партии идут вдоль светло-зеленого контура, - то как {**+1**; **+1**; **+1**; **0**…}. Если партии идут вдоль желтого контура – то {**+1**; **0**; **+1**; **+1**…}. Если вдоль светло-желтого – то {**+1**; **0**; **0**; **0**…}. Все V-Последовательности отражают партии от позиции *1*.

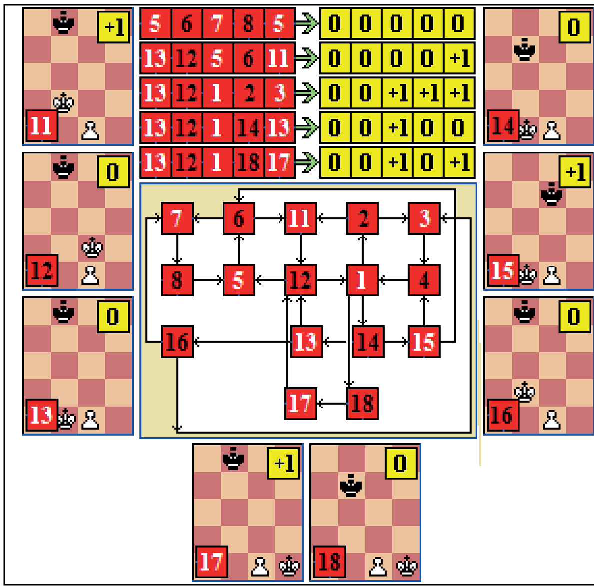
We continue analyzing the first group of examples devoted to the cardinality topic (see the comment on page *874*.

Мы продолжаем анализ первой группы примеров, посвященных теме мощностей множеств (см. комментарий с. *874*).

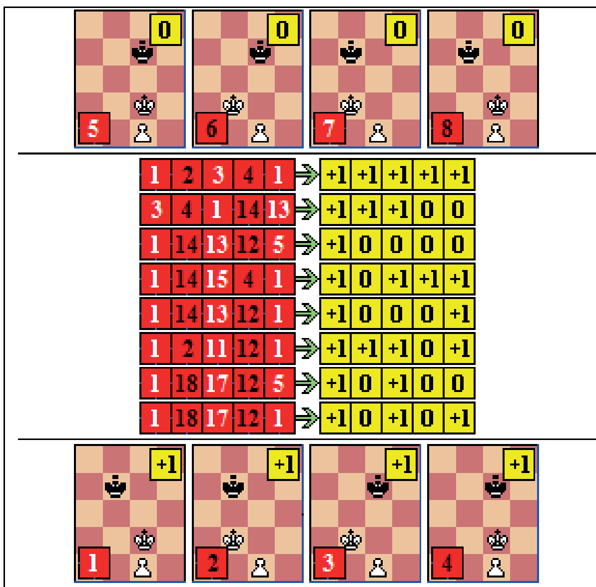
	The first picture shows a big Graph consisting of five small contours, *A*, *B*, *C*, *D*, and *E* (comment *1*). As we said earlier in order to form the uncountable set of V-Sequences we have to take (for passing, from an initial position, here, position *1*) any two contours distinguished by the positions essentially different in values. So, we may take any two of five contours mentioned above. By passing them infinitely number of times we get the uncountable number of V-Sequences, since we get the famous "A-B" (or "**1-0**") scheme of creating the uncountable sets.

	Первый рисунок показывает большой Граф из пяти малых контуров, *A*, *B*, *C*, *D*, *E* (комментарий *1*). Как сказано ранее, для создания несчетного множества V-Последовательностей мы должны взять (для обхода, с начальной позиции *1*) любые два контура, различающиеся позициями, разными в оценках. Поэтому можно взять любые два из пяти контуров выше. Обходя их бесконечное число раз, получаем несчетное множество V-Последовательностей, так как мы получаем знаменитую "A-B" (или "**1-0**") схему для создания несчетных множеств.

All these contours consist of 5 elements (here: values of positions). It results in emerging five following V-Sequences shown in the picture.
Все эти контуры состоят из 5 элементов (здесь: оценок позиций). Это приводит к созданию 5 следующих V-Последовательностей, показанных на рисунке.



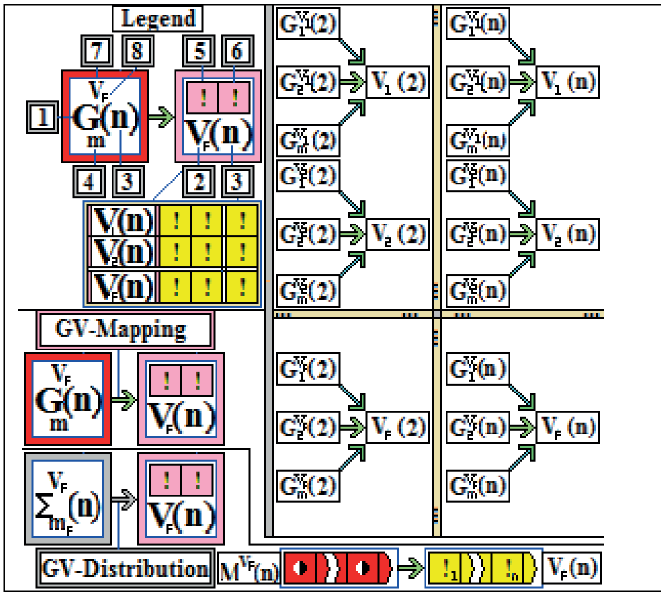
The first picture shows a large Graph consisting of 16 positions (comment *1*). In comparison with the Graph on the previous page we added some new positions to create new V-Sequences. According to Fibonacci formula (with two variants) there have to be 5 or 8 V-Sequences with 5 elements. If an initial position is white one and has "**0**" value, then there are 5 V-Sequences shown in the first picture. If an initial position is white one and has "**+1**" value, then there are 8 V-Sequences shown in the second picture.
Pease read comment *2*. We have completely finished this chapter and now we are going to explore GV-Mapping.



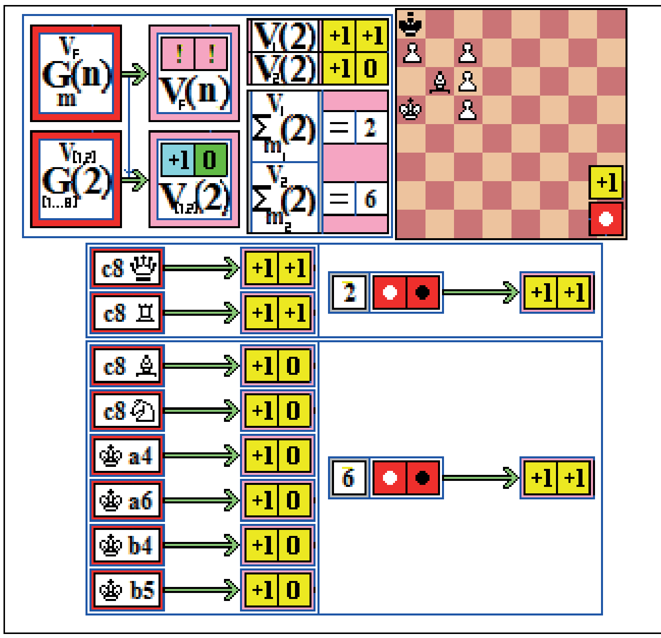
Первый рисунок показывает большой Граф из 16 позиций (комментарий *1*). В сравнении с Графом предыдущей страницы мы добавили новые позиции для создания новых V-Последовательностей. Согласно формуле Фибоначчи (с двумя вариантами) имеются 5 или 8 V-Последовательностей с 5 элементами. Если начальная позиция – белая, с оценкой "**0**", тогда есть 5 V-Последовательностей, показанных на первом рисунке. Если начальная позиция – белая и оценки "**+1**", то есть 8 V-Последовательностей, - второй рисунок. Прочитайте комментарий *2*. Мы закончили эту главу и сейчас переходим к исследованию GV-Отображения.

1. Also two pictures on this page show concrete examples of 16 positions mentioned. *2*. In general, for creating the uncountable sets of V-Sequences it is enough to have two different contours (see the previous page). So, a purpose of this page is mostly the illustration of GV-Mapping between games and V-Sequences.

1. Также 2 рисунка этой страницы показывают конкретные примеры 16 позиций, упомянутые выше. *2*. Вообще, для создания несчетных множеств V-Последовательностей достаточно иметь два разных контура (см. предыдущую страницу). Поэтому, цель страницы – в основном в иллюстрации GV-Отображения между партиями и V-Последовательностями.



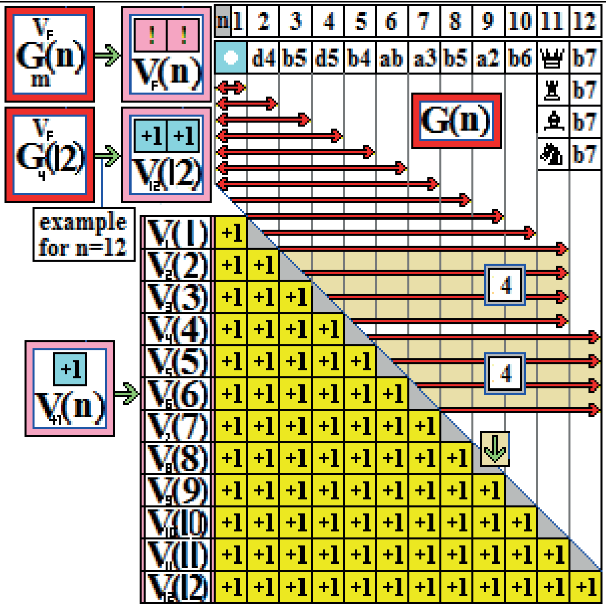
Chapter *87*. “GV-Mapping and GV-Distribution on simple examples”. The first picture gives (or specifies) the definitions of GV-Mapping and GV-Distribution made earlier, while the second picture gives a concrete example (see comments *1* below and on the next page). GV-Mapping is a mapping between games and V-Sequences when each game is corresponded to only one V-Sequence. GV-Distribution is the numbers of games corresponding to selected V-Sequences. These are the widest definitions because there are many variants of mappings and distributions depending on some parameters given in the left upper part of the first picture (so called legend; see comment *2*).



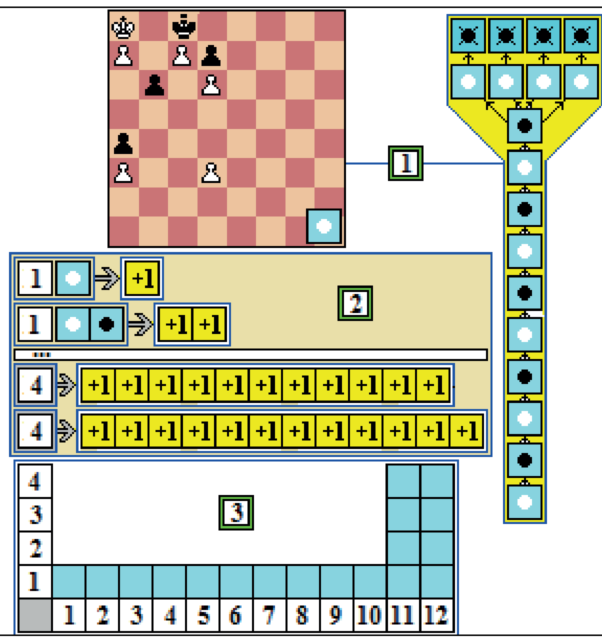
Глава *87*. “GV-Отображение и GV-Распределение на простых примерах”. Первый рисунок уточняет определения GV-Отображения и GV-Распределения, сделанные ранее, а второй рисунок дает конкретный пример (см. комментарий *1* ниже и на следующей странице). GV-Отображение есть отображение между партиями и V-Последовательностями, когда каждой партии соответствует только одна V-Последовательность. GV-Распределение есть числа партий, cоответствующих выбранным V-Последовательностям. Это наиболее общие определения, так как имеется их много вариантов, зависящих от параметров, данных в левой верхней части первого рисунка (в так называемой легенде; комментарий *2*).

1. General Preface and Preface of the front cover already give these definitions. In this chapter we will often detail the examples used in them. *2*. Games (G) and V-Sequences (V_F) are denoted as *1* and *2*; some parameters include length (*3*), a number of games ***m*** (*4*), the possible values of positions in a Sequel (*5* and *6*), and others which will be detailed in this chapter.

1. Предисловия (общее и обложки) уже дали эти определения. В этой главе мы будем давать примеры их. *2*. Партии (G) и V-Последовательности (V_F) обозначены как *1* и *2*; некоторые параметры включают длину (*3*), число партий ***m*** (*4*), значения оценок позиций в Сиквеле (*5* и *6*), и другие, которые будут детализированы в этой главе.



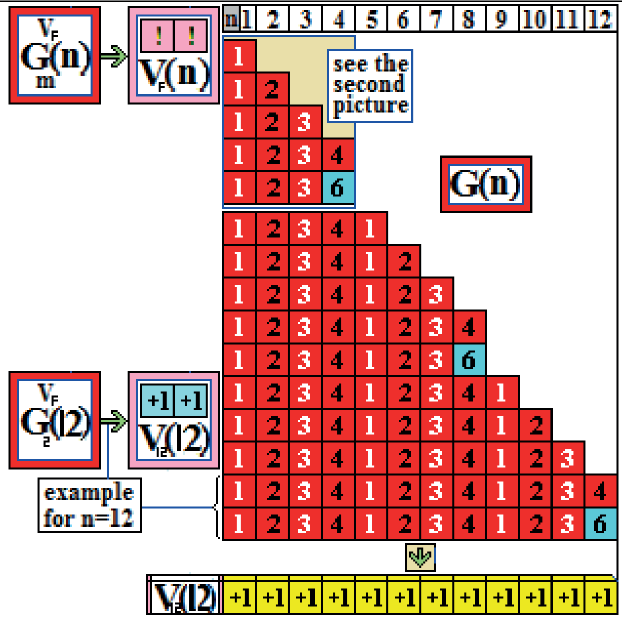
Please read comment *1* below. Since for this page (like for the previous one) we took *P1* initial position all games and V-Sequences are restricted by the maximal lengths. Here the second picture contains three fragments, corresponding to stages of analysis. Fragment *1* shows a Graph of the Sequel, which is like a pitchfork where Black can promote his a-pawn to four different pieces but White checkmates Black anyway. It means there is only one possible value in all positions of the Sequel: “**+1**”. Fragment *2* shows GV-Distribution. There is one game for every length ***n*** up to 10. There are two groups with for games in each group with lengths ***n*=11**, **12**. Fragment *3* shows a specific representation of GV-Distribution, details are on the next page.



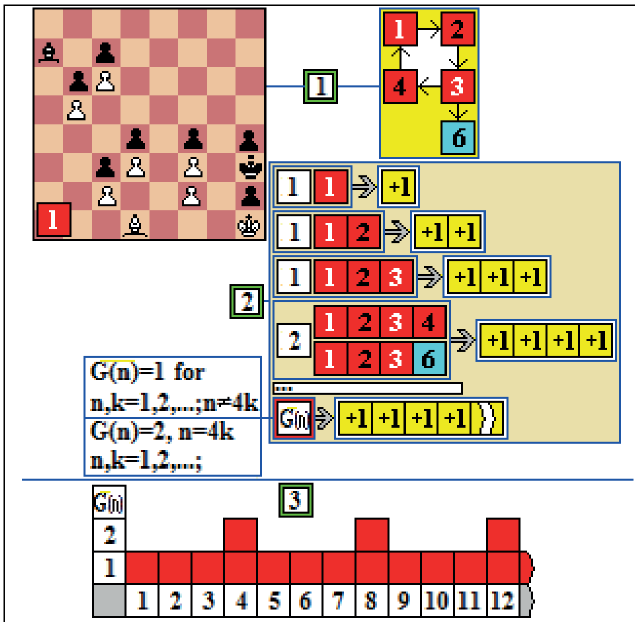
Please read comment *1* below. Since for this page (like for the previous one) we took *P1* initial position all games and V-Sequences are restricted by the maximal lengths. Here the second picture contains three fragments, corresponding to stages of analysis. Fragment *1* shows a Graph of the Sequel, which is like a pitchfork where Black can promote his a-pawn to four different pieces but White checkmates Black anyway. It means there is only one possible value in all positions of the Sequel: “**+1**”. Fragment *2* shows GV-Distribution. There is one game for every length ***n*** up to 10. There are two groups with for games in each group with lengths ***n*=11**, **12**. Fragment *3* shows a specific representation of GV-Distribution, details are on the next page.

1. The first pictures on this, previous, and next pages show the transformation from the widest definitions of GV-Mapping and GV-Distribution to the concrete forms stipulated by the specific examples shown in the second pictures of these pages. These three pages are devoted to the simplest examples based one either *P1* initial position or one possible value.

1. The first pictures on this, previous, and next pages show the transformation from the widest definitions of GV-Mapping and GV-Distribution to the concrete forms stipulated by the specific examples shown in the second pictures of these pages. These three pages are devoted to the simplest examples based one either *P1* initial position or one possible value.



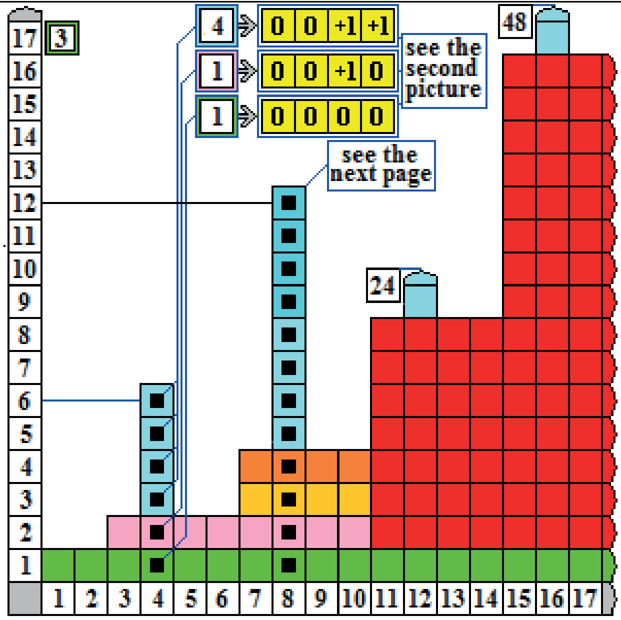
Please read comment *1* on the previous page. For this page we took *P2W* initial position, with only one possible value in its Sequel. It means that games from it are not restricted in lengths, but there is always only one "**+1**" V-Sequence (which depends on ***n***). To create GV-Mapping one may notice the following. If a game does not contain position *6* its length may be any number. Its structure is determined by the period (1; 2; 3; 4} (see the first picture, with its fragment *2* in the second picture) so there is only one such game. If a game does contain position *6* its length is expressed by formula **n=4k**; so there are two games of this length. Fragment *3* of the second picture shows a diagram of GV-Distribution of games as a function of their lengths (comment *1* below).



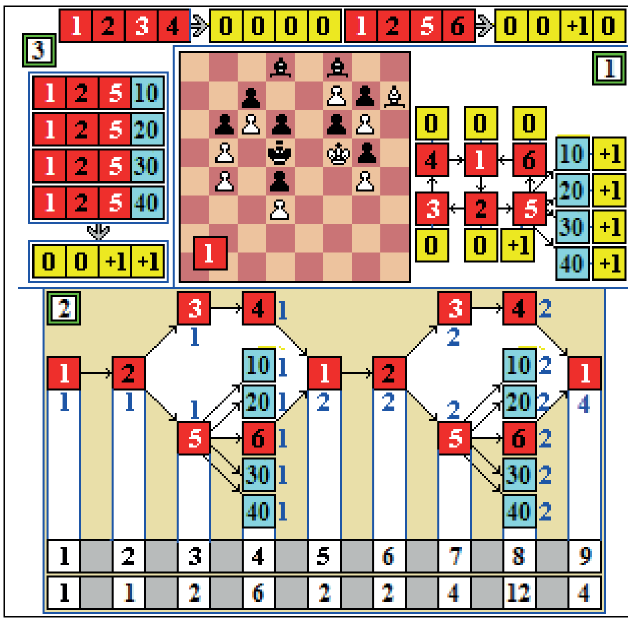
См. комментарий *1* на предыдущей странице. Для этой страницы мы взяли *P2W* позицию, с лишь одной оценкой в Сикветe. Это означает, что партии не ограничены длинами, но всегда есть только одна "**+1**" V-Последовательность. Для создания GV-Отображения можно заметить, что если партия не содержит позицию *6*, ее длина может быть любым числом. Структура партии определена периодом (1; 2; 3; 4} (см. первый рисунок с его фрагментом *2* на втором), так что есть только одна такая партия. Если партия содержит позицию *6*, ее длина выражается формулой **n=4k**; то есть, есть две партии такой длины. Фрагмент *3* второго рисунка показывает диаграмму GV-Распределения партий как функцию длин (комментарий *1*).

1. Since here V-Sequence is always "the same" (consists of only "**+1**" numbers of which is equal to length **n**) we concentrated mostly on the function of number of games. But in general of course GV-Mapping is a function between games and V-Sequences. Now we are ready to analyze the example where there are many different games and many different V-Sequences.

1. Так как здесь V-Последовательность всегда "та же" (состоит из "**+1**", число которых равно **n**), мы концентрируемся в основном на функции числа партий. Но вообще GV-Отображение есть функция между партиями и V-Последовательностями. Сейчас мы готовы проанализировать пример, где есть много и разных партий, и V-Последовательностей.



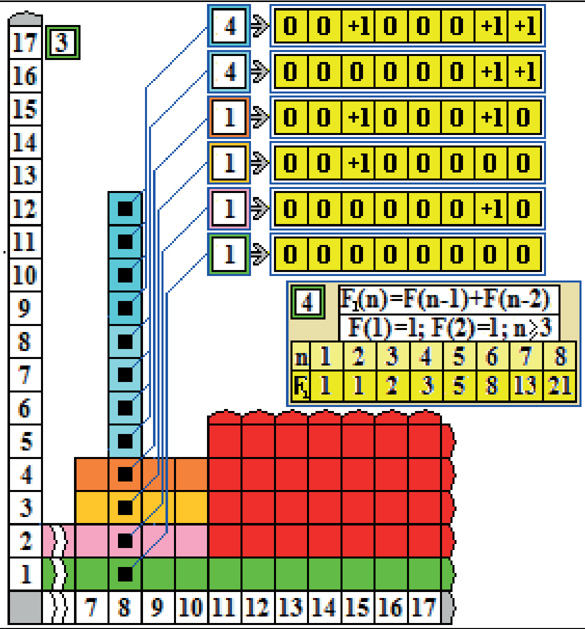
For this page we also took *P2W* initial position (see the second picture), but with two possible values in its Sequel. To create GV-Mapping we used G-Method shown in fragment *2* of the second picture (comment *1*). In particular it shows that there are six games of length ***n*=4**. Four of them (see fragment *3*) are reflected by the V-Sequence {**0**; **0**; **+1**; **+1**}. One game is reflected by V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0**} and one game is reflected by V-Sequence {**0**; **0**; **+1**; **0**}. It results in GV-Distribution shown in fragment *3* of the first picture (a whole picture shows this fragment). We used the color columns reflecting the different V-Sequences (with different number of mistakes in games which they reflect).



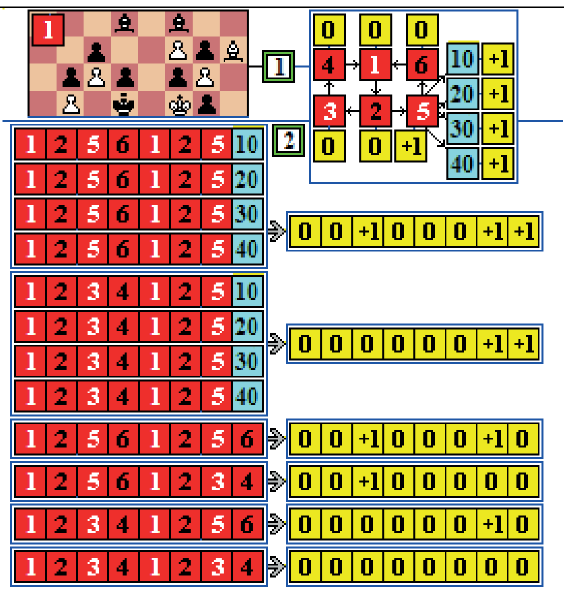
Для этой страницы мы также взяли *P2W* начальную позицию (второй рисунок), но с двумя значениями Сиквела. Для создания GV-Отображения Mapping мы использовали G-Метод, показанный во фрагменте *2* второго рисунка (комментарий *1*). В частности, он показывает 6 партий длины ***n*=4**. Четыре из них (см. фрагмент *3*) отражены V-Последовательностью {**0**; **0**; **+1**; **+1**}. Одна - {**0**; **0**; **0**; **0**} и одна -{**0**; **0**; **+1**; **0**}. Это приводит к GV-Распределению, показанному во фрагменте *3* первого рисунка (весь рисунок дает этот фрагмент). Мы использовали цветные столбики, отражающие разные V-Последовательности (с разным числом ошибок в партиях, что они отражают).

1. Since a number of games increases very quickly as ***n*** increases we use two pages for building or illustrating GV-Mapping and GV-Distribution from the initial position. Please consider this page and the next page together.

1. Так как число партий увеличивается очень быстро по мере увеличения ***n***, мы используем две страницы для построения или иллюстрации GV-Отображения и GV-Распределения от начальной позиции. Рассматривайте эту и следующую страницы совместно.



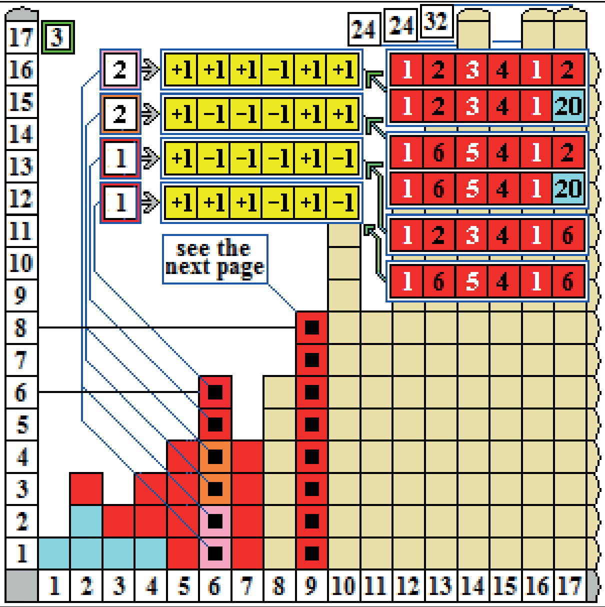
The first picture shows GV-Distribution for **n=8** (comment *1*). It is done from the GV-Mapping for **n=8** shown in the second picture. In particular it shows that there are 12 games of length ***n*=8**. Four of them (see fragment *3* of the first picture) are reflected by the V-Sequence {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**; **+1**}. Four others are reflected by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**; **0**; **+1**; **+1**}. Other games are reflected by different V-Sequences. So, there are six different V-Sequences of length **n=8**. But fragment *4* reminds us that there should be 21 V-Sequences (for the initial parameters of position *1*). Thus among all V(8) Sequences there should be V-Sequence {**0**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}. Such Sequence cannot reflect any game since three "**+1**" values cannot be together (comment *2*).



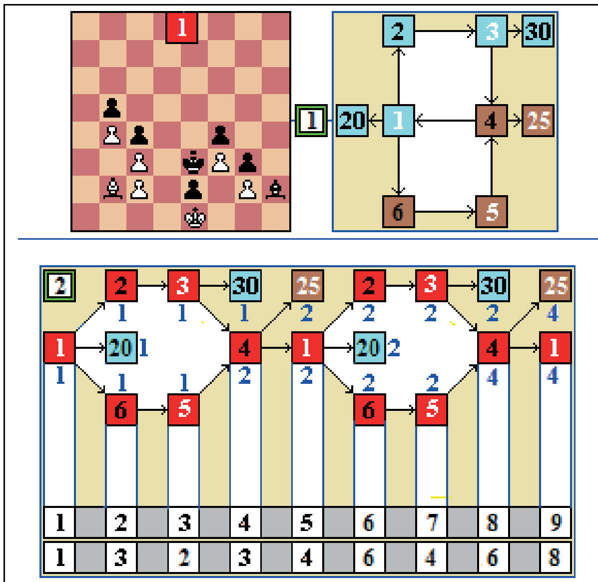
Первый рисунок дает GV-Распределение для **n=8** (комментарий *1*). Это – из GV-Отображения для **n=8** второго рисунка. Так, он показывает что есть 12 партий длины ***n*=8**. 4 из них (фрагмент *3* первого рисунка) отражаются V-Последовательностью {**0**; **0**; **+1**; **0**; **0**; **0**; **+1**; **+1**}. 4 других - {**0**; **0**; **0**; **0**; **0**; **0**; **+1**; **+1**}. Другие партии - другими. Так, есть 6 разных V-Последовательностей длины **n=8**. Но фрагмент *4* напоминает нам, что их должно быть 21 (для начальных параметров позиции *1*). Среди V(8)-Последовательностей должна быть {**0**; **0**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}. Но такая Последовательность не может отражать партию, так как три "**+1**" не могут стоять рядом (комментарий *2*).

1. This page continues building GV-Mapping and GV-Distribution from the same initial position for other lengths. Please consider this page and the previous one together. *2*. Three "**+1**" would mean that a game continued after a checkmate (the second "**+1**" must be a checkmate!)

1. Эта страница продолжает построение GV-Отображения и GV-Распределения для той же позиции пр других длинах. Рассматривайте ее с предыдущей совместно. *2*. Три "**+1**" означали бы, что партия продолжается после мата (ведь вторая "**+1**" символизирует мат!)



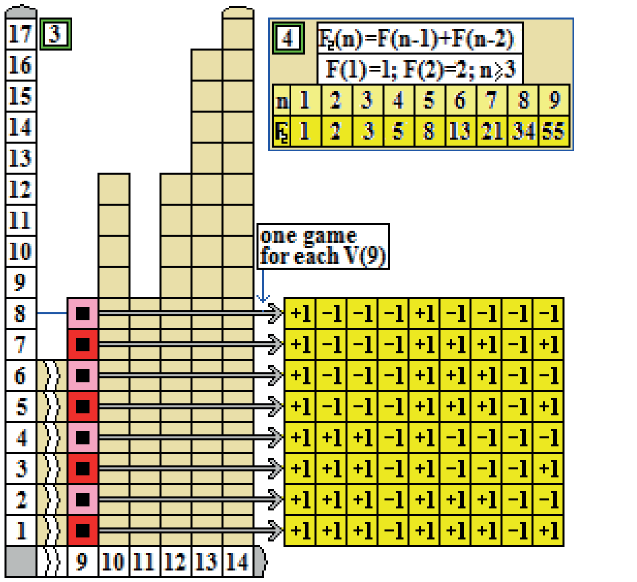
For this page we took *P2* initial position of page *868* (see comment *1*), with two possible values in its Sequel, “**+1**” and “**-1**”. To create at first GV-Mapping we used G-Method shown in fragment *2* of the second picture. In particular it shows that there are six games of length ***n*=6**. The first picture shows GV-Distribution of them. It is interesting that there are only four V-Sequences needed for reflecting six games. But Fibonacci Sequence says that a total number of V-Sequences for **n=6** should be 13 (see the next page).



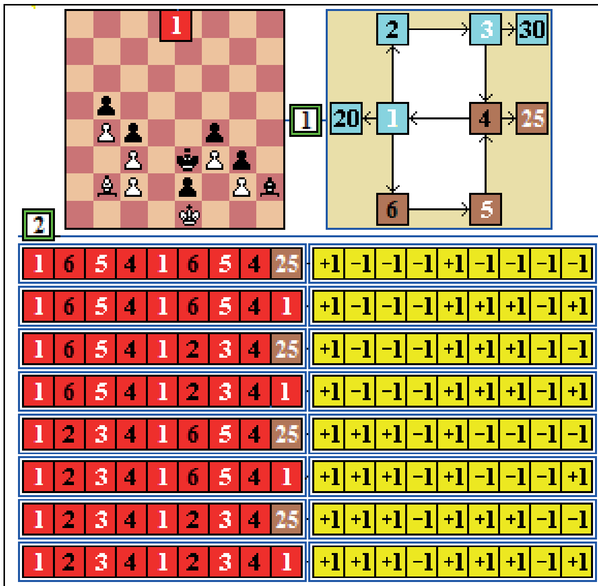
Для этой страницы мы взяли *P2* начальную позицию страницы *868* (комментарий *1*), с двумя возможными оценками позиций ее Сиквела: “**+1**” and “**-1**”. Для посроения вначале GV-Отображения мы использовали G-Метод, показанный во фрагменте *2* второго рисунка. В частности, он показывает, что есть 6 партий длины ***n*=6**. Первый рисунок показывает их GV-Распределение. Интересно, что есть только 4 V-Последовательности, нужные для отражения 6 партий. Но Последовательность Фибоначчи говорит, что общее число V-Последовательностей для **n=6** должно быть 13 (см. следующую страницу).

1. This position is the very specific in a sense that the uncountable number of V-Sequences (and games) a Graph of its Sequel may produce. We cannot list all infinite V-Sequences and build GV-Mapping. But for finite objects we can (see page *868*). This page (and the next) page illustrates GV-Mapping and GV-Distribution from this initial position. Please consider them together.

1. Эта позиция специфична в том, что производит несчетное множество V-Последовательностей (и партий). Мы не можем построить GV-Отображение для бесконечных партий, лишь для конечных (с. *868*). Эта и следующая страницы иллюстрируют GV-Отображение и GV-Распределение от начальной позиции. Рассматривайте их совместно.



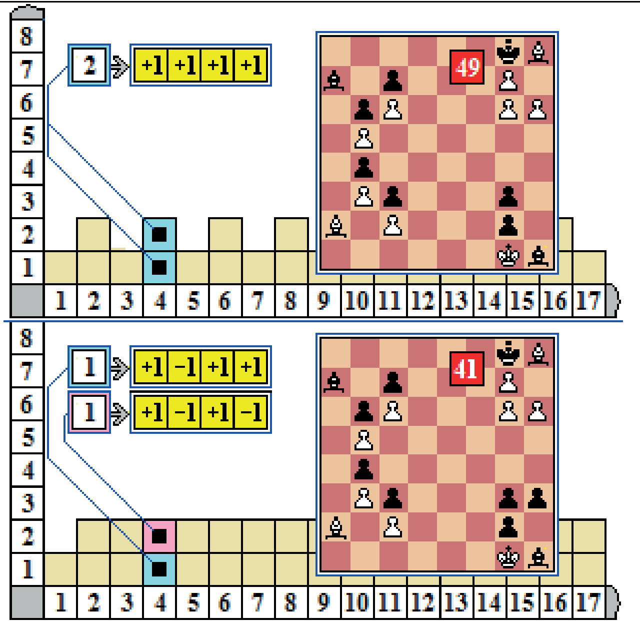
The first picture shows GV-Distribution for **n=9** (comment *1*). It is done from the GV-Mapping for **n=9** shown in the second picture. In particular it shows that there are 8 games, where every game is reflected by one V-Sequence. So, there are eight different V-Sequences of length **n=9** (also transferred into the first picture). But fragment *4* reminds us that there should be 55 V-Sequences (for the initial parameters of position *1*). Thus among all V(9) Sequences there should be V-Sequence {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}. Or any V-Sequence containing more than four "**+1**" in a row. Such sequences cannot reflect any game since five "**+1**" elements in a row would mean that after a checkmate a game continued (comment *2*).



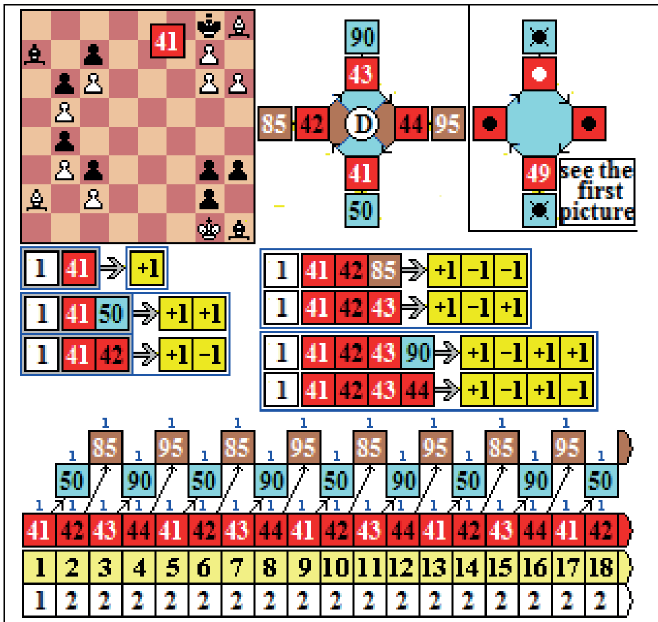
Первый рисунок показывает GV-Распределение для **n=9** (комментарий *1*). Это взято из GV-Отображения при **n=9** (второй рисунок). Так, есть 8 партий, где каждая отражается одной V-Последовательностью. Есть 8 разных V-Последовательностей длины **n=9** (вставленных в первый рисунок). Но фрагмент *4* напоминает нам, что должно быть 55 V-Последовательностей. Среди всех V(9)-Последовательностей должна быть {**+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**; **+1**}, или другая с более чем 4 "**+1**" подряд. Такие последовательности не могут отражать партию пятью "**+1**" элементами подряд (это означало бы, что после мата игра продолжается (комментарий *2*).

1. This page continues building GV-Mapping and GV-Distribution from the same initial position for other lengths (consider this page and the previous one together). *2*. This argument is based on the Graph shown. Clearly the Graph determines all properties of V-Sequences but only properties of them also may help us to understand the position and games form it better…

1. Эта страница продолжает построение GV-Отображения и GV-Распределения от той же начальной позиции для разных длин (см. эту страницу с предыдущей вместе). *2*. Это основано на Графе, задающем свойства V-Последовательностей, но и свойства сами по себе также могут помочь нам понять позиции и партии лучше…



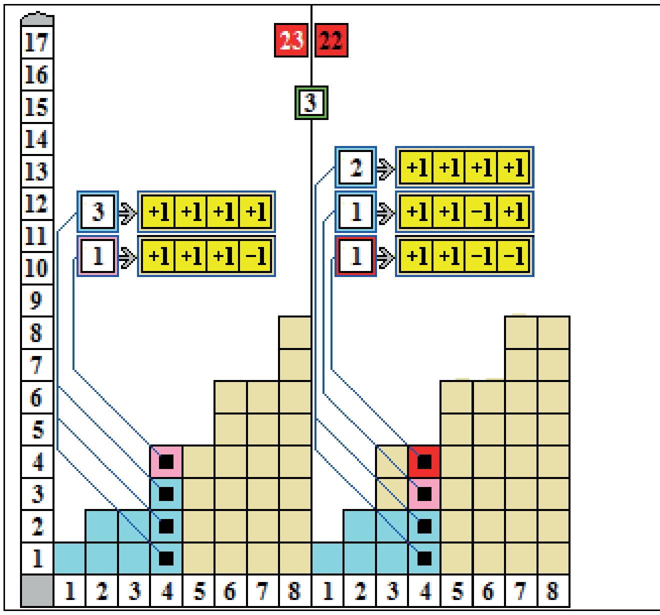
Please read comment *1*. For position *49*, *P2W* position with one possible value in its Sequel, the upper part of the first picture shows GV-Distribution which almost fully coincides with GV-Distribution for *P2W* position on page *884*. For position *41* we at first count all games depending on **n** by G-Method.
When **n** is more than **1** a number of games is always equal 2. One game among the two is finite since it is finished by a checkmate. So, for even **n** there is V-Sequence ending by “**+1**”; for odd **n** there is V-Sequence ending by “**-1**”. And for any **n** there is always the “1-0” V-Sequence where elements alternate each other.
In the last paragraph we have just described the important properties of V-Sequences. That is the essence of GV-Distribution.



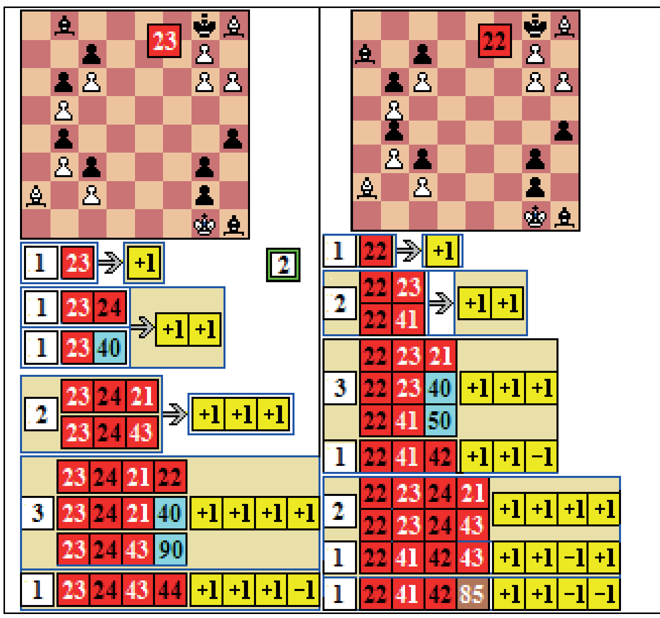
См. комментарий *1*. Для позиции *49*, *P2W* позиции с одной оценкой в Сикveле, верхняя часть первого рисунка дает GV-Распределение, которое почти полностью совпадает с GV-Распределением для *P2W* позиции с. *884*. Для позиции *41* мы вначале подсчитали G-Методом все партии, в зависимости от **n**.
Когда **n** более **1**, число партий всегда равно 2. Одна из них конечна, т.к. кончается матом. Для четных **n** есть V-Последовательность, кончающаяся “**+1**”; для нечетных **n** есть V-Последовательность - на “**-1**”. Для любого **n** всегда есть “1-0” V- Последовательность, где элементы чередуются.
В последнем абзаце мы только что описали важные свойства V- Последовательности. Это и есть сущность GV-Распределения.

1. This page is devoted to two GV-Mappings and two GV-Distributions from two positions, position *49* and position *41*. Since Graphs of Sequels of these positions are very much alike we give GV-Mapping only for position *41*. For position *49* we give only GV-Distribution.

1. Эта страница посвящена двум GV-Отображениям и GV-Распределениям от двух позиций: позиции *49* и позиции *41*. Так как Графы их Сиквелов во-многом похожи, мы даем GV-Отображение лишь для позиции *41*. Для позиции *49* мы даем лишь GV-Распределение.



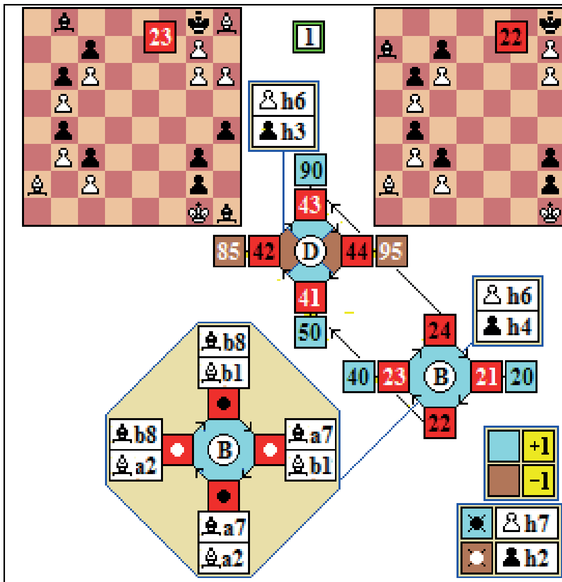
Please read comment *1*. The left parts of both pictures show GV-Distributions and GV-Mappings for positions *23* and *22*, for **n** up to **4** respectively. There are the following purposes of this example. One purpose is to show that GV-Mappings and GV-Distributions always exist from a black position (note that position *23* emerges from position *22*, see the next page). The second purpose is to analyze built GV-Mappings and GV-Distributions and to understand the properties of the positions better (via the analysis of GV-Distributions). The third purpose is to spread some ideas or conclusions to other similar positions (for this aim we create the next page on this topic).



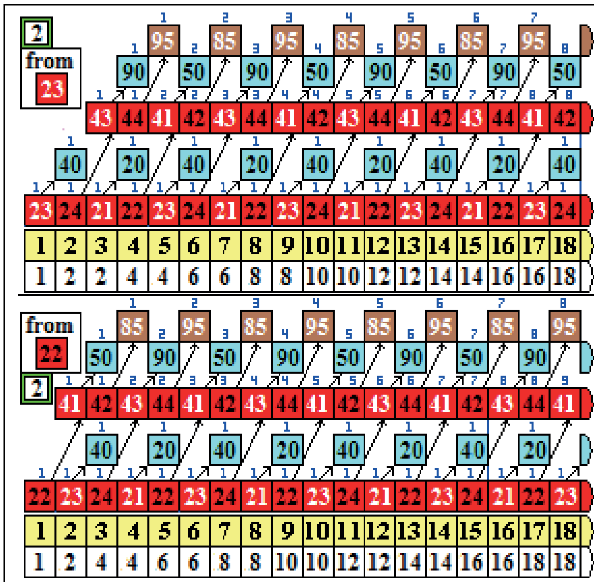
См. комментарий *1*. Левые части рисунков показывает GV-Распределения и GV-Отображения для позиций *23* и *22*, для **n** до **4** соответственно. Есть такие цели этого примера. Одна из них – показ того, что GV-Отображения и GV-Распределения всегда существуют от черной позиции (позиция *23* возникает из *22*, см. следующую страницу). Другая цель - проанализировать построенные GV-Отображения и GV-Распределения, чтобы понять свойства позиций лучше (через анализ GV-Распределений). Третья цель – распространение некоторых идей и выводов на похожие позиции (для этой цели мы создали следующую страницу по этой теме).

1. This page is also devoted to two GV-Mappings and two GV-Distributions from two positions, position *23* and position *22*. Graphs of the Sequels of these positions are very much alike since these positions belong to one Type. A Graph of this Type is given on the next page (it is better to consider these pages together).

1. Эта страница посвящена двум GV-Отображениям и двум GV-Распределениям от позиций *23* и *22*. Графы их Сиквелов во-многом похожи, так как эти позиции принадлежат одному Типу. Граф Типа дан на следующей странице (так что рассматривайте эти страницы совместно).



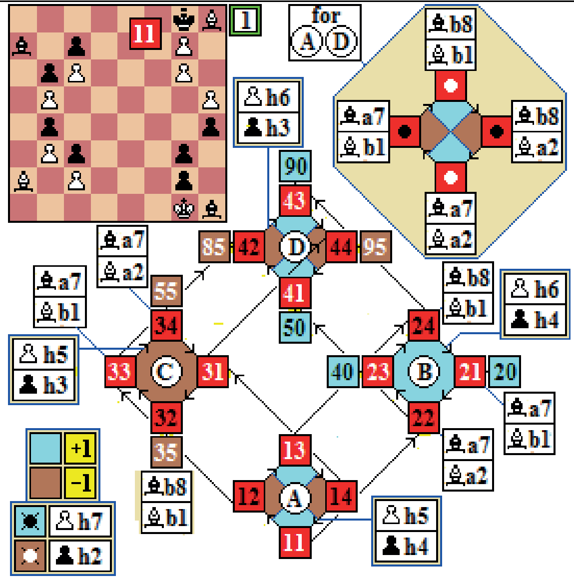
Please read comment *1*. Positions *22* and *23* are the elements of the same Graph shown in the first picture. In particular, if Black being in position *22* moves his bishop to *b8*, then position *23* emerges. In its turn one may imagine that a last White's move in position *22* was a pawn move to *h7* (the consequences of it are shown on the next page).
The second picture shows the numbers of games from positions *22* and *23* found by G-Method. We see that these numbers almost coincide.



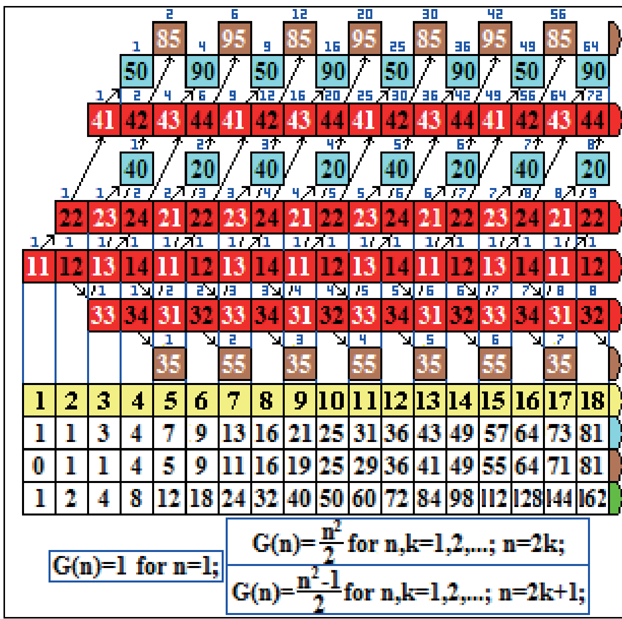
Прочтите комментарий *1*. Позиции *22* и *23* являюся элементами одного и того же Графа, показанного на первом рисунке. В частности, если Черные, будучи в позиции *22* ходят слоном на *b8*, о позиция *23* возникает. В свою очередь, можно вообразить, что последним ходом Белых в позиции *22* был ход пешкой на *h7* (последствия этого показаны на следующей странице).
Второй рисунок показывает числа партий от позиций *22* и *23* найденные G-Методом. Мы видим, что эти числа почти совпадают.

1. This page is also devoted to two GV-Mappings and two GV-Distributions from two positions, position *23* and position *22*. We have numerated these positions by such numbers foreseeing a big Graph on the next page. So it is better to consider pages *889*-*895* together.

1. Эта страница также посвящена двум GV-Отображениям и двум GV-Распределениям от двух позиций, позиции *23* и позиции *22*. Мы занумеровали эти позиции такими числами в предвидении показа большого Графа на следующей странице. Поэтому лучше рассматривать страницы *889*-*895* совместно.



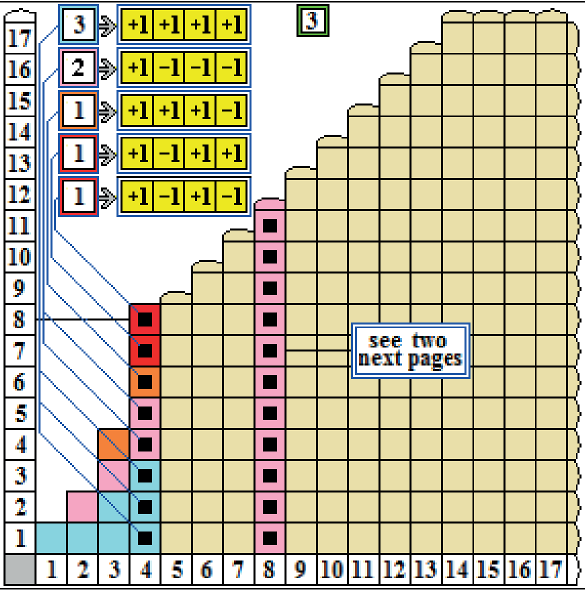
Please read comment *1*. The first picture shows a Graph of the Sequel of positions *11* which contains positions *23* and *22*. The second picture shows the numbers of games from positions *11* calculated by G-Method. There are the following symbols used. A light yellow row stands for **n**, a length of a game. A row finished by a blue color shows the numbers of games finishing by a “**+1**” position. A row finished by a brown color shows the numbers of games finishing by a “**-1**” position. A row finished by a green color shows the total numbers of games. These numbers in turn may be given as a function **G(n)** shown at the button of the second picture. Some next pages show GV-Mapping and GV-Distribution for games from position *11*.



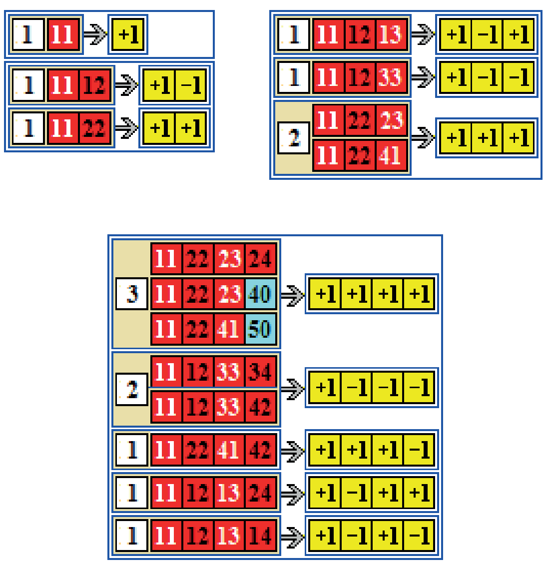
См. комментарий *1*. Первый рисунок показывает рисунок Графа Сиквела позиции *11*, с позициями *23* и *22*. Второй рисунок показывает числа партий от позиции *11* вычисленных G-Методом. Такие символы используются. Желтый ряд олицетворяет **n**, лину партию. Голубой ряд показывает числа партий, заканчивающихся “**+1**” позицией. Коричневый ряд показывает числа партий, заканчивающихся “**-1**” позицией. Зеленый ряд показывает общее число партий. Эти числа в свою очередь, даны в виде функции **G(n)**, показанной внизу второго рисунка. Некоторые следующие страницы показывают GV-Отображение и GV-Распределение для партий от позиции *11*.

1. This page prepares materials for the GV-Mappings and GV-Distributions from positions *11* and some other positions, including position *23* and position *22* analyzed earlier. It is better to consider pages *889-896* together. One of the aims of these pages is to offer a new criterion of comparison of positions of same value (see page *896* later).

1. Эта страница подготавливает материал для GV-Отображений и GV-Распределений от позиции *11* и некоорых других, включая позиции *23* и *22*, проанализированные ранее. Лучше рассматривать страницы *889-896* совместно. Одной из целей этих страниц – предложение нового критерия сравнения позиций одной оценки (см. с. *896* далее).



Please read comment *1*. The first picture shows GV-Distribution of games from positions *11* for **n=4**. It is based on GV-Mappings for **n** up to **4** shown in the second picture. Some next pages show GV-Mappings and GV-Distributions for games from position *11* for other lengths.



Прочтите комментарий *1*. Первый рисунок показывает GV-Распределение партий от позиции *11* для **n=4**. Это основано на GV-Отображениях для **n** разных до **4** включительно, показанных на втором рисунке. Некоторые следующие страницы показывают показывают GV-Отображения и GV-Распределения для партий от позиции *11* для **n=4**.

1. This page is devoted GV-Mapping and GV-Distribution from position *11* for small lengths of games. Two next pages are devoted to GV-Mappings and GV-Distributions for other lengths. It is better to consider pages *889-896* together.

1. Эта страница посвящена GV-Отображениям и GV-Распределениям от позиции *11* для малых длин партий. Две следующие страницы посвящены GV-Отображениям и GV-Распределениям для других длин. Лучше рассматривать страницы *889-896* совместно.

1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	18	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
2	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	19	+1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1
3	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	20	+1	-1	+1	-1	-1	-1	-1	-1
4	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	21	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	-1
5	+1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	22	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1
6	+1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	23	+1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	+1
7	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	24	+1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	+1
8	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	25	+1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1
9	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	26	+1	-1	-1	-1	+1	-1	+1	+1
10	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	27	+1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	-1
11	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	28	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	-1
12	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	29	+1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1
13	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	-1	30	+1	-1	-1	-1	+1	-1	+1	-1
14	+1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	-1	31	+1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	-1
15	+1	-1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	32	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
16	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	33	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	+1
17	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	34	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1

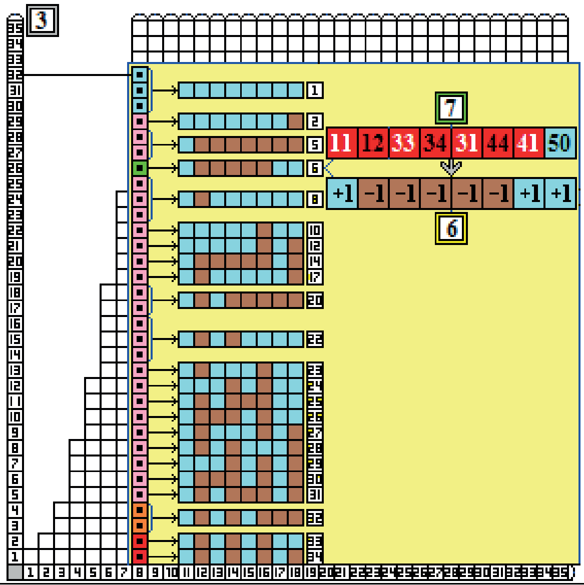
The first picture shows all 34 V-Sequences/ Number 34 is taken from the formula of Fibonacci sequence (see page *888*). The second picture shows all 32 games from position *11* for **n=8**. The number 32 is taken from page *892* (comment *1*).

1	11	22	23	24	21	22	23	24	17	11	12	13	14	11	22	23	24
2	11	22	23	24	21	22	23	40	18	11	12	13	14	11	22	23	40
3	11	22	23	24	21	22	41	50	19	11	12	13	14	11	22	41	50
4	11	22	23	24	21	22	41	42	20	11	12	13	24	43	44	41	50
5	11	12	33	34	31	32	33	34	21	11	22	41	42	43	44	41	50
6	11	12	33	34	31	32	33	42	22	11	12	13	14	31	44	41	50
7	11	12	33	34	31	44	41	50	23	11	12	33	42	43	44	41	50
8	11	12	13	24	21	22	23	24	24	11	12	13	24	43	44	41	42
9	11	12	13	24	21	22	23	40	25	11	12	13	14	11	22	41	42
10	11	12	13	24	21	22	41	50	26	11	22	41	42	43	44	41	42
11	11	22	23	24	43	44	41	50	27	11	12	33	42	43	44	41	42
12	11	22	23	24	43	44	41	42	28	11	12	13	14	31	44	41	42
13	11	12	33	34	31	44	41	42	29	11	12	13	14	11	12	33	34
14	11	12	13	24	21	22	41	42	30	11	12	13	14	11	12	33	42
15	11	12	13	14	31	32	33	34	31	11	12	13	14	11	12	13	24
16	11	12	13	14	31	32	33	42	32	11	12	13	14	11	12	13	14

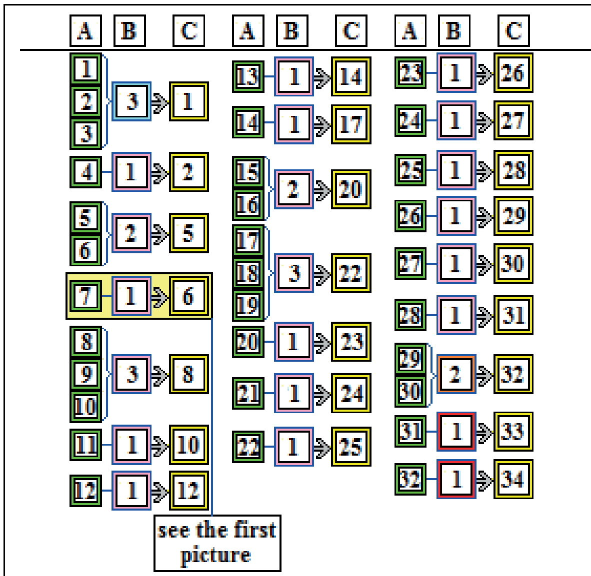
Первый рисунок показывает все 34 V-Последовательности. Число 34 взято из формулы последовательности Фибоначчи (см. страницу *888*). Второй рисунок показывает все 32 партии от позиции *11* для **n=8**. Число 32 взято из страницы *892* (комментарий *1*).

1. This page prepares material for the next page which will show GV-Distribution from positions *11* for big lengths of games. It is better to consider this and the next page (and *889-896* pages for this matter) together.

1. Эта страница подготавливет материал для следующей, которая покажет GV-Распределение от позиции *11* для больших длин партий. Лучше рассматривать эту страницу со следующей (а также со страницами *889-896* по этой теме) совместно.



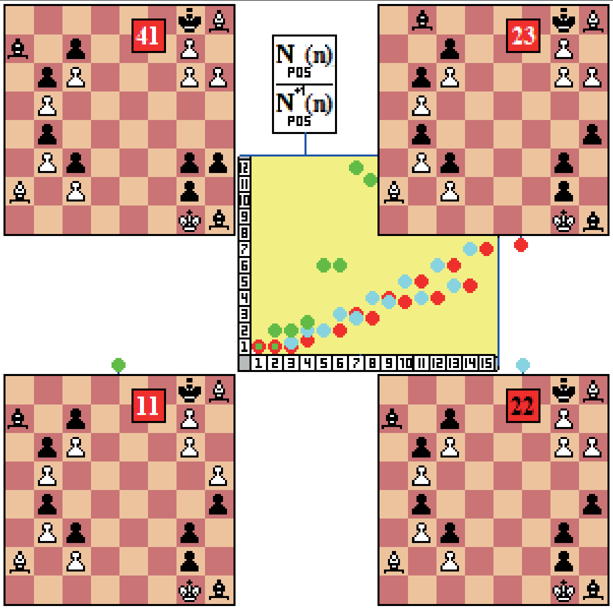
This page should be read together with the previous page. The first picture shows GV(8)-Distribution of 32 games into 34 V-Sequences. To understand it properly one has to read the following facts. *1*. We attributed a special number to every V-Sequence shown in the first picture (comment *1*). *2*. We also attributed a special number to every game reflected by the specific V-Sequence (comment *2*). *3*. The second picture shows a scheme of reading where columns A, B, and C symbolize the names-numbers of games, numbers of games, and names-numbers of V-Sequences respectively.



Эта страница должна прочитываться вместе с предыдущей. Первый рисунок показывает GV(8)-Распределение 32 партий по 34 V-Последовательностям. Чтобы понять рисунки нужно прочесть такие факты. *1*. Мы приписали специальное число каждой V-Последовательности первого рисунка (комментарий *1*). *2*. Мы также приписали специальное число каждой партии, отражаемой такой-то V-Последовательностью (комментарий *2*). *3*. Второй рисунок показывает схему прочтения, где колонки A, B, C символизируют имена-числа партий, числа партий и имена-числа V-Последователностей соответственно.

1. For example V-Sequence *6* {**+1**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**; **+1**; **+1**} is shown larger at right part of the first picture and in the list shown on the previous page. *2*. For example game *7* is recorded by positions as {11; 12; 33; 34; 31; 44; 41; 50}. It is only one game reflected by V-Sequence *6* (see its small fragment in the second picture).

1. Например, V-Последовательность *6* {**+1**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**; **-1**; **+1**; **+1**} показана крупнее в правой части первого рисунка и в списке предыдущей страницы. *2*. Например, партия *7* записывается позициями как {11; 12; 33; 34; 31; 44; 41; 50}. Это одна партия, отражаемая V-Последовательностью *6* (см. малый фрагмент второго рисунка).



Please read comments on page *892* and comment *1* below. The first picture shows a graph of a ratio between numbers of all games and "**+1**" games from the positions shown at the corners (comment *2*). This graph is based on the table functions of the numbers of games just mentioned and given in the second picture. We have some preliminary conclusions. *1*. Since positions *22* and *23* have almost the same numbers of the games mentioned above, they may be treated as the positions of same value under the new criterion. *2*. Positions *22* and *23* are much better than position *11* under this criterion. That agrees with chess common sense because White in them has *h*-pawn closer to a black king for checkmating.

n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$N^{+1}_{41}(n)$	=	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$N_{41}(n)$		1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$N^{+1}_{23}(n)$	=	1	2	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2
$N_{23}(n)$		1	2	2	4	4	6	6	8	8	10	10	12	12	14	14

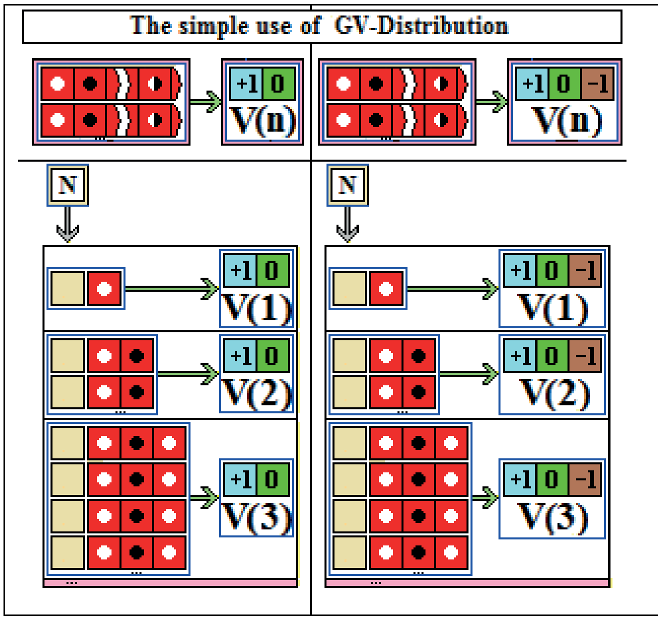
n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$N^{+1}_{22}(n)$	=	1	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3
$N_{22}(n)$		1	2	4	4	6	6	8	8	10	10	12	12	14	14	16

n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$N^{+1}_{11}(n)$	=	1	1	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2
$N_{11}(n)$		1	2	4	8	12	18	24	32	40	50	60	72	84	98	112

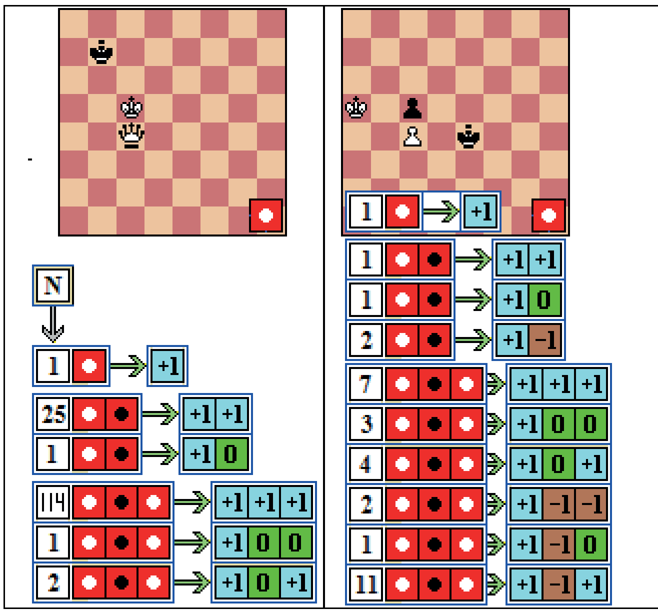
См. комментарии с. *892* и *1* ниже. Первый рисунок показывает график отношения числа всех партий к числу "**+1**" партий от позиций в углах (комментарий *2*). Этот график основан на табличных функциях чисел упомянутых партий, данных на втором рисунке. Есть такие предварительные выводы. *1*. Так как позиции *22* и *23* имеют почти одинаковые числа упомянутых партий, к ним можно относиться как к позициям той же оценки по новому критерию. *2*. Позиции *22* и *23* – много лучше, чем позиция *11* по этому критерию. Это совпадает с общим шахматным смыслом, так как Белые в них имеют *h*-пешку ближе к черному королю для мата.

1. A new criterion to be analyzed lies in the following fact. Among two positions of same value that position is better which has the bigger ratio between the numbers of the correct games and all games. *2*. *a*) The graph shows reciprocals of the rations; *b*) Because of position *41* is very unstable in value sense the ratio of it is **0** for **n** bigger than **2**.

1. Новый анализируемый критерий - в таком факте. Среди двух позиций одной оценки а позиция лучше, которая имеет большее отношение числа правильных партий ко всем партиям. *2*. *a*) график показывает обратные величины отношений; *b*) из-за того, что позиция *41* очень нестабильна в оценивающем смысле, отношение равно **0** для **n** больших **2**.



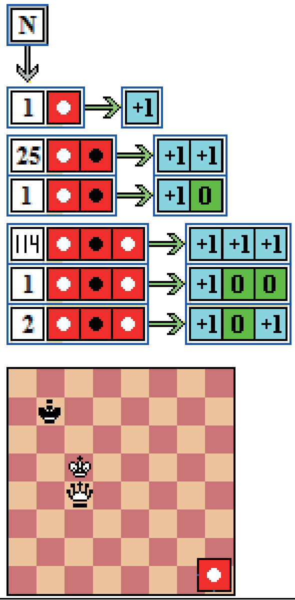
On the previous page we have introduced the new criterion of comparing positions of the same value. This criterion consists in comparing the ratio between the numbers of the correct and all games. But to apply it properly we at first have to look closely at GV-Distribution using some simple examples. Thus, the first picture shows a general scheme of forming GV-Distributions. GV-Distribution is the numbers of games (shown in the gray small squares) reflected by the specific V-Sequences. The second picture gives some concrete examples corresponding to the left and right parts of this scheme (comment *1*).

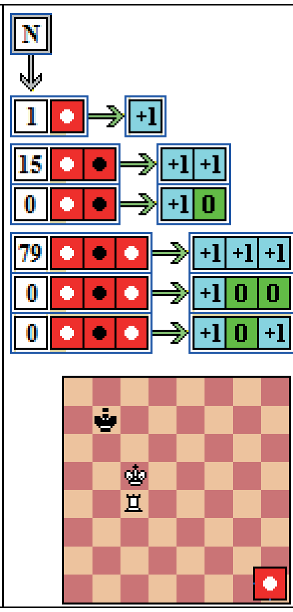


На предыдущей странице мы ввели новый критерий сравнения позиций той же оценки. Этот критерий заключается в сравнении отношения между числами правильных партий и всех партий. Но чтобы его применить, мы вначале должны посмотреть на GV-Распределения некоторых простых примеров. Так, первый рисунок показывает общую схему образования GV-Распределений. GV-Распределение есть числа партий (в серых малых квадратиках), отражаемые специфическими V-Последовательностями. Второй рисунок дает некоторые конкретные примеры, соответствующие левой и правой частям этой схемы (коментарий *1*).

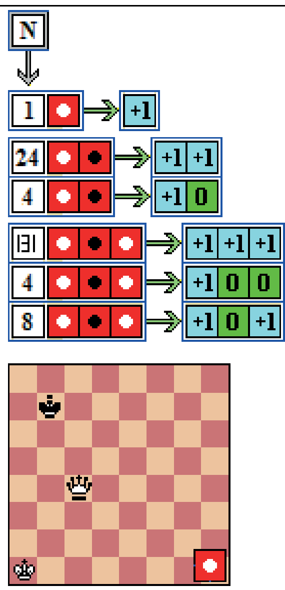
1. In a whole Part *6* we mostly analyze V-Sequences consisting of two values. But as an exception for this page we have given an example of GV-Distribution with V-Sequences of three elements. Thus among all 4 moves in the right position one move wins, one move loses, and two moves draw. That is shown by GV-Distribution.

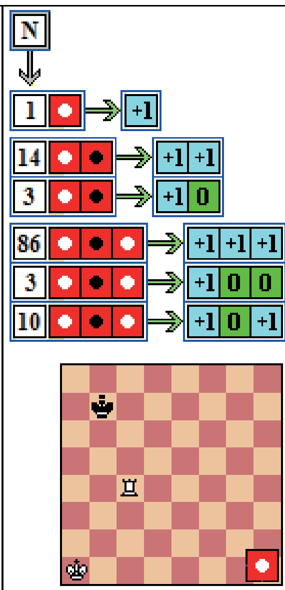
1. В Части *6* мы в основном анализируем V- Последовательности из двух оценок. Но как исключение для этой страницы мы дали пример GV-Распределений с V-Последовательностями из трех оценок. Среди 4 ходов в правой позиции один - выигрывает, один – проигрывает, и два – делают ничью. Это и показывает GV-Распределение.





Please read comment *1* below. Both pictures give four similar examples, where the left ones represent the Balance “the white king and queen against a black king”, and the right ones represents the Balance “the white king and rook against a black king”. Now we can compare GV-Distributions between either the positions of only one Balance or the positions of the different Balances. Thus, there are 25 and 24 winning moves in the left positions of the Balance with a queen. However there are only 15 and 14 winning moves in the right positions of the Balance with a rook.

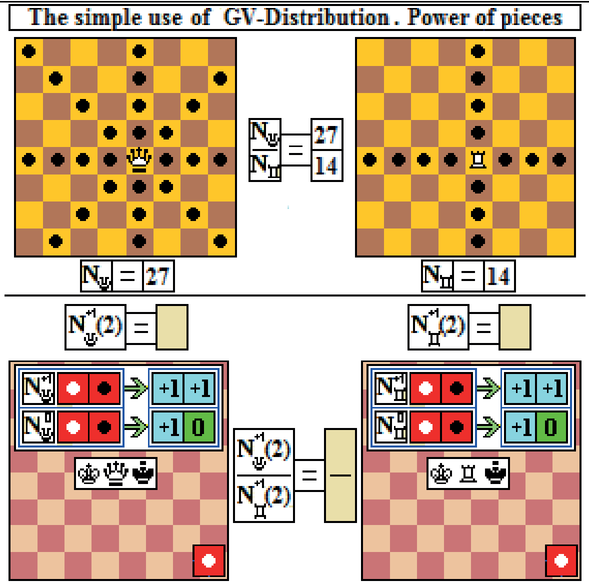




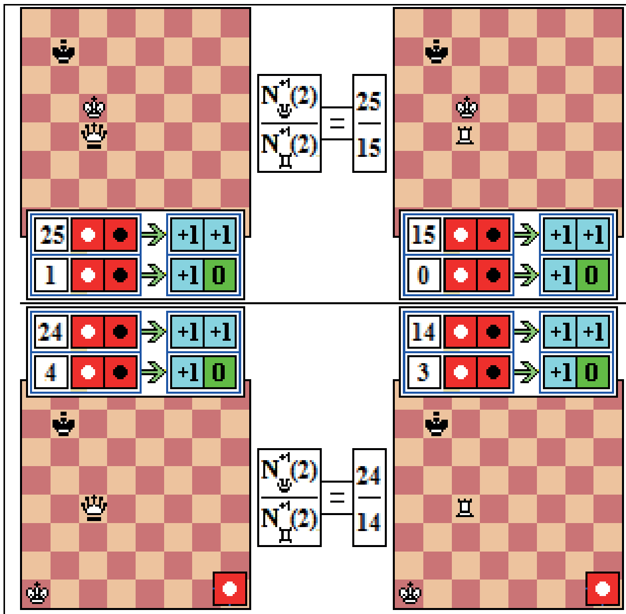
Прочитайте комментарий *1* ниже. Оба рисунка дают четыре похожих примера, где левые примеры представляют баланс “король и ферзь против короля”, а правые - “король и ладья против короля”. Сейчас мы можем сравнить GV-Распределения между либо позициями одного баланса, либо разных балансов. Так, есть 25 и 24 выигрывающих ходов в показанных левых позициях баланса с ферзем. Однако, есть только 15 и 14 выигрывающих ходов в правых позициях баланса с ладьей.

1. Some examples on this page are the same examples as on the previous page. A reason for that lies in the following intermediate aim. We want to use GV-Distribution (with its new criterion for comparison) for comparing the naïve and/or relative power of pieces.

1. Некоторые примеры на этой странице – те же, что и на предыдущей. Причина этого в такой промежуточной цели анализа. Мы хотим использовать GV-Распределение (с его новым критерием сравнения) для сравнения наивной и/или относительной силы фигур.



By using V-Sequences we can compare the relative power of chess pieces much better (comment *1*). A naïve comparison is shown in the upper part of the first picture. A queen standing on *e4* controls 27 squares, a rook standing on *e4* controls only 14 squares. So we can assume that the queen is stronger than the rook by 27/14, almost 2 times. But this logic is primitive. We have to consider other pieces on the board (the positions!) and find GV-Distribution for **n=2** for {"**+1**"; "**+1**"} V-Sequence. So the second picture gives $\mathbf{GV(2)}^{+1}$-Distribution for the positions of two Balances. It results in much better comparison. A queen is stronger than a rook by 25/15 or 24/14 times (see comment *2* and the next page).

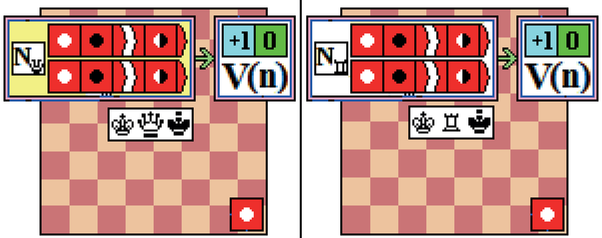


Используя V-Последовательности можно сравнивать относительную силу фигур лучше (комментарий *1*). Эта страница посвящена сравнению сил ферзя и ладьи. Наивное сравнение - на первом рисунке. Ферзь на *e4* контролирует 27 полей, а ладья – только 14. Поэтому можно предположить, что ферзь сильнее ладьи в 27/14, или почти в два раза. Но эта логика примитивна. Мы должны рассматривать другие фигуры на доске (позиции!) и найти GV-Распределение при **n=2** для {"**+1**"; "**+1**"} V-Последовательности. Так что, второй рисунок дает $\mathbf{GV(2)}^{+1}$-Распределение для позиций двух Балансов, что приводит к лучшему сравнению. Ферзь сильнее ладьи в 25/15 или 24/14 раза (см. комментарий *2* и следующую страницу).

1. This page is devoted to the comparison of the power of a queen and rook. *2*. We could consider all positions of these two Balances ("a queen and king against a king" and "a rook and king against a king") finding the average values/comparisons. But we may expand our view and compare GV-Distributions for other lengths (see the next page).

1. Эта страница посвящена сравнению силы ферзя и ладьи. *2*. Мы могли рассмотреть все позиции этих двух Балансов ("ферзь и король против короля" и "ладья и король против короля"), находя средние значения/сравнения. Но можно расширить наш взгляд и сравнить GV-Распределения для других длин (см. следующую страницу).

The simple use of GV-Distribution

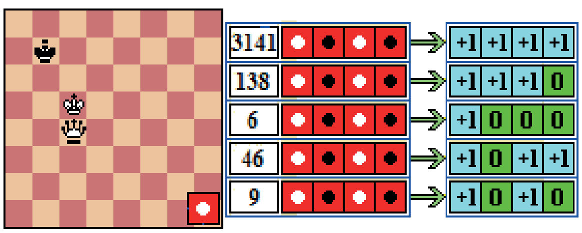


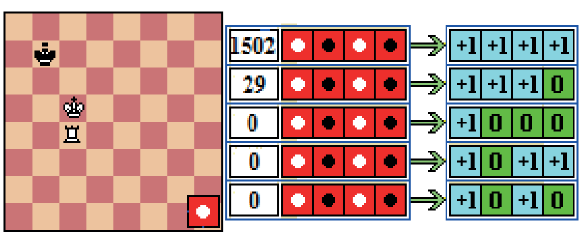
n		1	2	3	4	...
$N^{+1}_{♕}(n)$	=	1	25	114	3141	...
$N_{♕}(n)$		1	26	117	3340	...

n		1	2	3	4	...
$N^{+1}_{♖}(n)$	=	1	15	79	1502	...
$N_{♖}(n)$		1	15	79	1531	...

n		1	2	3	4	...
$N^{+1}_{♕}(n)$	=	1	25	114	3141	...
$N^{+1}_{♖}(n)$		1	15	79	1502	...

The upper part of the first picture shows a general view on GV-Distribution for the Balances analyzed on the previous page (comment *1*). The lower part of this picture gives three different tables of comparisons in forms of fractions (comment *2*). There are some conclusions from these tables: *a*) the positions of the select Balance (either with a queen or rook) mostly generate the correct "**+1**" games; a ratio between a number of them and a number of all games nears to **1**; *b*) not correct games exist but they are insignificant (especially for a case of the rook Balance); c) for **n** of the big values a ratio between the correct "**+1**" games from the positions of the "queen Balance" and positions of the rook Balance reflect the power of the pieces better.

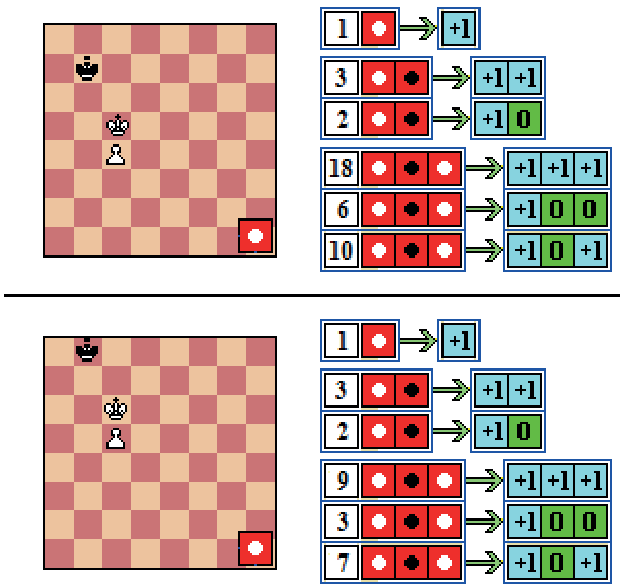




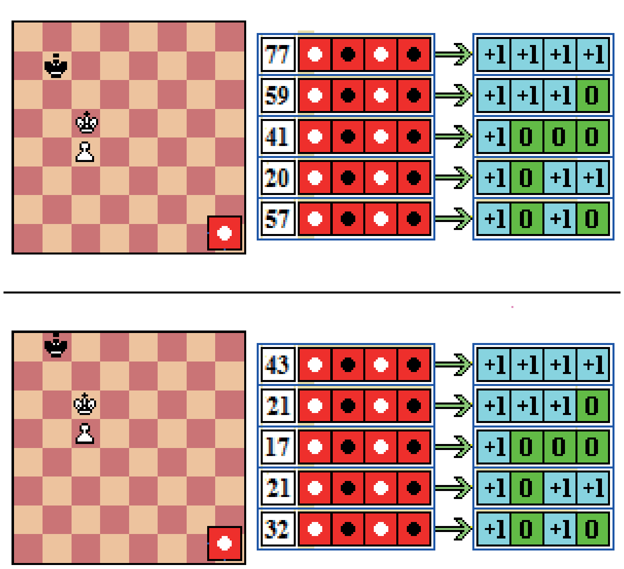
Верхняя часть первого рисунка дает общий взгляд на GV-Распределение для Балансов предыдущей страницы (комментарий *1*). Нижняя часть дает три таблицы сравнений в формах дробей (комментарий *2*). Есть такие выводы из них: *a*) позиции выбранного Баланса (или с ферзем, или ладьей) в основном производят правильные "**+1**" партии; отношение числа партий в них к числу всех партий приближается к **1**; *b*) не правильные партии все же имеются, но они не существенны (особенно для Баланса с ладьей); c) для больших **n** отношение числа правильных "**+1**" с позициями с ферзем к числу "**+1**" партий с позициями с ладьей отражает силу ферзя и ладьи лучше.

1. Here, in the first picture we have denoted numbers of games as N(n) with some upper or lower indices. *2*. Thus we may compare positions of only the given Balance (two tables in a center) or the different Balances (one table at the bottom).

1. Здесь, на первом рисунке, мы обозначили числа разных партий как N(n) с верхними и нижними индексами. *2*. Так, мы можем сравнить позиции или только одного Баланса (две таблицы в центре) или разных Балансов (одна таблица в самом низу рисунка).



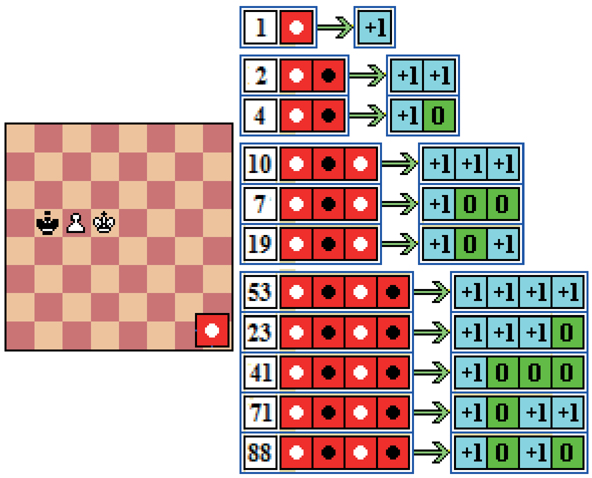
Please comment *1* below. Both pictures of this page show four similar examples of the GV-Distributions, where their upper parts represent the positions of the Structure with a pawn *c4*; and the lower parts - a pawn *c5*. There are some conclusions from these GV-Distributions: *a*) though all initial positions are of “**+1**” value, GV(2)-Distributions for two Structures coincide; but GV(3)-Distributions are different (comment *2*); *b*) the numbers of the correct “**+1**” games is about 30% of the total numbers of games with **n=4** for the two Structures (a pawn is much weaker than a rook or queen on the same square). To clarify a role of a pawn let’s consider examples where a white king does not hinder a pawn (see the next page).



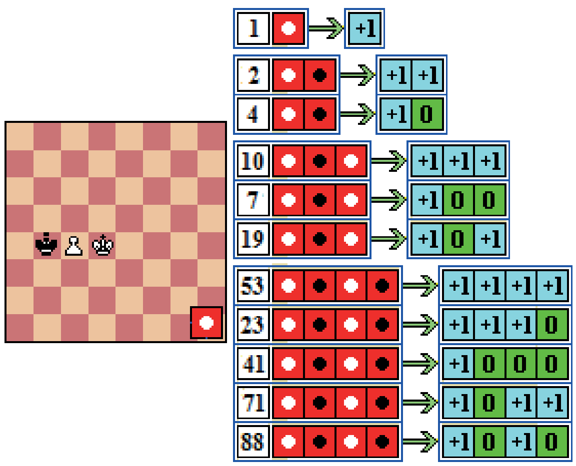
Прочитайте комментарий *1* ниже. Оба рисунка показывают четыре похожих примера GV-Распределений, где верхние их части представляют Структуры с пешкой *c4*; а нижние части – с пешкой *c5*. Выводы: *a*) хотя все начальные позиции - “**+1**” оценки, GV(2)-Распределения для двух Структур совпадают, а для GV(3) разнятся (комментарий *2*); *b*) Правильные “**+1**” партии составляют около 30 % всех партий для любой из Структур (пешка, стоящая на поле *c4*, явно слабее ферзя или ладьи на том же поле). Для прояснения роли пешки, рассмотрим примеры, где белый король не стесняет ее (см. следующую страницу).

1. This page continues showing examples of GV-Distributions. We start analyzing positions of the Balance “a king and pawn against a king”. *2*. This is because: *a*) for **n=2** and pawns on *c4*, *c5* a chess player does not feel a difference in a power of a pawn on these squares (the pawn is far from queening); *b*) GV(3)-Distribution takes into account the closeness of an edge of the board.

1. Эта страница продолжает показ примеров GV-Распределений. Мы начинаем анализ позиций Баланса “король и пешка против короля”. *2*. Это потому, что: *a*) при длине **n=2** для пешек на *c4* и *c5* шахматист не ощущает особой разницы в силе пешки (она далеко от превращения): *b*) GV(3)-Распределение учитывает близость края доски.



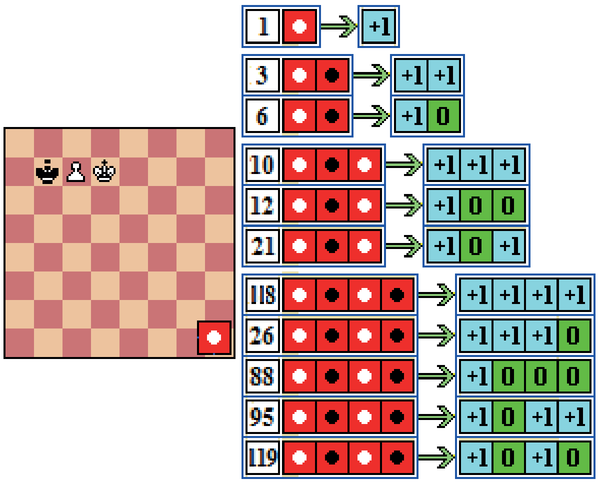
Please read the comment. There is an important conclusion from this page: GV(2), GV(3), and GV(4)-Distributions for the two positions coincide. This is because a white pawn is still far away from queening and/or GV-Distributions are calculated for the small lengths. Chess players think of a position in terms of not games but rather V-Sequences reflecting them (see the comment on the next page). Imagine that a chess board is extended along the vertical. Then a difference between the pawns on different verticals is more insignificant. From this follows the other conclusions: if a pawn is more advanced and/or the larger lengths are being considered then GV-Distributions will be more different and significant.



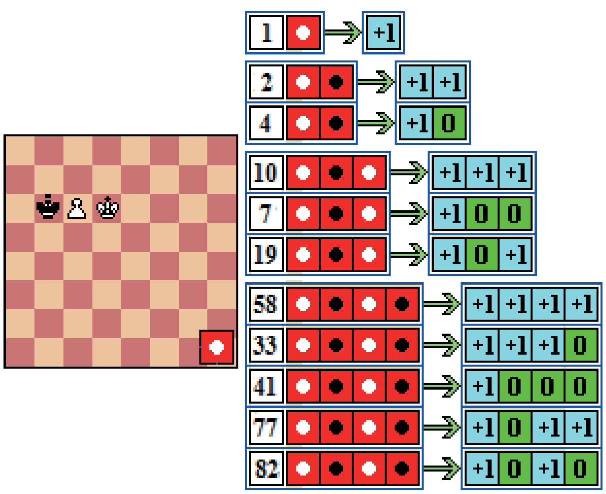
См. комментарий. Есть важный вывод из рисунков страницы: GV(2), GV(3), GV(4)-Распределения для двух позиций совпадают. Это так потому, что пешка все еще далеко от поля превращения и/или GV-Распределения вычислены для малых длин. Шахматисты думают о позиции не по партиям, а по V-Последовательностям, их отражающим (комментарий на следующей странице). Представьте, что доска продолжена по вертикали. Тогда разница между положениями пешки на разных горизонталях более несущественна. Осюда следует другой вывод: если пешка более продвинута и/или более большие длины рассматриваются, то GV-Распределения более разнятся.

This and the next page are devoted to four similar examples of GV-Distributions for the same Balance but the different Structures, where all pieces being on the same rank near the pawn. The first picture of this page shows GV-Distribution for the position with a pawn *c4*; the second picture – for the position with a pawn *c5*. Compare with the next page.

Эта и следующая страницы посвящены 4 похожим примерам GV-Распределений для того же Баланса, но разных Структур, где все фигуры на той же горизонтали, что и пешка. Первый рисунок показывает GV-Распределение для позиций с *c4*-пешкой, второй - *c5*-пешкой. Срав со следующей страницей.



Please read the comment on the previous page. There is a conclusion from the pictures of this page: GV(2), GV(3), and GV(4)-Distributions for the two positions are different (especially for *c7*-pawn). This is because the white pawns in both examples are near the promoting square. In these cases chess players think of a position in terms of “**+1**” V-Sequences with a queen (the comment). So a difference between locations of pawns is obviously significant. In particular a number of “**+1**” correct games for the *c7*-pawn in GV(4)–Distribution is much bigger in comparison with the GV-Distributions for other pawn locations. One can expect that “**+1**” GV-Distributions for this pawn for the big lengths will increase drastically (see the next page).



См. комментарий предыдущей страницы. Есть важный вывод из рисунков страницы: GV(2), GV(3), GV(4)-Распределения для двух позиций разные (особенно для *c7*-пешки). Эо потому, что пешки в примерах около поля превращения. В этих случаях шахматисты думают о позиции в терминах “**+1**” V-Последовательности с ферзем (комментарий). Разница в расположениях пешки очевидно значима. Так, число “**+1**” партий в GV(4)–Распределении ля пешки на *c7* много больше в сравнении с V-Распределениями для других пешечных положений. Можно ожидать, что “**+1**” GV-Распределения для этой пешки для больших длин увеличатся радикально (см. следующую страницу).

Chess players think about the positions and games through the prism of the values of the positions and V-Sequences. If the given position is known in its value the player tries to find correct games from it but all other games, including incorrect games are also kept in his/her mind. The players’ thinking is reflected by V-Sequences. Analyzing V-Sequences is important.

Шахматисты думают о позициях и партиях через призму оценок и V-Последовательностей. Если данная позиция известна в оценке, игрок пытается найти правильные партии от нее, но и другие партии, включая неправильные, также имеет ввиду. Мышление игрока отражается V-Последовательностями. Анализ последних - важен.

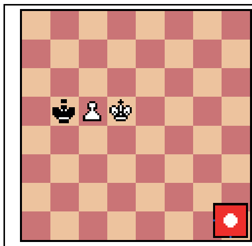
n		1	2	3	4	...
$N^{+1}_{c5}(n)$	=	1	2	10	53	...
$N_{c5}(n)$		1	6	36	276	...

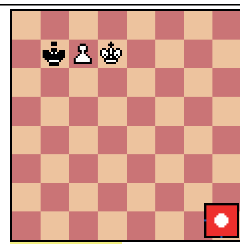
n		1	2	3	4	...
$N^{+1}_{c7}(n)$	=	1	3	10	118	...
$N_{c7}(n)$		1	9	43	446	...

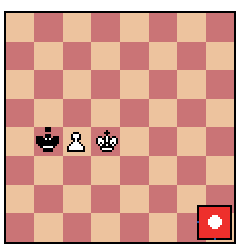
n		1	2	3	4	...
$N^{+1}_{c4}(n)$	=	1	2	10	53	...
$N_{c4}(n)$		1	6	36	276	...

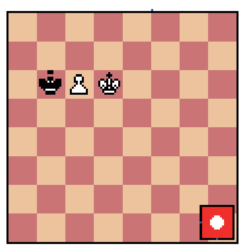
n		1	2	3	4	...
$N^{+1}_{c6}(n)$	=	1	2	10	58	...
$N_{c6}(n)$		1	6	36	291	...

Please read comment *1* below. The first picture gives four tables showing the rations between the numbers (and these numbers themselves) of "**+1**" games and all games for GV(1), GV(2), GV(3), and GV(4)-Distributions from four positions of two previous pages (comment *2*). We confirm again that positions "c4", "c5", and "c6" are equal in a value sense under the new criterion (comment *3*). We remind it here. Among two (or more) positions of same value that position is better that has the bigger ratio between the numbers of the correct games and all games (calculated independently for each **n**). As we said on previous page for the *c7*-pawn number of "**+1**" games increases drastically to 118. A reason for that is on the next page.





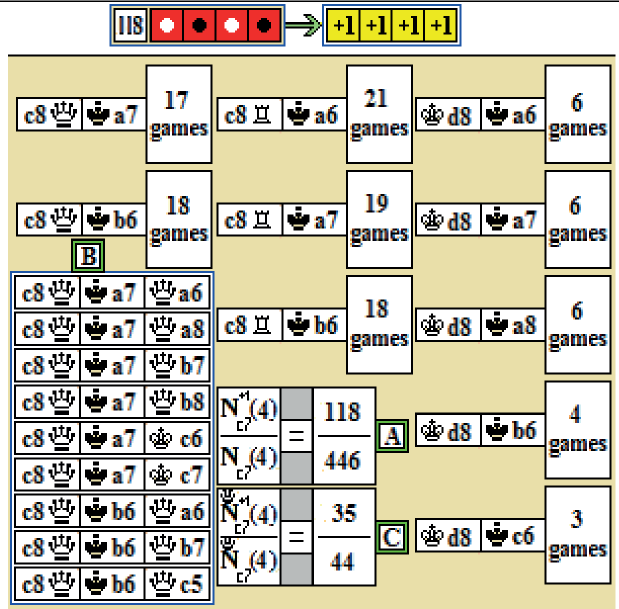




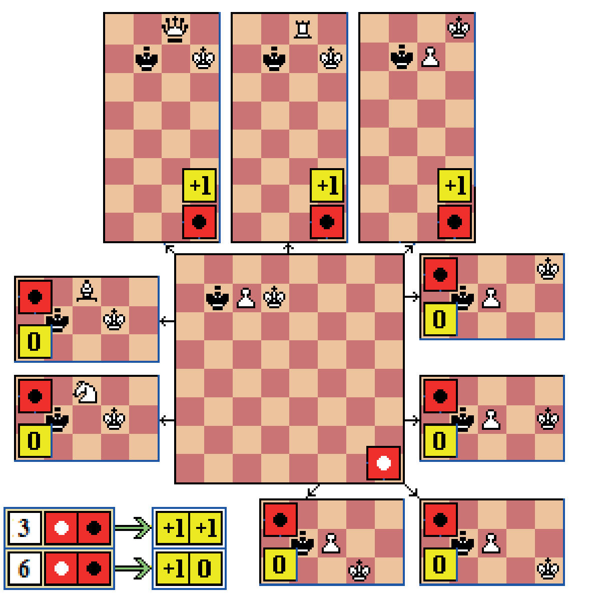
См. комментарий *1*. Первый рисунок дает 4 таблицы с отношениями между числами (да и сами числа) "**+1**" партий и всех партий для GV(1), GV(2), GV(3) и GV(4)-Распределений от 4 позиций двух предыдущих страниц (комментарий *2*). Мы подтверждаем снова, что позиции "c4", "c5" и "c6" равны в оценивающем смысле по новому критерию (комментарий *3*). Напоминаем о нем. Среди двух (или более) позиций той же оценки та лучше, что имеет большее отношение между числами правильных партий и всех партий (вычисленных независимо для каждого **n**). Как сказано на предыдущей странице для *c7*-пешки число "**+1**" партий растет быстро до 118. Причина этого – на новой странице.

1. This page uses the results of two previous pages. It is better to consider this page with them together. *2*. We have denoted the positions characterized by the locations of a pawn on *c4*, *c5*, *c6*, and *c7* as "c4", "c5", "c6", and "c7" respectively and given them in the second picture. *3*. It is true for **n** equal **1**, **2**. For **n=3** it is true for all pawns but *c7*-pawn.

1. Эта страница использует результаты двух предыдущих (все лучше рассматривать совместно). *2*. Для этой страницы мы обозначили позиции с пешками на *c4*, *c5*, *c6*, *c7* как "c4", "c5", "c6", "c7" позиции соответственно и дали на втором рисунке. *3*. Это верно для **n** равных **1**, **2**. Для **n=3** это верно для всех пешек, кроме *c7*-пешки.



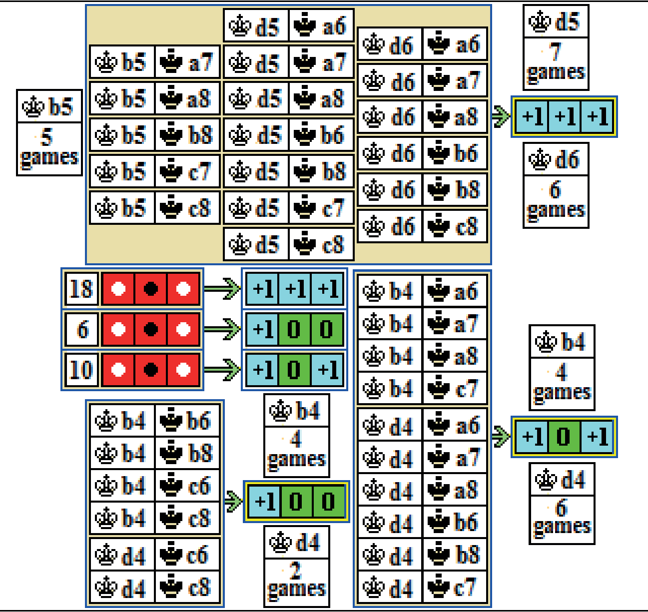
A gray fragment of the first picture shows all "+1" games for **n=4** (comment *1*). There are 118 "+1" games among 446 all games (fragment *A*). "+1" correct games are divided into three sets characterized by three first White's winning moves (see the second picture). A ratio between the numbers of "+1" games and all games is 118/446 what is approximately 26%. That is evidently small because White can promote his pawn to other pieces. Suppose on his first move White promotes his pawn only to the queen. Then number of "+1" games will be 35 and number of all games will be 44 (comment *2*). It results in the emergence of a new Conditional Strategy (shown in fragment *C*) and White's play significantly improves (comment *3*).



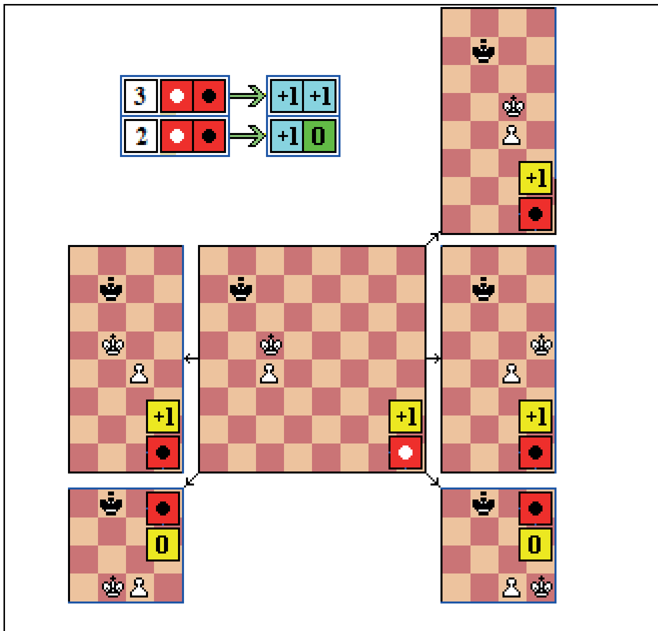
Серый фрагмент первого рисунка показывает "+1" партии для **n=4** (комментарий *1*). Есть 118 "+1" партий среди всех 446 (фрагмент *A*). "+1" правильные партии разделены на три множества, характерные тремя первыми выигрывающими ходами Белых (второй рисунок). Отношение между числами "+1" партий и всех партий равно 118/446, что приблизительно 26%. Это довольно мало, но потому, что Белые могут превратить пешку в другие фигуры. Предположим, что Белые сразу превращают и только в ферзя. Тогда число "+1" партий будет 35, а число всех партий - 44 (комментарий *2*). Это приводит к к возникновению новой Условной Стратегии (фрагмент *C*) и игра Белых явно улучшается.

1. Due to lack of space we gave only the correct games. Instead of the last moves we inserted only their numbers. *2*. To calculate all such games (with the queen promotion) we added 9 incorrect games shown in fragment *B*. *3*. The Conditional Strategy is better as it is measured by the new big number 35/44 (approximately equal to 80%).

1. Из-за нехватки места мы дали только правильные партии, в вместо последнего хода только их число. *2*. Для вычислени таких партий (с превращением в ферзя) мы добавили 9 неправильных партий, показанных во фрагменте *B*. *3*. Эта Условная Стратегия лучше, так как новое отношение 35/44 явно больше (почти 80%).



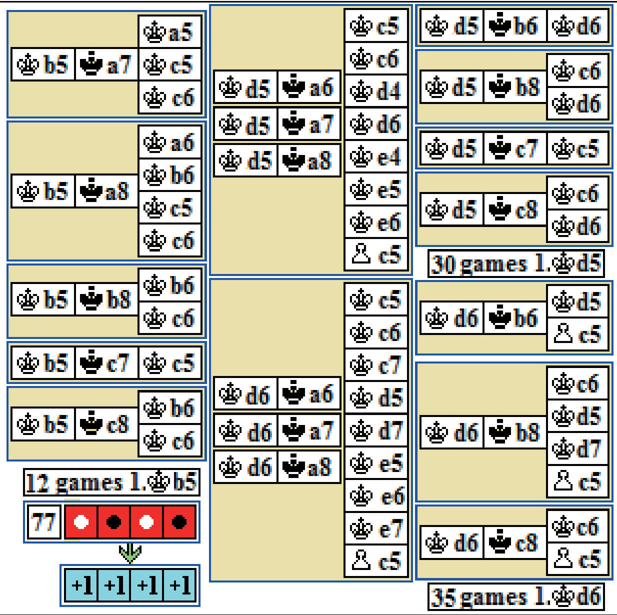
The grays fragments of the first picture show all games for **n=3** (comment *1*). There are 18 “**+1**” games among 34 all games. “**+1**” correct games are divided into three sets characterized by three first White’s winning moves (see the second picture). Let’s ask a question. “What first move is better” (comment *2*)? Many chess players answer to it that only the move “1.♔d6” wins since after the moves “1.♔b5” or “1.♔d5” after the Black’s respond “1…♚c7” White has to return his king and Black may repeats the initial position. And they may add that “two other moves just lengthen checkmating”. Lengthening is not good thing but there is a good thing about the move “1.♔b5”. After it White has “**+1**” Repetition Strategy (comment *3*).



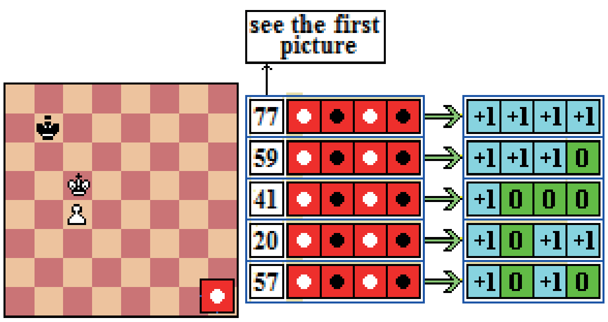
Серые фрагменты первого рисунка показывают все партии для **n=3** (комментарий *1*). Есть 18 “**+1**” партий среди всех 34. Они разделены на три “**+1**” множества, характерные тремя первыми ходами Белых (второй рисунок). Зададим вопрос. “Какой первый ход лучше” (комментарий *2*)? Много шахматистов ответят: «только ход “1.♔d6” выигрывает, так как после ходов “1.♔b5” или “1.♔d5” и ответа черных “1…♚c7” Белые должны вернуть своего короля, а Черные могут повторить позицию». И добавят, что «другие ходы удлиняют матование”. Удлинение не хорошо, но есть и хорошая вещь у хода “1.♔b5”. После него Белые имеют “**+1**” Повторяющуюся Стратегию (комментарий *3*).

1. Let’s return to the position on page *901*. Can we apply the study of V-Sequences to it (when a white pawn is far away from promoting)? *2*. “Better” means the existence of an additional (not obligatory) value scale, since all 3 winning moves are equal in a value sense. *3*. Sometimes it is nice to understand that a side has a possibility of repeating positions (see the next page).

1. Вернемся к позиции с. *901*. Можем ли мы применить учение о V-Последовательностях к ней (когда пешка далека от превращения)? *2*. “Лучше” означает существование не обязательной шкалы, так как 3 выигрывающих хода равны в оценивающем смысле. *3*. Иногда приятно понимать, что сторона может повторить позицию (т.е имеет ничью).



The grays fragments of the first picture show 77 "**+1**" games (among 446 all games) for **n=4** (comment *1*). These "**+1**" games are divided into three sets based on three first White's moves (comment *2*). Most of these games, 35, are generated by move "1.♔d6"; 30 games - by "1.♔d5" and 12 games – by "1.♔b5". So we may assume that the move "1.♔d6" is better than others. There is another interesting idea from the previous page. Comparing two bad moves, "1.♔b4" and "1.♔d4", we come to a conclusion that the latter one is better. There are some reasons for this. After move "1.♔b4" there are 4 drawing moves and 2 losing moves for Black. After "1.♔d4" there are 4 drawing moves and 6 losing moves (comment *3*).

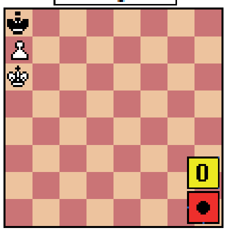


Серые фрагменты первого рисунка показывают 77 "**+1**" партий (среди 446) для **n=4** (комментарий *1*). Эти партии разделены на три множества по первым ходам Белых (комментарий *2*). Большинство партий, 35, произведено ходом "1.♔d6"; 30 - "1.♔d5" и 12 – "1.♔b5". Поэтому мы можем предположить, что ход "1.♔d6" лучше других. Есть и другая интересная идея из предыдущей страницы. Сравнивая два плохих хода, - "1.♔b4" и "1.♔d4", - мы приходим к выводу, что последний лучше. Такие причины для этого. После "1.♔b4" есть 4 ничейных хода и 2 проигрывающих для Черных. После же "1.♔d4" есть 4 ничейных хода и 6 проигрывающих (комментарий *3*).

1. You may add all numbers in the second picture to get 446 games. 2. This page and the previous page are closely connected (consider them together). Later in the main text of this page we will give another example of applying V-Sequences for comparing two positions of same value. *3*. The chances, that Black may err, increase.

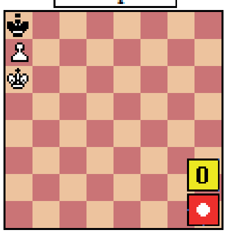
1. Вы можете сложить все числа второго рисунка для получения 446 партий. *2*. Эта и предыдущая страницы тесно связаны (прочитывайте их совместно). Позже в главном тексте этой страницы мы дадим другой пример применения V-Последовательностей для сравнения двух позиций той же оценки. *3*. Шансы, что Черные ошибутся, увеличиваются.

Example 3



n		1	2	3	4	...
$N^0(n)$	=	1	0	0	0	...
$N(n)$		1	0	0	0	...

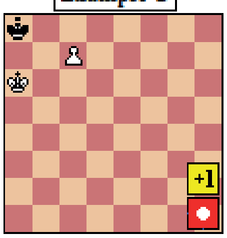
Example 4



n		1	2	3	4	...
$N^0(n)$	=	1	3	4	25	...
$N(n)$		1	3	4	25	...

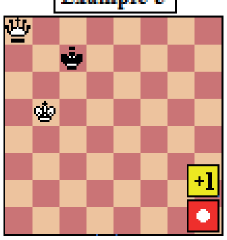
Please read comment *1* below. The first picture shows two GV-Distributions from two "**0**" positions; the second picture – for the "**+1**" positions. There some general properties of these GV-Distributions. For all GV-Distributions of length equal **1** number of the correct games and all games are equal **1**. Since an initial position of Example *3* is a stalemate there are no games of length more than one position (comment *2*). A ratio between the numbers of the correct games and all games may serve as the criterion of comparison of two positions in a value sense. If a ratio between the correct games and all games is **1**, the initial position is very stable (good) in a value sense (for a given **n**). For a KQK-Balance such a ratio usually is very big.

Example 2



n		1	2	3	4	...
$N^{+1}(n)$	=	1	2	0	0	...
$N(n)$		1	7	6	49	...

Example 5



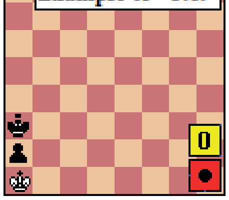
n		1	2	3	...
$N^{+1}(n)$	=	1	23	82	...
$N(n)$		1	27	91	...

См. комментарий *1*. Первый рисунок показывает два GV-Распределения от двух "**0**" позиций; второй рисунок – для "**+1**" позиций. Такие свойства этих GV-Распределений. Для всех GV(1)-Распределений число всех партий равно **1**. Так как начальная позиция Примера *3* есть пат, нет партий длиной больше **1** (комментарий *2*). Отношение числа правильных партий к числу всех партий может служить критерием сравнения в оценивающем смысле. Если отношение между числами правильных партий и всех партий равно **1**, начальная позиция очень стабильна (хороша) в оценивающем смысле (для данного **n**). Для KQK-Баланса отношение обычно очень большое.

1. This and the next page use the Examples of the General Preface; the names of those Examples are the same. *2*. Details of Example *1* are in the Special Preface.

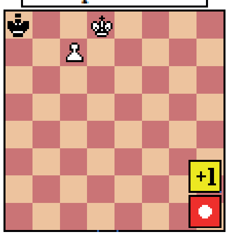
1. Эта и следующая страницы используют Примеры Общего Предисловия; имена этих Примеров – те же. *2*. Подробности Примера *1* находятся в Спецнальном Предисловии.

Example to "3.e."



n		1	2	3	4	...
$N^0(n)$	=	1	3	4	25	...
$N(n)$		1	3	4	25	...

Example to "3.h."



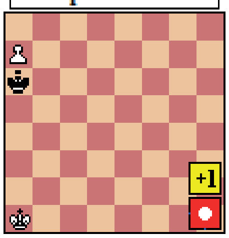
n		1	2	3	...
$N^{+1}(n)$	=	1	6	10	...
$N(n)$		1	8	14	...

n		1	2	3	...
$N^{+1}(n)$	=	1	6	10	...
$N(n)$		1	6	10	...

C

Please read comment *1* on the previous page. The upper part of the first picture shows GV-Distributions from "**0**" position; these GV-Distributions coincide with GV-Distributions for Example *4* of the previous page (comment *1*). For all other GV-Distributions of the Examples on this page we have given both GV-Distributions and the Conditional GV-Distributions (in fragments *C*). Conditional GV-Distribution is GV-Distribution based on a concrete condition connected with the specific games (comment *2*). For these Examples a condition is a ban of a promotion to bishop\knight. Accepting the obligatory promotion to queen\rook improves the side's play. That is reflected by fragments *C*.

Example to "3.i.3."1

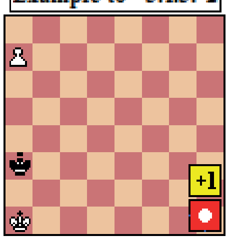


n		1	2	3	...
$N^{+1}(n)$	=	1	2	5	...
$N(n)$		1	7	28	...

n		1	2	3	...
$N^{+1}(n)$	=	1	2	2	...
$N(n)$		1	5	20	...

C

Example to "3.i.3."2



n		1	2	3	...
$N^{+1}(n)$	=	1	3	5	...
$N(n)$		1	5	13	...

n		1	2	3	...
$N^{+1}(n)$	=	1	3	7	...
$N(n)$		1	3	7	...

C

См. комментарий *1* предыдущей страницы. Верхняя часть первого рисунка показывает GV-Распределения, совпадающие с GV-Распределениями для Примера *4* предыдущей страницы (комментарий *1*). Для всех других Примеров этой страницы мы дали как GV-Распределения, так и Условные GV-Распределения (во фрагментах *C*). Условное GV-Распределение есть GV-Распределение, основанное на конкретном условии, связанном со специфнческими партиями (комментарий *2*). Для этих Примеров условием есть запрет на превращение в слона\коня. Принятие обязательного превращения в ферзя\ладью улучшает игру Белых. Это отражается фрагментами *C*.

1. A reason of giving this Example is to show the coincidence of GV-Distributions for the positions built on the Symmetrical White-Black Transformation. *2*. Any condition reflects a specific subset of games (or a subgraph of the Graph of the Sequel generating those games). In some cases it may be formulated by a specific rule (see the main text).

1. Причина дачи этого Примера в показе совпадения GV-Распределений для позиций Симметричного Белые-Черные Преобразования. *2*. Любое условие отражает некоторое подмножество партий. В некоторых случаях оно может быть сформулировано как специфическое правило (см. главный текст).

A Special Preface (devoted to the "fortress" shown on the front cover).

A Special Preface (to the “fortress” pages devoted to the front cover).

This preface and the "fortress" pages (pages devoted to the large Example 1 shown on the front cover) detail a whole process of analyzing Example 1.

1. Many positions in Chess are unknown in their values mostly because their sets are very large. No effective algorithms exist for computing their overall number or even the values of their positions.

2. Furthermore, it seems that it is not possible in principle to assign a particular value of a position for a certain particular set of theirs if this set itself cannot be exactly defined.

3. The idea above, however, does not mean that the value of a position cannot be always defined in all such quantitatively vast sets.

There exist specific means of determining a value, one of which is the method of building a Graph of the set of positions (for example, of the Sequel and its given subsets).

In Part 3 of MTC (Math Theory of Chess) it is proven that in all cases of a known Graph of positions it is always possible to unequivocally define the value of any position belonging to it, while in Part 4 a means of doing so is offered (for example, with the help of various matrices for describing the given Graph).

4. However, the following fact must be taken into account. A Graph is not only a set of positions; it is also a set of connections/moves among them, which is what actually defines it as a Graph from the mathematical point of view and the chess point of view - as a set of games (possibly with positions of concrete values, which have already been found by some means).

5. In other words, even if we compute the number of elements/positions of a Graph, it will not imply the determination of its connections/games, and therefore the values of its positions. For example, we will compute the number of elements in the Graph of the Sequel of initial position “1” on the cover of this book, amounting to over 10 million in number. However, this is difficult to use in further determining the number of connections/games or values in particular.

6. Yet the values of many positions of this set (the Sequel of the initial fortress position) can be found from certain other considerations. These considerations are often rather simple.

a) All positions of the Sequel have the value either **“0”** or **“-1”** (**“+1”** value cannot exist, as a bishop cannot win against a rook);

b) It is better to partition the Sequel of our given position into 4 sets, defined by 4 Balances (let us note that Balances are sets described below and can and will be divided into specific subsets; of checkmate or stalemate positions, for example).

1. Balance of white king and bishop against black queen and rook. Briefly: the “Rook and Bishop” Balance.
2. White king and bishop against black king. Briefly: the “Bishop” Balance.
3. White king against Black King and Rook. Briefly: the “Rook” Balance.
4. White King against black king. Briefly: “KK-Balance”.

c) All positions of the “Bishop” Balance are of **“0”** value.

d) All black positions of the “Rook” Balance are of **“-1”** value. All white positions, if not stalemate and not those in which White can immediately take the rook with the king, are of **“-1”** value; if the white positions are either stalemate or those in which White can immediately take the rook, then they are of **“0”** value.

e) Even in the most complex case (the "Rook and Bishop" Balance) there is an obvious set of "simple" positions in terms of finding their value. For example, it includes white positions in which White wins (pins) the opponent's rook, stalemate positions, and some others.

f) In either case of the investigation (with or without determining values) it always makes sense to first analyze the characteristic non-value properties of Balances and other specific sets of the Sequel of the initial position. As we do so, it is mandatory to clarify the issue of final checkmate/stalemate positions, or even better said, positions of the PF and PI-classes. This is what is done in items "7" below.

7. For this item we remind that there exist positions of the PF and PI-classes. A PF-position cannot repeat itself. A PI-position may repeat itself.

a) All KK-Balance positions are of the PI class. At the same time, as has been found in Parts *1* and *2* of MTC, they are all united into one connected set of positions called a Type (here the KK-Type), consisting of 7224 positions. It is even obvious that for any white/black position of the KK-Type one can find a game (from here onwards in this special preface, a game is defined as a sequence of positions of any length), such that it leads to the same or mirror, black/white position (with the same location of kings but the opposite turn to move). This leads to having 3612 white and 3612 black positions in the given Type (Balance).

b) It is interesting, however, that even for this supposedly simple set, the construction of the Graph itself is not so simple. Just imagine a Graph with 7224 vertices, connected in a bizarre manner! This bizarreness is based on the dependent location of kings in the Type: the set of squares for the white/black king depends on the location of the other King. Moves between positions are connections between vertices in the Graph and it is they, as stated above, that together with the vertices define the entire Graph. If it (the Graph) is given, then everything can be discovered, up to and including the values of positions.

c) Just as the Graph of the KK-Balance, the Graph of the "Bishop" Balance is also dependent. This is easy to understand by imagining that we were to put a Bishop on any light square of the board in addition to the two kings. The dependency of the bishop on the kings is added to the dependency of the kings themselves, especially when these kings are on light squares.

d) However, PF-positions already appear in this Balance, including stalemate ones. A PF-position is a position that–cannot be repeated in the game and a simple illustration of such in this Balance is the black position with the black king on *a1*, the white king on *c1*, and the bishop on *a2*. Black is obligated to take the bishop, but any forced capture characterizes the belonging of a position to the PF class. In practice this means that if we want to construct games in the "Bishop" Balance, then we must take into consideration that this game with this (or any other) PF-position will imply a transition to a different (here: "with two Kings") Balance.

e) By the way, altering the above position slightly, namely, replacing the Bishop to *b1*, we obtain another PF-position, a stalemate one to be exact, and this means that all games will terminate on it. We keep this in mind when we wish to construct one very long game (let's take, with the minimal number of positions). Such a game would include "all" positions of the "Bishop" Balance (the word "all" is given in quotes, since later it will be shown that all positions are unattainable within one game).

Such a game in the KK-Balance exists, since it is given by the Graph that includes all positions of the one KK-Type. That is why it contains no less than 7224 positions (let us not forget that in MTC there are no limitations on the length of a game, on the number of repetitions, and certain other rules established by humans).

f) But such a game “with all positions” does not exist in any other Balances. For the “Bishop” Balance this simply follows from the fact that the number of stalemate positions in it is greater than one, which means that one game cannot have them all. In the strict sense one game also cannot contain two PF-positions (not necessarily stalemate). This is because here Black is obligated to take the bishop in any PF-position; we immediately pass into a new set, from which there is no return to the “Bishop” Balance.

g) Although we cannot construct a “with all positions” game, we can attempt to construct a game with the maximum possible number of different positions (in the given “Bishop” Balance, as well as in it, and later in the KK-Balance, after capturing the bishop. Such a game, be it constructed, would possess the following properties:

1) It would contain all PI-positions (if its first position is itself of the PI-class, for example after White’s bishop move in the initial position to *f5*, and then Black’s rook move to *e4*, with the bishop’s capture of this rook to follow;

2) These PI-positions could possibly repeat several times (we do not know how many, since this is defined by a very complex Graph, which we are unable to build);

3) After rounding all PI-positions we could include one PF-position, from which Black is obligated to take a bishop and:

4) No less than 7224 positions of the KK-Type further follow.

h) Above, we have described the process of constructing the maximum possible game for the “Bishop” Balance, but it holds as well for constructing the maximum possible game for the “Rook” Balance and for the “Rook and Bishop” Balance. We will at some point revisit this process, but for now let us draw a preliminary conclusion, consisting in the following fact: for any three- or four-piece Balance of the Sequel of the initial position, we have to compute not only the number of positions in them, but also compute separately the number of PF and PI-positions (or even better, point out the checkmate and stalemate positions inside them).

i) This is why the Sequel analysis of the initial position includes not only the calculation of positions in every Balance, but also the calculation of PF and PI positions in them.

Suppose we have computed the number of positions in each Balance and the number of PF and PI-positions in them. Then it is possible to calculate the number of positions in the maximum possible game (beginning with the initial position). How to do this will be shown in item “8”. For now let us say a few final yet important words about computing the number of positions that are not elements of the Sequel of our initial position, including also illegal positions.

j) It must be understood that that the Sequel of our initial position contains only those positions that arise in at least one game from the given one. It is exactly these positions that are elements of the Sequel, even if at first sight it may seem that all positions of the Balance are elements of the Sequel. But this is not so, which complicates the task of computing the number of positions. Let us delve into this in some more detail.

Here is a position (a so-called M-combination), which is formed in the “Bishop” Balance when for this location of the Kings (the white one on *c1* and the black one on *a1*), we place the bishop on the *a2* square (it was mentioned in item “7.d”, except that now we will consider it with White to move).

It turns out that such a position (as an element of the “Bishop” Balance) cannot be an element of the Sequel of the initial position, as it is even illegal (it is impossible to point out Black’s last move). In other words, an element of the Balance is not necessarily an element of the Sequel. Or: the set of positions of the “Bishop” Balance is not the set of elements of the Sequel (this also concerns the Balances other than the KK-Balance).

k) In order to formulate this mathematically, let us use the concept of an M-combination (analyzed in Part 1 of MTC). We will suppose that an M-combination here is a configuration of pieces on the board with the following conditions:

1) Kings do not touch each other;
2) Other pieces occupy only places free from the kings;
3) A bishop may only occupy a light square.

With the conditions above, computing the number of M-combinations is very simple. Thus, for the “Bishop” Balance it is 7224*31=223944, - since we have multiplied the number of positions with two kings by 31 (average number of squares for the bishop, taking into account the fact that it can occupy any light square free from the kings). Now, the number of M-combinations for the “Rook and Bishop” balance is equal to 223944*61=13660584 (under the assumption that for any M-combination of the “Bishop” Balance we additionally set a rook on the board, which can occupy any of the remaining 61 squares).

l) Next, we can employ the law regarding the number of M-combinations (first part of MTC), which states that the number of M-combinations in a particular set of positions is the sum of legal and illegal positions. Adapting this law to our case, we get that the number of M-combinations in the “Rook and Bishop” Balance is equal to the sum of the number of Sequel elements in our initial position and those elements/positions that cannot be such.

m) The thing is, in the overwhelming number of cases all M-combinations of the “Rook and Bishop” Balance (or any other three-piece one) are simultaneously elements of the Sequel of our initial position. Simply put, via the procedure of placing first the bishop and then the rook on the board with kings, it is almost certainly possible to obtain any position of the Sequel, - we need to then only get rid of “bad” positions, either illegal ones or others that for some reasons are not elements of the games. In the main text of the book this method (“the method of subtraction”) is successfully used (it is called the method of subtraction in that sense that we need to subtract the number of positions that are not Sequel elements from the number 13660584).

n) Besides illegal positions, certain other positions are among “bad” positions (positions that are not Sequel elements of the initial position). Here is an example of one. “White: ♔e1; Black: ♚c2, ♜c1”. It is evident that it cannot be a Sequel element, as the rook could not have arrived to *c1* from any game that begins with the initial position (but this position itself is legal, since the last move could have been a capture of a white knight).

o) By the way, for the “bad” position of the “Rook” Balance pointed out above, we can easily obtain the set of other “bad” positions of the “Rook and Bishop” Balance simply by placing the bishop on any other light square free of other pieces (since the insoluble grouping of pieces will not go anywhere).

p) Even if we place the bishop on *d1*, we obtain the position: “White: ♔e1, ♗d1; Black ♚c2, ♜c1”, which is not a Sequel element (if White declared a check with the bishop from *d1* with his last move, we would obtain the very same insoluble group of pieces).

q) Everything listed above (in this item) leads us to the following conclusion. In order to determine the membership of a given M-combination in a Sequel, we need to occasionally employ retroanalysis, which is the analysis of the position’s past. And this is possible only on the basis of the construction of a game from such-and-such position (either our initial one or even the Original position). The idea of a game (especially in connection with the idea of a V-Sequence) is key in Part *6* of MTC Therefore, we now make a point-blank approach to its concrete illustration.

We will use the example of our initial position with its set of all positions that originate from it (the Sequel) and the set of all games (the Sequel of games).

8. We wish to construct the set of all games from the given initial position in order to use it in the analysis of the majority of properties of this and other positions originating from it. For now we do not know which particular properties may be obtained, but we expect that to pay off with interest. And really, the use of the set of games (and especially "Games → V-Sequences" mapping) turns out to be very fruitful in the situation in which the Graphs of the Sequel of this (and many other positions in Chess) are practically impossible to strictly define.

a) This item concerns only one game (or, a very small subset of them) in the entire overwhelmingly vast set of games from the initial position. It is the game containing the maximum possible number of different positions of the Sequel.

Let us try to evaluate the minimal length of such a game. In this we are helped by the enumeration of properties of such a game, which is given below (it is composed analogously to the properties of the "maximum" game from a PI-position of the "Bishop" Balance made in item "7g").

The properties of the "maximal" game (game from the initial position containing the maximum possible number of distinct positions):

1) It contains all PI positions of the "Rook and Bishop" Balance;

2) These PI-positions possibly repeat themselves several times (we do not know how many, since this is defined by an incredibly complex Graph, which we are unable to build);

3) After rounding all PI-positions we have these possibilities:

A) To finish the game in this Balance («Rook and Bishop»). In this option it is obvious that we will not obtain the maximal game.

B) To choose some position of the PF-class (not stalemate and not checkmate) and, having reached it, to continue constructing the game further. In this option we suppose that any PF-position is a position from which comes the position of another Balance, and therefore a PF-position is necessarily a position that forces either White to take the rook or Black to take the bishop (in the general case a non-final PF-position is not necessarily a position in which one side is forced to capture a piece of the other side, but for this particular case of the fortress we will accept precisely this interpretation here). Then it is obvious that we had better choose a PF-position that leads to the "Rook" Balance – since there are more positions there (than in the "Bishop" Balance);

4) Having entered the first PI-position of the "Rook" balance, we begin to round all of its PI-positions. Then we have these possibilities:

A) To choose any checkmate or stalemate position of this Balance and finish the game. In this option we also do not obtain the maximal game, since we forget about the positions of the KK-Balance.

B) To choose some position of the PF-class (not stalemate and not checkmate) and having reached it, to continue constructing the game further. But since such a PF-position is a position in which White is forced to take the black rook, we by doing so enter into:

5) the KK-Balance, rounding all of its positions, we conclude the maximal game.

b) From what is said above it follows that the maximal game has the following number of positions:

A) 11257358 PI-positions of the "Rook and Bishop" Balance.

B) One PF position, in which Black captures the bishop;

C) 398368 PI-positions of the "Rook" Balance;

D) One PF-position, in which White takes the rook;

E) 7224 positions of the KK-Type.

As such, this game contains 11662952 positions.

We highlight once more that this is not the length of the game itself but the number of distinct positions that it contains, but even it (since huge number of positions) can be used for a conclusion about constructing games (see below).

c) Aside from computing the number of positions of the maximal game, it is also possible to compute:

A) The number of games that end in checkmate or stalemate positions (if for every such position only one game is constructed, then the number of games will be equal to the number of such final positions);

In the main text the number of the following characteristic positions for composing the games above is computed, namely:

3264 checkmate positions in the “Rook and Bishop” Balance.

48 stalemate positions in the “Rook and Bishop” Balance.

B) The number of games “ending in” all positions of the KK-Balance, but in the process of construction passing not through the “Rook” Balance but through the “Bishop” Balance.

This number is equal to 11472422= 11257358 PI-positions of the “Rook and Bishop” Balance + 1 (one PF-position of the “Rook and Bishop” Balance – any that forces White to capture the Rook) + 207838 PI-positions of the “Bishop” Balance + 1 (one PF-position of the “Bishop” Balance – any in which Black captures the Bishop) + 7224 (the number of positions of the KK-Balance).

C) The number of games “ending” in all positions of the KK-Balance but in the process of construction passing through other PF-positions (in all Balances); wherein one may construct games with either the greatest number of games or the least. In the case of the greatest number of passing positions, so-called “maximal” games are obtained, which are analogous to the one built in the beginning paragraphs of item 8.

All main numerical non-value characteristics, found as a result of the investigation in the main text of the book, are given below in item 9.

d) In general, as has been found in Part *1* of MTC, any game is defined by a Sequence of Types (or in simplified forms: Sequence of Structures, Sequence of Balances). For our case of the initial fortress position these Types are:

C) The number of games “ending” in all positions of the KK-Balance but in the process of construction passing through other PF-positions (in all Balances); wherein one may construct games with either the greatest number of games or the least. In the case of the greatest number of passing positions, so-called “maximal” games are obtained, which are analogous to the one built in the beginning paragraphs of item 8.

All main numerical non-value characteristics, found as a result of the investigation in the main text of the book, are given below in item 9.

d) In general, as has been found in Part *1* of MTC, any game is defined by a Sequence of Types (or in simplified forms: Sequence of Structures, Sequence of Balances). For our case of the initial fortress position these Types are:

1) TI-Type of the “Rook and Bishop” Balance, consisting of all PI positions of this Balance;

2) Set of TF-Types of this Balance, each of which is represented by its one PF-position;

3) TI-Type of the “Rook” Balance, consisting of all PI-positions of this Balance;

4) The set of TF-Types of this Balance, each of which is represented by its one PF-position;

5) TI-Type of the “Bishop” Balance, consisting of all PI-positions of this Balance;

6) The set of TF-Types of this Balance, each of which is represented by its one PF-position of this Balance;

7) TI-Type of the KK-Balance, consisting of all 7224 PI-positions of this Balance;

e) If a game is recorded as a Short Balance Sequence (SBS), then only the following cases are possible (the questions of a game's length or its stoppage are discussed immediately below in a new item).

1. SBS: {"Rook and Bishop" Balance (the game is infinite in this Balance, stopped on some not final position of itself, or ended by achieving checkmate/stalemate in this Balance)}.

2. SBS: {"Rook and Bishop" Balance; "Rook" balance (the game is infinite in this Balance, stopped on some not final position of itself, or ended by achieving checkmate/stalemate in this Balance)}.

3. SBS: {"Rook and Bishop" Balance; "Bishop" balance (the game is infinite in this Balance, stopped on some not final position of itself, or ended by achieving checkmate/stalemate in this Balance)}.

4. SBS: {"Rook and Bishop" Balance; "Rook" balance; KK-Balance (the game is infinite in this Balance, or stopped on some position of itself)}.

5. SBS: {"Rook and Bishop" Balance; "Bishop" balance; KK-Balance (the game is infinite in this Balance, or stopped on some position of itself)}.

9. Below is given a list of all main nonvalue characteristics of the Sequel of the initial position, which will be found in the main text as the result of investigation (nonvalue characteristics are characteristics that obviously do not contain values of positions except for the final ones: checkmate and stalemate).

List of all main nonvalue characteristics of the Sequel of the initial position.

1. The number of all positions in the «KK-Balance»: 7224.

Of them are 7224 PI-positions.

PF-positions are absent.

2. The number of all positions in the "Bishop" Balance: 207920.

Of them 207838 are PI-positions and 82 PF-positions. In the set of PF-positions there are 68 black stalemate positions (there are no checkmate positions).

3. The number of all positions in the "Rook" Balance: 399084.

Of them 398368 are PI-positions and 716 PF-positions. In the set of PF-positions there are 216 white checkmate positions and 68 white stalemate positions.

4. Number of all positions of the "Rook and Bishop" Balance: 11264390.

Of them are 11256358 PI-positions and 7032 PF-positions. In the set of PF-positions there are 3264 white checkmate positions and 48 white stalemate positions.

5. Number of elements in the Sequel of the initial position: 11878618. It equals the sum of elements of the four Balances above.

6. Number of M-combinations for the "Rook and Bishop" Balance=13660584.

7. The number of M–combinations in the "Rook and Bishop" Balance that are not elements of the Sequel = 2396194. It equals the difference between the number of M-combinations and the number of elements of the Sequel in the "Rook and Bishop" Balance.

8. All 11878618 positions in the Sequel of the initial position.

9. One of the "maximal" games contains 11662952 positions.

An end of the list.

10. We continue a description devoted to the specific topic. This topic relates directly, first of all, to games from the initial fortress position, - games composed from positions of certain values, and second of all, to reflections of these games by V-Sequences.

In the general case, a game as a sequence of positions is infinite (finite only in case of reaching checkmate or stalemate). But for better analysis and understanding, we often refer to a game as any sequence of positions, even a finite one (not ending with checkmate/stalemate). If at the same time a specific value is assigned to the last position of such a game, then the result of the game is determined by a given value.

a) For our case of the initial position, suppose that in constructing a game of any length from it we can stop at any position of the Sequel. The resulting game is determined by:

1) The length **n** (measured by the number of positions);

2) The Sequence of Types (in simple form – Balances). Or STL – a Long Sequence where every position is replaced by some Type. Or STS – a Short Sequence where the game is represented only by distinct Types. In any case the game is partitioned into segments defined by Types or Balances.

In case of representation of a game using SBS (Short Sequence of Balances) only five cases are possible (they are pointed out in item 8.e).

3) The V-Sequence – where every position of the game is replaced by its value. At the same time the length of the V-Sequence is equal to the length of the game. For our case of the initial position, all such V-Sequences begin with the value “**0**”, since the initial position is of value “**0**”.

4) Some other specific characteristics. For example, it is possible to consider games that end with a final position (checkmate/stalemate, or only checkmate, or only stalemate). From the point of view of V-Sequences it is also possible to consider specific V-sequences, for example, those which consist of the same values, or values with certain alternations (see below);

5) In games and their V-Sequences it is possible to single out specific sets characterized by certain properties (for example, to consider only sets of games formed by PI positions of only the “rook and bishop” Balance). It is possible that while analyzing such specific sets, one may arrive at certain other important properties.

b) For our initial position we wish to construct the mapping **G(n)** → **V(n)**, where **G(n)** is the set of games (of length **n**), while **V(n)** is the set of V-Sequences.

1. For very small **n** (here for **n=1** and **n=2**) this mapping is relatively easy to build. For example, with **n=1** we have the initial position itself, of value “**0**”. With **n=2** we have 7 games, defined by the bishop’s position on seven different squares after White’s first move.

Let us find V-Sequences for them. It is clear that under bishop moves to squares hit by the rook: to *a2*, *c2*, *e4* the second position would now be lost for White, that is, of “**-1**” value. The same also applies to the bishop move to *d3*, after which Black first declares check on *a2*, and then moves the rook to *d2* with a double attack on the bishop and on mate – that is why the bishop’s move to *d3* also changes the value of the position. All three remaining bishop moves – to *f5*, *g6* and *h7* - are good for White and do not change the value of the initial position. That is why we have the mapping **G(2)** → **V(2)** under **n=2:** (the initial position – position *1*):

Game *1*: Position*1*; position *10* (after the bishop move to *a2*) → {“**0**”; “**-1**”};

Game *2*: Position*11*; position *20* (after the bishop move to *c2*) → {“**0**”; “**-1**”};

Game *3*: Position*11*; position *30* (after the bishop move to *d3*) → {“**0**”; “**-1**”};

Game *4*: Position*11*; position *40* (after the bishop move to *e4*) → {“**0**”; “**-1**”};

Game *5*: Position*11*; position *50* (after the bishop move to *f5*) → {“**0**”; “**0**”};

Game *6*: Position*11*; position *60* (after the bishop move to *g6*) →{“**0**”; “**0**”};

Game *7*: Position*11*; position *70* (after the bishop move to *h7*) → {“**0**”; “**0**”};

Note that the number of different V-Sequences at this is equal to 2.

2. It is also possible to construct a mapping for **n=3**. This is done in the main text, and here let us only mention its main parameters. The number of games **G(3)=102**, with the following distribution across V-Sequences:

57 games are reflected by the V-Sequence {**0**; **0**; **0**};

40 games are reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**};

5 games are reflected by the V-Sequence {**0**; **-1**; **-1**}.

Note that the number of V-Sequences is equal to 3.

3. Next, the authors constructed a mapping for **n=4** and **n=5** (the main text for the most part only gives a mapping for **n=5).** At the same time it turns out that the number of V-Sequences for **n=4** is equal to 5, and for **n=5** it is equal to 8.

The number of V-Sequences under different values of **n** is defined by the Fibonacci Sequence (under the initial parameters 1 and 2), - when the value of every subsequent term of the sequence, beginning with the third, is equal to the sum of the two preceding ones. This fact is proved in the main text and mentioned in the General Preface to Part 6 and the Preface-Description of the book's cover. Here we only give certain values of the number of V-Sequences for increasing values of **n**, its length. We will point out two sequences here: first – as a natural sequence (of lengths of games), which includes the length of the "maximum" game; and the second as a sequence of the number of V-Sequences that depends on the length **n** and includes the number of V-Sequences for the number of positions in the "maximum" game:

n: 1; 2; 3; 4; 5; 6; …; 11662952 (Number of positions in the "the maximum game");...
F(n): 1; 2; 3; 5; 8; 13; …; **F**(11662952)=$10^{2437413}$ (approximately, see the main text);...

It is evident that the number of V-Sequences grows very rapidly as the game length increases. Will we have to construct a mapping where the number of V-Sequences is equal to $10^{2437413}$?!

However, before we answer this question, let us clear up in more detail the reasons for investigating values of positions with the help of constructing games reflected by V-Sequences.

11. Very many positions in Chess (especially in the opening and middle-game) are unknown in their values (from this point all such positions are simply referred to as "unknown", as opposed to known ones, with specific assigned values, which appear mainly in the endgame).

It is usually thought that a chessplayer ponders an unknown position from the point of view of its static or dynamic factors.

Static factors are the material ratio of pieces of one side to those of another, the presence of positional strengths and weaknesses, and others. Dynamic factors, on the other hand, are the calculation of variations, which can arise in the game. These variations, however, are based on positions with their value properties. Therefore, in the end everything comes down to assigning a hypothetical value to the position, based on the analysis of its own static and dynamic factors.

Let us try to adapt the text above (in this item) to the mapping of «Games – V-Sequences», and simpler yet, - to values in all possible manifestations. We will highlight the following in the text:

a) The static factors of a position are the special case of the dynamic ones, since it is clear that sometimes it is necessary and possible to halt the calculation of variations. This formally signifies analysis at calculation depth under length **n=1**.

b) The purpose of pondering (a position or variations with positions) by a chessplayer is to find values of a position. Pondering is the analyzing ahead to a certain number of positions.

c) If a position of known value arises in the process of analysis, then further analysis proceeds in reverse under the assumption that moves are made without mistakes. Then this known value is the one that gets assigned to the first position.

d) We will note that a master player, unlike a beginner player, plays better since he thinks in variations to a greater depth, but in any case both use a certain system of values (to be mentioned below). This, by the way, proves that static factors of a position are the very same dynamic ones with length **n=1**.

e) In other words, analysis of positions is performed in the evaluation sense, both initially and further on. Positions are replaced by their values.

f) Flawless play is play with constant values. In general, all play or analysis (as building a set of games to some length **n**) is either flawless or mistaken.

g) But mistaken or flawless play are categories from the system of values (if the value changes, we have a mistake; if it does not, we have a lack of a mistake). A chessplayer always uses the system of values: either inadvertently or advertently, either correctly or incorrectly (as in the example of the master player and the beginner player). But this means that:

h) It is not abstract games (without values) that are pondered but V-Sequences with their values. This fact has not been realized until now. But it is the point of departure and the object of investigation in Part *6* of MTC.

12. Precisely V-Sequences, as sequences of only the values of positions, play a decisive role both in practice (calculation of variation by players) and in theory, which offers the following interesting ideas for chessplayers:

a) A player, when contemplating a position, first of all thinks about its value. Two (or more) different positions, which have the same value, are homomorphic in the sense that they are reflected by the same value. This phenomenon is called V–Homomorphism.

b) If we extend this concept to games, then we obtain V-Homomorphism of games. Namely, two (or more) games (of a given length) whose V-Sequences coincide, are equimorphic or homomorphic in the sense that they are reflected by the same V-Sequence. There will be a separate item about this below, but for now let us review simple cases of elements (positions or games) with identical values.

c) In items *a* and *b* above it is not conjectured that two (or more) homomorphic (having the same value) positions must be elements of the same game. But if they are such, then the resulting game is reflected by a V-Sequence consisting of the same values or by a constant V-Sequence. In other words, any games (from the given position and of a specific length) that later consist of different positions but are of the same constant value, are homomorphic.

d) There is an important distinction about the kinds of V-Homomorphism in relation to positions and in relation to games. Namely, whereas in relation to positions V-Homomorphism is divided into three varieties: "**+1**" Homomorphism, "**0**" Homomorphism, and "**-1**" Homomorphism, in relation to games this is true only when games are completely reflected by three constant V-Sequences.

This leads to the emergence of three kinds of V-homomorphism for constant games (in value): "**+1**" Homomorphism, "**0**" Homomorphism, and "**-1**" Homomorphism for games of length **n**.

e) The names pointed out above, "**+1**" Homomorphism, "**0**" Homomorphism, and "**-1**" Homomorphism for games are clarified by introducing the length of a game. At the same time for length **n=1** it becomes the value of the position. For length **n=2** it turns into 2-Homomorphism (or Homomorphism of length 2), for length **n=3** into 3-Homomorphism (or Homomorphism of length 3),..., for length **n=m** - into m-Homomorphism (or Homomorphism of length **m**).

f) In items *12d-e* we discussed either: games from positions of identical values, or constant V-Sequences, or three main kinds of Homomorphism of games, reflected by constant V-Sequences- (for length **n=m**).

In the same item we already discuss either: games with positions of different values, or V-Sequences with different elements, or Homomorphism of games that are reflected by V-Sequences with different elements. Here, as a result of analysis, a significant difference will be uncovered between the value homomorphism of games and value homomorphism of positions.

This difference consists in the fact that games may be homomorphic in the value sense even under different values of positions they consist of (this is the same idea as expressed in item *12b*, only phrased differently). Next, we move on to its detailed coverage (now based on the example of our initial fortress position).

13. For the case of game length **n=2** from initial position *1*, as shown in item *10b.1*, there are 4 games, reflected by the V-Sequence {"**0**"; "**-1**"}. Yes, they are homomorphic, but how exactly can this fact be used? Compare, for instance, with the simple point of view that there exist four moves that alter the value of the position out of the initial position.

a) First of all, let us note that the four bishop moves that alter the value of the position are mistakes. A mistake is any change in value, and in this theory it is only such a change (if, for instance, White can checkmate, but does not do it and merely moves differently, preserving the value, it is not a mistake).

b) The V-Sequence {**0**; **-1**} reflects the presence of a mistake in the game from the initial position of length 2. In our case, there only exist two values in the Sequel of the initial white position with value "**0**". Therefore, White's mistake lies only in the change of value from "**0**" to "**-1**", while "**0**" occupies odd fields, and "**-1**" immediately follows it.

c) The observation above is also true for in the example of the V-Sequence {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}.

At the same time it is obvious that it is also true for Black's mistake, which in this V-Sequence itself lies in the presence of the group {**-1** ; **0**}. In this group, "**-1**" occupies even places, while "**0**' immediately follows it (as a reminder, Black's mistake lies in the execution of a bad move in a position won for him, which is reflected by the change in value from "**-1**" to "**0**").

d) In general, for a game or set of games mapped by a given V-Sequence of any length it is simply possible to count the number of mistakes in the game or games that it (this V-Sequence) maps. This number of mistakes will be equal to the number of changes between elements of the V-Sequence, multiplied by the number of games (if we are looking at several games reflected by this specific V-Sequence). At the same time, it is possible to obtain interesting and useful information about White's and Black's committing of mistakes: since White's mistakes are changes in value between elements in odd and even fields (positioned adjacent). Black's mistakes are changes in value between elements in even and odd fields (also positioned adjacent).

For example, for the V-Sequence {**0; -1; -1; -1; 0**} of five elements we see that White has committed one mistake on the first move (having made a losing move out of a drawn position), and Black has committed one mistake on his second half-move (relinquishing the win with a bad move).

Note that we intentionally, to simplify the investigation, chose as the example a fortress with two possible values of all positions in its Sequel. Although, in the general case the methods of counting remain the same, even in the case when all three values are present (regarding this, see the General Preface to Part 6). Yet let us conclude the question of the general number of mistakes in all games.

e) So, it is clear that, if we have some number of games mapped by the selected V-Sequence, then the number of all mistakes committed in these games will be equal to the product of the number of games and the number of mistakes defined by this V-Sequence. For example, if for the V-Sequence {**0**; **-1**} there are 4 games, then the number of all mistakes in these games is equal to 4 (all of them are White's mistakes).

In the example we looked at with the V-Sequence {**0; -1; -1; -1; 0**}, which reflects 24 games (this will be shown in the main text and is already depicted on the cover) there are 48 mistakes, of which 24 are by White (committed on his first move) and 24 by Black (committed on his second move).

d) Everything said in the paragraphs of item 13, in particular an important method of computing the number of mistakes in the set of all games, applies not only to mistaken play but also to flawless play. Take, for example, the constant V-Sequences {**0; 0**} (for **n=2**) and {**0; 0; 0; 0; 0**} (for **n=5**).

The first one maps 3 games from the initial position into drawn positions after the bishop move to *f5*, *g6*, or *h7*. Obviously, the product of the number of mistakes (equal to zero from the V-Sequence) and the number of games (here equal to three) in this case equals zero and also formally satisfies the formula for computing the number of mistakes in all games (here: of length 2).

The second constant V-Sequence reflects flawless play in all games of length 5, and from the product of the number of games (as will be shown in the main text, there are 4312 of them) and 0 the same number of 0 results. It speaks to the flawlessness of both sides' play.

A preliminary conclusion from all this is that the distribution of games across V-Sequences (which follows from the mapping "Games → V-Sequences") reflects both flawless and mistaken play of sides. This will be discussed in detail in the main text and possibly already here (somewhat below). For now, however, let us move on to another idea of using V-Sequences. This idea will be discussed in detail in the main text.

14. It is likely that the main idea of using V-Sequences would consist in (and does consist in, as will be established in the main text) in proposing an effective method for finding the values of positions. There are many aspects and problems here, so we will shed light only on some of them. Namely, we will conjecture that we do not know the value of some positions (in our case: the Sequel of the initial fortress position), but we still know something about it. In particular, we know the already constructed distribution of games across V-Sequences to a particular depth (already referred to in the Preface-Description of the cover or in the General Preface as the GV-Distribution).

a) It is obvious that knowledge of the mapping between games and V-Sequences also signifies knowledge of the value of all positions of these games. For instance, for depth 1 and 2 it has been established that the value of the initial position is "**0**", and 7 other positions emerge from it, three of which are also of value "**0**", while four others are of value "**-1**". This fact can be deduced by simple reasoning, but somehow we want to use V-Sequences. As will be shown in the main text, the use of V-Sequences is most effective for analysis at a relatively large depth, but even at a shallow depth it is possible to offer certain ideas below.

b) For example, it is the idea of comparing positions in the value sense drawing from their quantitative distribution across V-Sequences. Take two positions of the value "**-1**" that arise from the initial one after the bishop moves to *e4* and *d3* (here for this item we will refer to them as "first" and "second", respectively).

Although both positions have the same value, it is obvious to a beginner player that the first is manifestly worse than the second. The criterion for this can be the following circumstance. Under the bishop's position on *e4* Black captures this bishop and declares checkmate to White on the next move. In the second position, Black, in order to win, must also think up the rook move to *a2* (necessary for a win), then move it to *d2* with a double attack on the bishop and on checkmate (besides the move to *d2* there are other winning moves, but the move to *d2* is faster).

c) For a chessplayer the above reasoning introduces additional criteria for comparing positions in the value sense, although it must be understood that they are V-Homomorphic (or homomorphic are two games originating from the same initial position and ending either with the first or the second position) – in the sense that they are mapped by the same V-Sequence {**0**; **-1**}.

This criterion could be (and in fact is) the distance to checkmate between the first and second positions: if the distance is smaller, then the position is “better”. Another criterion could be (and likely is) the distance to a position of the “rook" Balance (the faster Black takes the bishop, the better). But without involving ourselves in a discussion about it (we will do it a little later) let us put the problem of expressing these ideas/criteria with the help of V-Sequences.

It would then be logical to compare these positions (the first and second) by their own distributions of games across V-Sequences. It is likely that for the first of them this distribution will be “better” under some criteria or quantitative characteristics. Well, we’ll see.

d) But here everything is simple. The distribution across V-Sequences for the first position will already include the set of games with positions from the “rook” Balance (after the rook takes the bishop), while the distribution across V-Sequences for the second position will not include it yet. Concretely: for the first position and games from it of length 2 there are a game with a position of the “rook” Balance, while for the second position such a game does not yet exist. If we were to suppose that a quicker win of the bishop promises Black a greater advantage, then it seems that we have successfully used the idea of V-Sequences here.

e) In reality, the paragraph above is a naïve argument: what we used is not V-Sequences but obvious facts regarding a quick victory under a quicker capture of the bishop by Black. In order to use V-Sequences we need to construct all games and all V-Sequences from each of the positions proposed (the first and second one).

For the first position the distribution is this: there are 14 games mapped by the V-Sequence {**-1**; **0**} and 1 game by the V-Sequence {**-1**; **-1**}.

For the second position (with the bishop on *d3*) there are 17 games of the V-Sequence {**-1**; **0**} and 1 game of the V-Sequence {**-1**; **-1**}. It is possible to offer a criterion of a better position: that of them is better, for which the ratio of the number of all flawless games to the number of all games is greater (under a given game length, which in this case is equal to 2).

f) Let us compute this ratio. For the first position it is 1\14, and for the second 1\17. It follows that the first position is better than the second. Next we could try to improve (or adapt) this criterion as well by looking at longer games. If in the first position Black takes the bishop, then White is forced to make a king move, and then Black can either checkmate it immediately or make any other move, since all these moves are very stable (White will not be able to take Black’s rook). In other words, all games with the capture of the bishop on *e4* (of length 5, starting with the initial position) are mapped by the V-Sequence that has four “negative ones” after the first zero {**0**; **-1**;**-1**;**-1**; **-1**}.

In the case of the position after the moves: "bishop *d3*”, “rook *a2*”, “king *b1*”, out of 18 black moves only four (with the rook to *b2*, *d2*, *f2*, *g2*) preserve the value of the position as winning for Black.

A such, by comparing the first and second positions via constructing games and V-Sequences to a large depth and by analyzing the ratio of the number of correct games to the number of all games, we improve the comparison of positions. We could arrive at this conclusion either through the simple idea of comparing adapted values of different Balances or through a more complex idea of using V-Sequences. However, in the end it turns out that even these last V-Sequences also define the preference of positions of the “rook” Balance (see next item).

g) In general, as is said in the General Preface to Part *6*, the distribution of games in three-piece Balances of “pawn”, “rook”, “queen”, from winning (for a particular side) positions can serve as a criterion for comparing positions of the same value. We remind that (this is taken from the General Preface) the ratio of the number of flawless games to the number of all games reflects not only the relative strength of pieces.

It also reflects a high value of the position by chess programs in endgames with these pieces, provided, of course, that at the same time the theoretical value is always the same: if White wins, then “**+1**”.

The last paragraph really reflects the fact that Black should better pass into the “rook” Balance at first opportunity (that is, simply take the bishop). It is possible to arrive at this idea by using the study of V-Sequences. At the same time, we do not just simply use the idea of capturing a piece, but rather consider the entire set of its games and all V-Sequences mapped by them (although we could have considered subsets selectively, according to item *10.a.*5).

Evidence of this, in particular, is the following fact: an unconditional capture of the bishop in all positions does not always automatically uphold the position’s value. This is true since a stalemate is possible upon taking the bishop. This fact will be used when preparing a conclusion regarding the general significance of the use of V-Sequences, see below.

h) It is also possible to compare “**0**” positions by the method of computing the ratio of the number of correct games to the number of all games (under a given game length).

For this Special Preface (the main analysis will be done in the main text) let us take, for example, the following two white positions for comparison: position *1* (the initial position of our fortress example) and the white position with the bishop’s location on *f5*. The latter can arise, for example, after the moves: “bishop *h7*”, “rook *g2*”, “bishop *f5*”, “rook *e2*”. We will refer to these positions as the “first” and “second” for the given item.

The ratio of the number of correct games to the number of all games (of length 2) for the first position equals 3/7. The ratio of the number of correct games to the number of all games for the second position equals 1/4 (only three moves out of 12 are drawing for it: “bishop *b1*”, “bishop *g6*”, and “bishop *h7*”. It is evident that the first position is better than the second. Nevertheless, to some it may seem that there is a seeming contradiction, since the white pieces definitely have more freedom.

It is probable that this criterion does not always work in its own right, but are there in general criteria that only use the static factors of a position to evaluate it? This question will be covered in the main text.

15. To illustrate the effectiveness of using V-Sequences (and everything connected to them), the mapping Games – V-Sequences for lengths 1, 2, 3, 5 is constructed in the main text (for length 4 it is given in indirect form, but available upon request). To create this mapping, the authors have used values of positions offered by different chess bases (or from other considerations). This mapping will be given below in one of the items of this preface. Here, we will speak of a further use of the mapping according to the goals of the entire study. One such goal is to offer an effective method for finding the values of positions, a method mentioned at the beginning of item *14*.

Besides the already established facts about the usefulness of employing V-Sequences (a simplified calculation of the number of mistakes in games and the comparative analysis of values of known positions according to the additional criterion of the ratio of the number of flawless games to the number of all games) some other facts and conclusions are offered below.

a) The conclusion about the incorrectness (instability) of the set of games. This conclusion, which we will describe below in slightly more detail, is based on the following distribution of games across V-Sequences (for a length equal to 5).

The distribution of games across V-Sequences (after a specific line are percentages of the number of games out of their entire number, 15289, which is also given below). We will call this distribution the GV(5)-Distribution.

GV(5)-Distribution:
GV(5) = 3211 games for V(5)={**0; -1; 0; -1; 0**}, - 21%
GV(5) = 487 games for V(5)={**0; -1; 0; -1; -1**}, - 3.2%
GV(5) = 3402 games for V(5)={**0; 0; 0; -1; 0**), - 22.2%
GV(5) = 24 games for V(5)={**0; -1; -1; -1; 0**}, - 22.2%
GV(5) = 3455 games for V(5)={**0; -1; 0; 0; 0**}, - 0.16%
GV(5) = 67 games for V(5)={**0; -1; -1; -1; -1**}, - 0.44%
GV(5) = 331 games for V(5)={**0; 0; 0; -1; -1**}, - 2.2%
GV(5) = 4312 games for V(5)={**0; 0; 0; 0; 0**}, - 28.2%
Total is 15289 games - 100%.

b) From the distribution above we have important data for the conclusion above.

1. The number of correct games equals 4312, which consists approximately 28% of the number of all games, 15289.

2. The number of incorrect games equals 10977, which consists approximately 72% of the number of all games, 15289.

3. The set of games is very incorrect and very unstable (if stability is to be tied with correctness). These three sentences are called Conclusion 1 in the main text.

c) Here is an analogy of the conclusion about incorrectness (instability).

We have two small children playing who make moves arbitrarily, without thinking of any strategy or thoughtful actions (suppose they have only learned to make moves according to the rules of chess). It is obvious that all games and their corresponding V-Sequences, which are possible for them, are defined in some way after all (for example, by a Graph or V-Graph, as a graph with already assigned values to its vertices/positions). Yet since our players (these children) know nothing about this, it seems at first sight that a conclusion from this is of little informative value.

On the other hand, imagine that our children play games with positions already with an extra rook for Black (suppose that it was won by pure chance by the child playing Black after an unfortunate move by the child playing White). Then the number of correct games rises sharply, approaching 100% (we have calculated this in the main text and have already mentioned it in the General Preface as well as the Special Preface). Then the whole situation (the set of games with V-Sequences or their GV-Distribution) will sharply differ from the situation of the distribution from our initial position (we will most likely say more about this later).

d) The conclusion about correctness (or, on the contrary, incorrectness) of play of a specific side, White or Black. This is a very interesting, vast in scope, and useful conclusion, which we will shed light on in a separate item. Here we will only mention its connection with the conclusion about the general incorrectness of the set of games above.

The conclusion about the incorrectness of the whole set of games does not specifically point out which side makes such-and-such contribution to this incorrectness, - White or Black. It is obvious if we understand that an incorrect game is a game with any number of mistakes, as well as with any reason for them, - an incorrect play by White or Black. But we would like to know specifically, which side commits more mistakes and the reasons for it. That is why we will cover this question in a slightly more solid and detailed way in a separate item below (and in the main text it is, of course, broken down completely), - since it is large and useful. This conclusion, as we will show below, directly follows from simple calculations based on the GV-Distribution of games across V-Sequences given above. But here we will talk about its connection with the conclusion regarding the incorrectness of all games.

16. For a further description of the conclusion about the degree of the incorrectness of play of a particular side we need to cover a small question regarding positions, or rather, situations, when such incorrectness is possible.

a) White cannot make a mistake in positions losing for him, positions with a value of "**-1**". This follows from the Maximum Principle: the value of a white position is the maximum of the values of all positions that emerge from it. If the value of a position is "**-1**", then all positions that emerge from it are also of "**-1**" value. This holds because if we were to assume the existence of positions with values greater than "**-1**", the value of the position in question would also be greater than "**-1**". Besides that, in our case of the fortress position there are only two values (either "**0**" or "**-1**"), which means that the value of "**+1**" for a white (as well as black) position is impossible.

b) Black cannot commit a mistake in positions drawn for him, positions with a value of "**0**". This follows from the Minimum Principle: the value of the black position is the minimum of the values of all positions that emerge from it. If the value of the position is "**0**", then all positions that emerge from it are also of value "**0**". This is because under assumption of existence of positions with values smaller than "**0**", the value of the position investigated would also be less than "**0**" (again, there are no other values besides "**0**" and "**-1**" in the entire Sequel, the set of emerging positions in any games). Therefore, a value of "**0**" for a black position means that Black cannot win, cannot improve his position, and cannot commit a mistake (a value of "**+1**" is impossible).

c) Can White commit a mistake in the "abstractly given" position of value "**0**"? If we abstract ourselves from the specific properties of the position, then the answer is this: of course he can, since by the Maximum Principle among the emerging positions there are positions of value "**0**", but possibly there are also positions of value "**-1**" (although this is not mandatory). If from the white position in question, of value "**0**", there emerges at least one position of value "**-1**", then White can commit a mistake (and does commit it if he makes an erroneous move).

Then we will assume that there exists a nontrivial situation. A nontrivial situation is a position in which a side (in this case, White) can commit a mistake or a white position of value "**0**" from which at least one position of value "**-1**" follows.

d) Can Black commit a mistake in the "abstractly given" position of value "**-1**"? If we abstract ourselves from the specific properties of the position, then the answer is this: of course he can, since by the Minimum Principle among the emerging positions there are positions of value "**-1**", but possibly there are also positions of value "**0**" (although this is not mandatory). If from the black position in question, of value "**-1**", there emerges at least one position of value "**0**", then Black can commit a mistake (and does commit it if he makes an erroneous move). Then we have a nontrivial situation.

e) Therefore, a nontrivial situation is a position in which a side can commit a mistake. It is either a white position of value "**0**" from which at least one position of value "**-1**" follows, or a black position of value "**-1**" from which at least one position of value "**0**" follows.

f) Contrary to a nontrivial situation, a trivial situation is a position completely surrounded by ones similar to itself in value.

For White it is either a (white) position with value "**-1**" or a (white) position with value "**0**", but one from which all emerging positions are also of value "**0**".

For Black it is either a (black) position with value "**0**" or a (black) position with value "**-1**", but one from which all emerging positions are also of value "**-1**".

g) Only in nontrivial situations a side can commit a mistake. In trivial situations mistakes are not possible. Among trivial situations, it is interesting to ask if mistakes exist for white positions of value "**0**" and for black positions of value "**-1**".

It turns out that such positions in the Sequel of our initial position do exist. Fortunately, the number of such positions compared to the general number of positions is relatively small. This allows us to count the number of errors of sides based on the V-Distribution of games across V-Sequences. Let us do this in the item that follows.

h) The number of black positions, where Black has a value of "**-1**" (we conjecture that they are all nontrivial situations) is equal to: 331+67*2+3455+24*2+3402+487*2+3211*2=14766.

This number has been computed from the GV-Distribution (of length 5) through the sum of all products of numbers of games, mapped by a specific V-Sequence to the number of "**-1**" values in the given V-Sequence.

The number of Black's mistakes from the GV-Distribution equals the number of incorrect moves (mistakes) of Black = 3455+24+3402+487+3211*2=13790.

The ratio of the number of Black's mistakes to the number of all nontrivial situations (those where Black can essentially make a mistake)= 13790/14766=93% (rounded).

The number of white positions, where White has a value of "**0**" (we conjecture that they are all nontrivial situations) equals: 4312*2+331*2+67+3455*2+24+3402*2+487*2+3211*2=30487.

The number of White's mistakes from the V-Distribution equals the number of incorrect moves (mistakes) of White=331+67+3455+24+3402+487*2+3211*2=14675.

The ratio of the number of White's mistakes to the number of all nontrivial situations (those where White can essentially commit an error) =14675/30487=48% (rounded).

The calculation of these moves by the special method (through the GV-Distribution) is Conclusion 2. Conclusion 3 follows here too.

It is Black's play (and not White's!) that is more incorrect in the general case. One of the outcomes of this conclusion is the fact that Black, more than White, must employ a well-thought strategy in reaching his objective.

16. In this item a brief substantiation of Conclusion *4*, as well as Conclusion *4* itself, are given.

Conclusion 4 consists in the fact that from the study of V-Sequences (specifically: the analysis of results obtained) follows the idea of offering improved Strategies of sides (specifically, for example, for Black: it is the Strategy of a mandatory capture of the bishop).

This brief description is given below (of course, it is done in detail in the main text).

a) Altogether there are 102 games of three positions (one White half-move and one Black half-move). The number 102 includes 57 correct games, 5 games where White has committed a mistake on his first move and Black has exploited it, and finally, 40 games where White has committed a mistake, but Black failed to exploit it.

The number of games among them, where Black really could commit a mistake (that is, the number of nontrivial situations), is equal to 40+5=45 (these are the games that have "**-1**" in the second place in the V-Sequence).

Among these 45 games there are 40 games, where Black commits a mistake and 5 games, where he does not. As such, the degree of mistakenness of Black's play equals 5/45 = 11% (approximately).

We will note that all 45 games are those in which White commits a mistake with his first move, by moving the bishop to the squares *a2*, *c2*, *d3*, *e4*. Of these four moves three are obviously bad, since the bishop is put en prise. Suppose that Black adheres to the strategy of taking the bishop at any moment when it is possible (another version: this rule only applies on the first move – see below).

This conjecture could be framed organizationally, for example, by introducing an additional rule of chess regarding a mandatory capture of the bishop (this is necessary to abstract ourselves from questions of "where does this strategy of capture come from?" for the time being). Then let us compute the degree of flawlessness of Black's play.

For this, we will find the number of new games (games in which Black takes the bishop if it is put en prise). Then it will be equal to 1 (after the bishop's move to *a2*) + 2 (after the bishop's move to *c2* – since black could take the bishop with either the king or the rook) + 18 (after the bishop's move to *d3*) + 1 (after the bishop's move to *e4*)=22 games.

Of these 22 games there are 1+2+1+1=5 games in which Black plays correctly. It is the same number we had in the GV-Distribution for games of three positions, but it makes sense to expose in detail what it consists of. And namely: after the bishop's move to *a2* there is one game by Black, after the bishop's move to *c2* there are 2 games by Black, after the bishop's move to d3 there is 1 game by Black (with the rook check to *a2*), after the bishop move to *e4* there is one game by Black (by the new rules with a mandatory capture of the bishop by the rook). Then the degree of correctness of Black's play equals 5/22 = 23% (approximately).

It turns out that the degree of correctness of Black's play has grown twofold.

It is possible to do analogously also for the set of games of length 5 positions. But since there are always very many games, we will not do so in this preface. Conclusion 4 is substantiated, even if briefly.

17. To conclude this Special Preface we give a list of main ideas, results, and conclusions regarding the results of analyzing the fortress example below.

List of main idea-based results and conclusions.

1. As a result of investigating the initial fortress position (position 1 on the cover) and its Sequel, a Graph of the "repeating" set is constructed and depicted on the cover.
2. The given Graph is a subgraph of an inconceivably complex Graph of the entire Sequel of positions, but on its example the construction and application of the important study of V-Sequences were shown.
3. Thus, there was a construction of the GV-Mapping between all games of length 5 or fewer positions and V-Sequences.
4. This mapping possesses important quantitative traits, in particular, the GV-Distribution.
5. From the GV-Distribution in particular, it follows that the set of games of length 5 (and also smaller lengths) is very incorrect in the sense that most games in it are mistaken games. This is also Conclusion *1*.
6. Conclusion *2* consists in the fact that the number of correct and incorrect moves in all games can be computed from the GV-Distribution, for White as well as for Black.
7. Conclusion *3* consists in the fact that Black's play that is more error-prone than White's play.
8. Finally, an important Conclusion *4* follows from the analysis. It consists in offering a superior playing strategy for each side. Specifically, applicable to Black's Strategy, this is the Strategy of an unconditional capture of the bishop when it is put en prise.

The end of the list of idea-based results and conclusions.

The authors hope that the present Special Preface will move many readers toward a further reading of the book, especially its section investigating the "fortress".

Happy reading!

Это предисловие и страницы насчет «крепости» (посвященные Примеру 1 фронтальной обложки) подробно отслеживают процесс анализа Примера 1.

1. Многие позиции в шахматах – неизвестны в оценках хотя бы из-за того, что их множества настолько велики, что не создано до сих пор эффективных алгоритмов не только вычисления оценок позиций, но и общего их числа в этих множествах.

2. Более того, кажется, что в принципе невозможно приписать такую-то оценку позиции для какого-либо их множества, если само это множество невозможно точно определить.

3. Идея выше, однако, не означает, что оценка позиции не может быть всегда определена во всех таких огромных в количествах множествах.

Существуют специфические способы определения оценки, одним из которых является способов построения Графа множества позиций (например Сиквела или его таких-то подмножеств).

В Части 3 МТС (Мат. Теории Шахмат) доказано, что во всех случаях известного Графа позиций всегда возможно однозначно определить оценку любой его позиции, а в Части 4 предложен способ того, как это сделать (например, с помощью разного рода матриц для описания данного Графа).

4. Однако надо учитывать такой факт. Граф это не только множество позиций, это и множество соединений\ходов между ними, что собственно и определяет его как Граф с математической точки зрения и с шахматной точки зрения - как множество партий (возможно с позициями конкретных, уже найденных каким-то образом, оценок).

5. Другими словами, даже если мы вычислим число элементов\позиций Графа, это не будет означать определение его соединений\партий, а следовательно и оценок позиций. Например, мы вычислим число элементов в Графе Сиквела начальной позиции «*1*» на обложке книги, составляющее в числе более 10 миллионов, но это трудно использовать в дальнейшем определении числа соединений\партий или конкретно оценок.

6. Однако оценки многих позиций этого множества (Сиквела начальной позиции крепости) можно найти из некоторых других, часто довольно простых соображений.

a) Все позиции Сиквела имеют или «**0**» или «**-1**» оценку (оценки «**+1**» не может быть, так как слон не может выиграть против ладьи);

b) Сиквел нашей данной позиции лучше разбить на 4 множества, определяемых 4-мя Балансами (заметим, что Балансы – это множества, описываемые ниже, и далее могут и будут разделены на специфические подмножества, например, матовых или патовых позиций).

1. Баланс - белые король и слон против черных короля и ладьи. Кратко: Баланс «Ладья и Слон».

2. Белые король и слон против черного короля. Кратко Баланс «слон».

3. Белый король против черных короля и ладьи. Кратко Баланс «ладья».

4. Белый король против черного короля. Кратко «КК-Баланс».

c) Все позиции Баланса «слон» - «**0**» оценки.

d) Все черные позиции баланса «ладья» – «**-1**» оценки. Все белые позиции, если не патовые и не те, в которых Белые могут сразу взять ладью королем, - «**-1**»; если же белые позиции - или патовые или те, в которых Белые могут сразу взять ладью, то они – «**0**» оценки.

e) Даже в наиболее сложном случае (Баланс «слон и ладья») имеется явное множество «простых» (в нахождении оценки) позиций. Например, это белые позиции, в которых Белые выигрывают (связывают) ладью соперника, патовые позиции и некоторые другие.

f) В любом случае исследования (как с определением оценок, так и без оного) всегда имеет смысл вначале проанализировать характерные неоценочные свойства Балансов и других специфических множеств Сиквела начальной позиции с обязательным прояснением вопроса о финальных матовых\патовых позициях, а еще лучше сказать, позиций PF и PI классов. Это и сделано в пунктах «7» ниже.

7. Для этого пункта напоминаем, что существуют позиции PF и PI классов. PF-позиция не может повторяться. PI-позиция может повторяться.

a) Все Позиции КК-Баланса - PI класса. При этом, как найдено в Частях *1* и *2* МТС, все они обьединены в одно связное множество позиций, называемое Типом (здесь КК-Типом), состоящем из 7224 позиций. Очевидно также, что для любой белой\черной позиции КК-Типа найдется такая партия (здесь и далее в этом специальном предисловии: партия есть последовательность позиций любой длины), которая ведет в ту же или зеркальную, черную\белую позицию (с тем же расположением королей, но с другой очередью хода). Это приводит к тому, что имеется 3612 белых и 3612 черных позиций в данном Типе (Балансе).

b) Интересно, однако, что даже для этого якобы простого множества построение самого Графа не столь просто. Только представьте себе Граф с 7224 вершинами, соединенными причудливым образом! Эта причудливость основана на зависимом положении королей в Типе: множество полей белого\черного короля зависит от расположения другого короля. Ходы между позициями есть соединения вершин в Графе и именно они, как сказано выше, определяют вместе с вершинами весь Граф. Если он (Граф) задан, то можно узнать все, вплоть до оценок позиций.

c) Как и Граф КК-Баланса, так и Граф Баланса «слон» также зависимый. Это легко понять, представив, что мы на доску с двумя королями выставили еще и слона на любое белопольное поле. К зависимости королей добавляется и зависимость слона от них (особенно в случае, когда эти короли на белых полях).

d) Однако в этом Балансе уже появляются и PF-позиции, включая патовые. PF-позиция есть позиция, которая не может быть повторена в партии и простой иллюстрацией таковой в этом Балансе является черная позиция с черным королем на *a1*, а белым королем на *c1* и слоном на *a2*. Черные обязаны взять слона, но любое вынужденное взятие характеризует принадлежность позиции к классу PF. Практически это означает, что если мы захотим построить партии в Балансе «слон», то должны учитывать, что эта партия с этой (или любой другой PF-позиции) будет означать переход в другой (здесь: «с двумя королями») Баланс.

e) Кстати, чуть изменив позицию выше, а именно, переставив слона на *b1*, мы получим также PF-позицию, причем патовую, а значит вообще все партии на ней и прекратятся. Это мы говорим на тот случай, если захотим построить одну очень длинную партию (возьмем, с минимальным числом позиций), которая включала бы «все» позиции Баланса «слон» (слово «все» дано в кавычках, так как далее будет показано, что все позиции недостижимы одной партией).

Такая партия в КК-Балансе существует, так как она задается Графом, включающем все позиции одного КК-Типа. Поэтому, она содержит не менее чем 7224 позиции (не забываем, что в МТС нет ограничения на длину партий, на число повторений и некоторых других, установленных людьми, правил).

f) Но такой «со всеми позициями» партии не существует в любых других Балансах. Для Баланса «слон» это следует из хотя бы того факта, что число патовых позиций в нем больше единицы, что означает, что одна партия не может их всех иметь.

В строгом смысле слова эта партия не может содержать также и две PF-позиции (не обязательно патовые), - ведь PF-позиция здесь та, где Черные обязаны взять слона и мы сразу же переходим в новое множество, из которого в Баланс «слон» уже никогда не возвратимся!

g) Хотя построить «со всеми позициями» партию мы не можем, можно попытаться построить партию с максимально возможным числом разных позиций (как в данном Балансе «слон», так и в нем, а потом и в КК-Балансе, после взятия слона). Такая партия, будь она построена, обладала бы такими свойствами:

1) Она содержала бы все PI-позиции (если первая ее позиция сама PI-класса, например после хода Белых слоном в начальной позиции на *f5*, затем хода Черных ладьей на *e4* и затем взятия слоном этой ладьи);

2) Эти PI-позиции возможно бы повторялись бы несколько раз (мы не знаем сколько раз, ведь это определяется очень сложным Графом, который мы не можем построить);

3) После обхода всех PI-позиций можно было бы включить одну PF-позицию, из которой Черные обязаны взять слона и:

4) Далее идут не менее чем 7224 позиций КК-Типа.

h) Выше мы описали процесс построения максимально возможной партии для Баланса «слон», но он справедлив и для построения максимально возможной партии для Баланса «ладья» и для Баланса «слон и ладья». Мы к этому процессу еще вернемся, а пока сделаем промежуточный вывод, состоящий в том, что для любого трех-фигурного или четырех-фигурного Баланса Сиквела начальной позиции, нам необходимо вычислить не только число всех позиций в них, а и отдельно подсчитать число PF и PI позиций (а еще лучше, внутри их выделить патовые и матовые позиции).

i) Поэтому анализ Сиквела начальной позиции включает не только подсчет позиций в каждом Балансе, но и подсчет PF и PI позиций в них.

Допустим, мы вычислили число позиций в каждом Балансе и вычислили число PF и PI позиций в них. Тогда можно подсчитать число позиций в максимально возможной партии (начиная от начальной позиции). Как это сделать будет показано в пункте «8». Пока же скажем несколько последних, но важных слов о подсчете числа позиций, не являющихся элементами Сиквела нашей начальной позиции, включая и нелегальные позиции.

j) Надо понимать, что Сиквел нашей начальной позиции имеет только те позиции, которые получаются хотя бы одной партией от данной. Именно эти позиции являются элементами Сиквела, хотя на первый взгляд кажется, что все позиции Баланса и есть элементы Сиквела. Но это не так, что осложняет задачу вычисления числа позиций. Попытаемся разобраться в этом чуть подробнее.

Вот позиция (так называемая М-комбинация), которая образуется в Балансе «слон», если мы для такого положения королей (белый на *c1*, черный на *a1*), выставим слона на поле *a2* (она упоминалась в пункте «7.d», только сейчас мы будем рассматривать ее с очередью хода Белых).

Оказывается, что такая позиция (как элемент Баланса «слон») не может быть элементом Сиквела начальной позиции, так как вообще нелегальна (невозможно указать последний ход Черных). Другими словами, элемент Баланса не обязательно есть элемент Сиквела. Или: множество позиций Баланса «слон» не есть множество элементов Сиквела (это же касается и других Балансов, кроме КК-Баланса).

k) Чтобы выразить это математически, воспользуемся понятием М-комбинации (первая Часть МТС). Будем полагать, что М-комбинация здесь - это расстановка фигур на доске с следующими условиями:

1) Короли не соприкасаются друг с другом;
2) Другие фигуры занимают только свободные от королей места;
3) Слон может занимать поле только белого цвета.

С условиями выше, подсчет числа М-Комбинаций очень прост. Так, для Баланса «слон» это 7224*31=223944, - так как мы умножили число позиций с двумя королями на 31 (среднее число полей для слона, учитывая тот факт, что он может занять любое свободное от королей поле белого цвета). Число же М-комбинаций для Баланса «слон и ладья» равно 223944*61=13660584 (в предположении того, что для любой М-комбинации Баланса «слон» мы дополнительно выставляем на доску ладью, которая может занимать любое из оставшихся 61 полей).

l) Далее можно воспользоваться законом числа М-комбинацнй (первая часть МТС), который гласит, что число М-комбинаций такого-то множества позиций есть сумма легальных и нелегальных позиций. Адаптируя этот закон для нашего случая, получаем, что число М-комбинаций Баланса «слон и ладья» равно сумме числа элементов Сиквела нашей начальной позиции и тех элементов\позиций, которые ими быть не могут.

m) Дело в том, что в подавляющем большинстве случаев все М-комбинации Баланса «слон и ладья» (или любого другого, трех-фигурного) являются одновременно и элементами Сиквела нашей начальной позиции. Проще говоря, процедурой установки на доску с королями вначале слона, а потом ладьи, можно получить почти наверняка любую позицию Сиквела, - нам нужно затем лишь избавиться от «плохих» позиций, то ли нелегальных, то ли других, по некоторым причинам не являющимися элементами партий. В главной части книги этот метод («метод вычитания») успешно применен (методом вычитания он назван в том смысле, что нам надо вычесть из числа 13660584 число позиций, не являющихся элементами Сиквела.

n) Кроме нелегальных позиций среди «плохих» позиций (позиций, не являющихся элементами Сиквела начальной позиции), являются некоторые другие позициии. Вот например, такая: «Белые ♔e1; Черные: ♚c2, ♜c1».

Очевидно, что она не является элементом Сиквела, так как ладья никак не могла попасть на *c1* из любой партии, начиная с начальной позиции (но сама эта позиция легальна, так как последним ходом могло бы быть взятие белого коня).

o) Кстати, для «плохой» позиции Баланса «ладья», указанной выше, можем легко получить множество и других «плохих» позиций Баланса «ладья и слон», просто выставляя слона на любое свободное от других фигур поле белого цвета (ведь неразрешимая группировка фигур никуда не денется).

p) Даже если мы установим слона на *d1*, получаем позицию: “Белые: ♔e1, ♗d1; Черные: ♚c2, ♜c1”, которая не является элементом Сиквела (в предположении того, что она ею является, Белые последним ходом дали шах слоном с *d1*, и мы получаем всю ту же неразрешимую группировку фигур).

q) Все вышеперечисленное (в этом пункте) приводит нас к следующему выводу. Для определения принадлежности такой-то М-комбинации к Сиквелу нам необходимо порой применять ретроанализ, то есть анализ прошлого позиции. А это возможно только на основе построения партии от такой-то позиции (то ли от нашей начальной, то ли даже вообще, от Первоначальной). Идея партии (особенно в связке с идеей V-Последовательности) является ключевой в Части *6* МТС, поэтому вплотную переходим к ее конкретной иилюстрации на примере нашей начальной позиции с ее множеством всех позиций, выходящих из нее (Сиквелом) и множеством всех партий (Сиквелом партий).

8. Мы хотим построить множество всех партий от данной начальной позиции, чтобы использовать его в анализе большинства свойств этой и других позиций, вытекаюших из нее. Мы пока не знаем, какие конкретно свойства могут быть получены, но ожидаем, что результаты окупятся с лихвой. И действительно, окажется, что использование множества партий (и особенно отображения Партии $\rightarrow$ V-Последовательности) оказывается очень плодотворным в ситуации, когда Графы Сиквела этой (и многих позиций в Шахматах) практически невозможно строго определить.

a) Этот пункт касается только одной партии (ну, или очень небольшого множества их) во всем подавляющем огромном множестве партий от начальной позиции. Именно: партии, содержащей максимально возможное количество разных позиций Сиквела.

Попробуем же оценить минимальную длину такой партии. В этом нам поможет перечисление свойств такой партии, данное ниже (оно составлено аналогично свойствам «максимальной» партии от PI позиции Баланса «слон», сделанное в пункте «7g»).

Свойства «максимальной» партии (партии от начальной позиции, содержащей максимально возможное число разных позиций):

1) Она содержит все PI позиции Баланса «слон и ладья»;

2) Эти PI-позиции, возможно, повторяются несколько раз (мы не знаем сколько, ведь это определяется невероятно сложным Графом, который мы не можем построить);

3) После обхода всех PI-позиций у нас есть такие возможности:

A) Закончить партию матом или патом в этом Балансе («слон и ладья»). В этом варианте очевидно, что мы не получим максимальную партию.

B) Выбрать некоторую позицию PF-класса (не патовую и не матовую) и, достигнув ее, продолжать строить партию далее. В этом варианте мы полагаем, что любая PF-позиция есть позиция, из которой уже идет позиция другого Баланса, а значит, PF-позиция обязательно есть позиция, вынуждающая Белых взять ладью или Черных взять слона (в общем случае не финальная PF-позиция не есть обязательно позиция, в которой одна сторона вынуждена взять фигуру другой стороны, но для данного случая крепости примем здесь именно такую интерпретацию). Тогда очевидно, что нам лучше выбрать PF-позицию, которая ведет в Баланс «ладья» - ведь там число позиций больше (чем в Балансе «слон»);

4) Вступив в первую PI-позицию Баланса «ладья», мы начинаем обходить все его PI-позиции. Затем у нас такие возможности:

A) Выбрать любую матовую или патовую позицию этого Баланса и закончить партию. В этом варианте также мы не получаем максимальную партию, ведь мы забудем о позициях КК-Баланса.

B) Выбрать некоторую позицию PF-класса (не патовую и не матовую) и достигнув ее, продолжать строить партию далее. Но так как такая PF-позиция есть позиция, в которой Белые вынуждены взять черную ладью, то мы вступаем тем самым в:

5) КК-Баланс, обходя все позиции которого, завершаем максимальную партию.

b) Из сказанного выше следует, что максимальная партия имеет следующее число позиций:

A) 11257358 PI-позиций Баланса «слон и ладья».

B) Одну PF позицию, в которой Черные берут слона;

C) 398368 PI-позиций Баланса «ладья»;

D) Одну PF-позицию, в которой Белые берут ладью;

E) 7224 позиции КК-Типа.

Таким образом эта партия имеет 11662952 позиций.

Подчеркнем еще раз, что это не длина самой партии, это число разных позиций, в ней содержащихся, но и его (это огромное число позиций) можно использовать для вывода о построении партий (см. далее).

c) Кроме подсчета числа позиций максимальной партии, можно также подсчитать:

A) Число партий, заканчивающихся матовыми и патовыми позициями (если для каждой такой позиции построить только одну партию, то число партий будет равно числу таких, финальных, позиций);

В главном тексте подсчитано число следующих характерных позиций для составления партий выше, именно:

3264 матовых позиций в Балансе «слон и ладья».

48 патовых позиций в Балансе «слон и ладья».

B) Число партий, «заканчивающихся» всеми позициями КК-Баланса, но в процессе конструирования проходящих не через Баланс «ладья», а через Баланс «слон»;

Это число равно 11472422 = 11257358 PI-позиций Баланса «слон и ладья»+ 1 (одна PF-позиция Баланса «слон+ладья» - любая, где Белые вынуждены взять ладью) + 207838 PI-позиций Баланса «слон» + 1 (одна PF-позиция Баланса «слон» - любая, где Черные берут слона) + 7224 (Число позиций КК-Баланса).

C) Число партий, «заканчивающихся» всеми позициями КК-Баланса, но в процессе конструирования проходящих через другие PF-позиции (во всех Балансах). При этом можно строить партии или с наибольшим числом позиций, или с наименьшим. В случае наибольшего числа обходящих позиций, получаются так называемые «максимальные» партии, аналогичные построенной в начальных абзацах пункта 8.

Все основные числовые неоценочные характеристики, найденные в результате исследования в главном тексте книги, даны ниже в пункте 9.

d) Вообще, как найдено из Части *1* MTC, любая партия определяется Последовательностью Типов (или в упрощенных видах: Последовательностью Структур, Последовательностью Балансов). Для нашего случая начальной позиции крепости этими Типами являются:

1) TI-Тип Баланса «ладья и слон», состоящий из всех PI позиций этого Баланса;

2) Множество TF-Типов этого Баланса, каждый из которых представлен своей одной PF-позицией;

3) TI-Тип Баланса «ладья», состоящий из всех PI-позиций этого Баланса;

4) Множество TF-Типов этого Баланса, каждый из которых представлен своей одной PF-позицией;

5) TI-Тип Баланса «слон», состоящий из всех PI-позиций этого Баланса;

6) Множество TF-Типов этого Баланса, каждый из которых представлен своей одной PF-позицией этого Баланса;

7) TI-Тип КК-Баланса, состоящий из всех 7224 PI-позиций этого Баланса;

e) Если записать партию Короткой Последовательностью Балансов (SBS), то возможны только следующие случаи (вопросы длины партии или ее остановки обсуждаются сразу ниже в новом пункте).

1. SBS: {Баланс «слон и ладья» (партия бесконечна в этом Балансе, остановлена на некоторой его не финальной позиции, или закончена достижением мата\пата в этом Балансе)}.

2. SBS:{Баланс «слон и ладья»; Баланс «ладья» (партия бесконечна в этом Балансе, остановлена на некоторой его не финальной позиции, или закончена достижением мата\пата в этом Балансе)}.

3. SBS: {Баланс «слон и ладья»; Баланс «слон» (партия бесконечна в этом Балансе, остановлена на некоторой его не финальной позиции, или закончена достижением пата в этом Балансе)}.

4. SBS:{Баланс «слон и ладья»; Баланс «ладья»; КК-Баланс (партия бесконечна в этом Балансе, или остановлена на некоторой его позиции)}.

5. SBS:{Баланс «слон и ладья»; Баланс «слон»; КК-Баланс (партия бесконечна в этом Балансе, или остановлена на некоторой его позиции)}.

9. Ниже дается список всех основных неоценочных характеристик Сиквела начальной позиции, который будет найден в главном тексте в результате исследования (неоценочные характеристики - это те характеристики, которые явно не содержат оценки позиций, кроме финальных: матовых и патовых).

Список всех основных неоценочных характеристик Сиквела начальной позиции.

1. Число всех позиций Баланса «КК-Баланса»: 7224.

Из них 7224 PI-позиций (все позиции).

PF-позиций - нет.

2. Число всех позиций Баланса «слон»: 207920.

Из них 207838 PI-позиций и 82 PF-позиций. Во множестве PF-позиций имеется 68 черных патовых позиций (матовых позиций нет).

3. Число всех позиций Баланса «ладья»: 399084.

Из них 398368 PI-позиций и 716 PF-позиций. Во множестве PF-позиций имеется 216 белых матовых позиций и 68 белых патовых позиций.

4. Число всех позиций Баланса «слон и ладья»: 11264390.

Из них 11257358 PI-позиций и 7032 PF-позиций. Во множестве PF-позиций имеется 3264 белых матовых позиций и 48 белых патовых позиций.

5. Число элементов в Сиквеле исходной позиции: 11878618. Оно равняется сумме элементов четырех Балансов выше.

6. Число М-комбинаций для Баланса «слон и ладья»=13660584.

7. Число М–комбинаций в Балансе «слон и ладья», не являющихся элементами Сиквела =2396194. Оно равняется разности между числом М-комбинаций и числом элементов Сиквела в Балансе «слон и ладья».

8. 11878618 всех позиций в Сиквеле начальной позиции.

Конец списка основных неоценочных характеристик Сиквела начальной позиции.

10. Этим пунктом мы продолжаем данное Специальное предисловие, посвященное уже конкретной части главного текста глав о крепости, которая прямо относятся, во-первых, к партиям от исходной позиции крепости, - партий составленных из позиций определенных оценкок, и во-вторых, отражении этих партий V-Последовательностями.

В общем случае партия как последовательность позиций – бесконечна (конечна только в случае достижения мата или пата). Но для лучшего анализа и понимания мы часто называем партией любую последовательность позиций, пусть и конечную (не заканчивающуюся матом\патом). Если при этом последней позиции такой партии приписана конкретная оценка, то результат партии определяется данной оценкой.

a) Для нашего случае исходной позиции положем, что в построении партий любой длины от нее мы можем остановиться на любой позиции Сиквела. Полученная партия определяется:

1) Длиной **n** (измеряемой количеством позиций);

2) Последовательностью Типов (в упрощенном виде – Балансов). Или STL – длинной последовательностью, когда каждая позиция заменена таким-то Типом. Или STS – короткой последовательностью, когда партия представлена только разными Типами. В любом случае партия разделяется на участки, определяемыми Типами или Балансами.

В случае представления партии с помощью SBS (Короткой Последовательности Балансов) возможны только пять случаев (они указаны в пункте 8.e).

3) V-Последовательностью – когда каждая позиция партии заменена ее оценкой. При этом длина V-Последовательности равна длине партии. Для нашего случая начальной позиции, все такие V-Последовательности начинаются с оценки «**0**», так как исходная позиция - оценки «**0**».

4) Некоторыми другими специфическими характеристиками. Например, можно рассматривать партии, заканчивающиеся финальной позицией (матом\патом, или только матом, только патом). С точки же зрения V-Последовательностей также можно рассматривать специфические V-последовательности, например, те, которые состоят из одних и тех оценок, или оценок с такими-то чередованиями (см. ниже);

5) В партиях и V-Последовательностях для них можно выделить специфические множества, характерные такими-то свойствами (например, рассматривать только множества партий, образованное PI позициями только Баланса «слон и ладья»). Возможно, что анализируя такие специфические множества, можно прийти к некоторым важным закономерностям...

b) Для начальной нашей позиции мы хотим построить отображение **G(n)→V(n)**. где **G(n)** - множество партий (при длине **n**), а **V(n)** – множество V-Последовательностей.

1. Для очень малых **n** (здесь при **n=1** и **n=2**) это отображение построить сравнительно нетрудно. Например, при **n=1** имеем саму начальную позицию, оценки «**0**». При **n=2** имеем 7 партий, определяемых положением слона на семи разных полях после первого хода Белых.

Найдем для них V-Последовательности. Ясно, что при ходах слона под бой ладьи: на *a2*, *c2*, *e4* вторая позиция уже будет проигранной для Белых, то есть оценки «**-1**». Это же касается и хода слона на *d3*, после которого Черные вначале дают шах на *a2*, а затем ходят ладьей на *d2* с двойным ударом на слона и на мат – поэтому и ход слона на *d3* также меняет оценку позиции. Все остальные три ходы слона – на *f5*, *g6* и *h7* - хорошие для Белых и не меняют оценку начальной позиции. Поэтому имеем отображение **G(2)→V(2)** при **n=2:** (начальная позиция – позиция *1*):

Партия *1*: Позиция *1*; позиция *10* (после хода слона на *a2*) → {“**0**”; “**-1**”};
Партия *2*: Позиция *1*; позиция *20* (после хода слона на *c2*) → {“**0**”; “**-1**”};
Партия *3*: Позиция *1*; позиция *30* (после хода слона на *d3*) → {“**0**”; “**-1**”};
Партия *4*: Позиция *1*; позиция *40* (после хода слона на *e4*) →{“**0**”; “**-1**”};
Партия *5*: Позиция *1*; позиция *50* (после хода слона на *f5*) →{“**0**”; “**0**”};
Партия *6*: Позиция *1*; позиция *60* (после хода слона на *g6*) → {“**0**”; “**0**”};
Партия *7*: Позиция *1*; позиция *70* (после хода слона на *h7*) → {“**0**”; “**0**”};

Заметим, что число разных V-Последовательностей при этом равно 2.

2. Также можно построить и отображение для **n=3**. Это сделано в главном тексте, здесь лишь скажем об основных его параметрах. Число партий **G(3)=102**, со следующим распределением по V-Последовательностям:

57 партий отражаются V-последовательностью {**0**; **0**; **0**};
40 партий отражаются V-Последовательностью {**0**; **-1**; **0**};
5 партий отражаются V-Последовательностью {**0**; **-1**; **-1**}.
Заметим, что число V-последовательностей равно 3.

3. Далее авторами было построено отображение для **n=4** и **n=5** (в главном тексте дается в основном только отображение для **n=5).** При этом оказывается, что число V-последовательностей для **n=4** равно 5, а для **n=5** - равно 8.

Число V-последовательностей при разных значениях **n** определяется последовательностью Фибоначчи (при начальных параметрах 1 и 2), - когда значение каждого последующего члена последовательности, начиная с третьего, равна сумме двух предыдущих. Этот факт доказан в главном тексте и упоминается в Общем Предисловии к Части 6 и Предисловии-Описании для обложки книги. Здесь же мы приводим лишь некоторые значения числа V-последовательностей для увеличивающихся значений **n**, ее длины. Причем укажем ниже две последовательности: первую - как натуральную последовательность (длин партий), включающую длину «максимальной» партии; вторую же как последовательность числа V-Последовательностей, зависящую от длины **n** и включающую число V-Последовательностей для числа позиций в «максимальной» партии:

n: 1; 2; 3; 4; 5; 6; …; 11662952 (Число позиций в «максимальной» партии»;...
F(n): 1; 2; 3; 5; 8; 13; …; **F**(11662952)=$10^{2437413}$ (приблизительно, см. главный текст);...

Видно, что число V-Последовательностей очень стремительно возрастает по увеличению длины партии. Неужели нам придется строить отображение, в котором число V-Последовательностей будет равно $10^{2437413}$?!

Однако, прежде чем ответить на этот вопрос, проясним чуть детальнее причины исследования оценок позиций с помощью построения партий, отражаемых такими-то V-последовательностями.

11. Очень много позиций в Шахматах (особенно в начале игры и в середине) – неизвестны в своих оценках (далее такие позиции называются просто «неизвестными», в отличие о известных, с конкретными приписанными оценками, в основном появляющихся в эндшпиле).

Обычно считается, что шахматист обдумывает неизвестную позицию с точки зрения ее или статических или динамических факторов.

Статические факторы - это материальное соотношение фигур одной стороны по сравнеиию с другой, наличие сильных и слабых сторон позиции и другие. Динамические же – расчет вариантов, которые могут получиться в партии, но эти варианты основаны на позициях с их оценочными свойствами, поэтому в конце концов все сводится к присвоению позиции предполагаемой оценки на основании анализа ее же статических и динамических факторов.

Попробуем адаптировать текст выше (в эом пунктее) к отображению «Партии – V-Последовательности», а еще проще, - к оценкам во всех возможных проявлениях. Выделим следующее в тексте:

a) Статические факторы позиции это частный случай динамических, ведь ясно, что иногда нужно и возможно прекратить расчет вариантов, и это формально означает анализ на глубине расчета при длине **n=1**.

b) Цель обдумывания (позиции или вариантов с позициями) шахматистом – нахождение оценок позиции. Обдумывание есть анализ на определенное число позиций вперед.

c) Если в процессе анализа возникает позиция с извсстной оценкой, то дальше анализ движется в обратную сторону и в предположении того, что делаются ходы без ошибок, эта известная оценка и присваивается первой позиции.

d) Заметим, что шахматист-мастер, в отличие от шахматиста начинающего, играет лучше, так как мыслит вариантами на большую глубину, но в любом случае и тот и другой используют некоторую систему оценок (о которой ниже). Это кстати, подтверждает, что статические факторы позиции есть те же динамические при длине **n=1**.

e) Другими словами, изначально и в дальнейшем анализ позиций осуществляется преимущественно в оценивающем смысле. Позиции заменяются их оценками.

f) Безошибочная игра есть игра с постоянными оценками, вообще вся игра или анализ (как построение множества партий на такую-то длину **n**) есть или безоошибочная или ошибочная игра.

g) Но ошибочная или безошибочная игра - это категории из системы оценок (если оценка меняется - имеем ошибку, если не меняется, - ее отсутствие). Шахматист всегда использует систему оценок: или неосознанно или осознанно, или правильно или неправильно (например, в примере с шахматистом-мастером или шахматистом начинающим). Но это означает, что:

h) Обдумываются не абстрактные (без оценкок) партии с позициями, а V-последовательности с их оценками. Этот факт не осозновался до сих пор. Но именно он является отправной точкой и предметом исследования в Части *6* МТС.

12. Именно V-Последовательности, как последовательности из только оценок позиций играют решающую роль как в практике (расчете вариантов игроками), так и в теории – которая предлагает для шахматистов следующие интересные идеи:

a) Игрок, когда обдумывает позицию, прежде всего думает о ее оценке. Две (или более) разные позиции, имеющие одну и ту же оценку, гомоморфны в том отношении, что отражаются одной и той же оценкой. Это явление называется V –Гомоморфизм.

b) Если же распространить это понятие на партии, то получим V-Гомоморфизм партий. Именно, две (или более) партии (данной длины), V-Последовательности которых совпадают, равноморфны или гомоморфны в том отношении, что отображаются одной и той же V-Последовательностью. Об этом будет ниже отдельный пункт, а пока разберем простые случаи элементов (позиций или партий) с одинаковыми оценками.

c) В пунктах *a* и *b* выше не предполагается, что две (или более) гомоморфные (имеющие одну и ту же оценку) позиции обязаны быть элементами одной и той же партии. Но если они еще и таковые, тогда получающаяся партия отражается V-Последовательностью, состоящей из одних и тех оценок или V-Последовательностью-константой. Другими словами, любые партии (от данной позиции определенной длины), состоящие затем хоть из разных позиций, но с той же, постоянной оценкой, - V-гомоморфны.

d) Имеется важное отличие видов V-Гомоморфизма в отношении позиций и в отношении партий. Именно, если в отношеиии позиций V-Гомоморфизм делится на три вида: «**+1**» Гомоморфизм, «**0**» Гомоморфизм и «**-1**» Гомоморфизм, то в отношении партий это верно, только когда партии полностью отражаются тремя V-Последовательностями-константами.

Это приводит к возникновению трех видов V-гомоморфизма для партий-констант (в оценке): «**+1**» Гомоморфизм, «**0**» Гомоморфизм и «**-1**» Гомоморфизм для партий длины **n**.

e) Указанные выше названия «**+1**» Гомоморфизм, «**0**» Гомоморфизм и «**-1**» Гомоморфизм для партий уточняются введением длины партии. При этом для длины **n=1** он превращается в оценку позиции.

Для длины **n=2** в 2-Гомоморфизм (или Гомоморфизм длины 2), для длины **n=3** в 3-Гомоморфизм (или Гомоморфизм длины 3),..., для длины **n=m** - в m-Гомоморфизм (или Гомоморфизм длины **m**).

f) В пунктах *12d-e* обсуждались или: партии из позиций одинаковых оценок, или V-Последовательности –константы, или три основных вида Гомоморфизма партий, отражающихся V-Последовательностями-константами (для длины **n=m**).

В этом же пункте обсуждаются уже или: партии с позициями разных оценок, или V-Последовательности с разными элементами, или Гомоморфизм партий, отражающимися V-Последовательностями с разными элементами. Здесь, в результате анализа, обнаружится существенное отличие оценочного гомоморфизма партий от оценочного гомоморфизма позиций.

Это отличие в том, что партии могут быть гомоморфны в оценочном смысле и при разных оценках позиций, их составляющих (это та же идея, которая была выражена в пункте *12b*, только выраженная другими словами). Переходим ниже к подробному освещению именно ее (причем уже на примере нашей начальной позиции крепости).

13. Для случая длины партии **n=2** от начальной позиции *1*, как показано в пункте *10b.1*, имеются 4 партии, отражаемые V-Последовательностью {"**0**"; "**-1**"}. Да, они гомоморфны, но как этот факт можно конкретно использовать, - в сравнении, например, с простой точкой зрения, что существуют четыре хода из начальной позиции, меняющие оценку позиции?

a) Прежде всего заметим, что четыре хода слона, меняющие оценку позиции, есть ошибки. Ошибка есть любое изменение оценки, а в этой теории и только это изменение (если например, Белые могут поставить мат, но не делают этого, а лишь ходят по-другому, сохраняя оценку, это не ошибка).

b) V-Последовательность {**0**; **-1**} отражает наличие ошибки в партии от начальной позиции длины 2. Для нашего случая существования только двух оценок в Сиквеле начальной белой позиции с оценкой «**0**» ошибка Белых заключается только в изменении оценки с "**0**" на "**-1**", причем "**0**" стоит на нечетных полях, а "**-1**", сразу после нее.

c) Наблюдение выше верно и для, например, V-Последовательности {**0**; **-1**; **0**; **-1**; **0**}.

Причем очевидно, что оно верно и для ошибки Черных, которая в самой этой V-Последовательности заключается в наличии группы {**-1** ; **0**}, где «**-1**» находится на четных местах, а «**0**» - сразу после нее (напоминаем, что для Черных ошибка заключается в исполнении плохого хода в выигранной для них позиции, что отражается изменением оценки с «**-1**» на «**0**»).

d) Вообще, для партии или множества партий, отражаемых данной V-Последовательностью любой длины можно просто подсчитать число ошибок в партии или партиях которые она отражает. Это число ошибок будет равно числу изменений между элементами V-Последовательности, помноженное на число партий (если у нас рассматривается несколько партий, отражаемых этой конкретной V-Последовательностью). При этом можно получить интересную и полезную информацию насчет совершения ошибок Белыми и Черными: ведь ошибки Белых – это изменения оценки между элементами на нечетных и четных полях (стоящих рядом), а ошибки Черных – это изменения оценки между элементами на четных и нечетных местах (также стоящих рядом).

Например, для V-Последовательности {**0; -1; -1; -1; 0**} из пяти элементов мы видим, что Белые совершили одну ошибку на первом ходу (сделав проигрывающий ход из ничейной позиции), а Черные одну ошибку на своем втором полуходу (упустив выигрыш плохим ходом).

Заметим, что мы специально, для упрощения исследования, выбрали для примера крепость с двумя возможными значениями всех позиций в ее Сиквеле. Хотя в обшем случае методика подсчета остается такой же и в случае наличия всех трех оценок (об этом смотри Общее Предисловие к Части 6). Однако завершим вопрос об общем числе ошибок во всех партиях.

e) Так, ясно, что если у нас есть некоторое число партий, отражаемое выделенной V-Последовательностью, то число совершенных в этих партиях всех ошибок будет равно произведению числа партий на число ошибок, обусловленное этой V-Последовательностью. Например, если для V-Последовательности {**0**; **-1**} имеется 4 партии, то число всех ошибок в этих партиях равно 4 (причем все они - ошибки Белых). В разобранном примере с V-Последовательностью {**0; -1; -1; -1; 0**}, отражающей 24 партии (это будет показано в главном тексте и уже отображено на обложке книги) имеется 48 ошибок, из них - 24 ошибки Белых (совершенных на их первом ходу) и 24 ошибки Черных (совершенных на их втором ходу).

d) Все, что сказано в абзацах пункта 13, в частности, насчет важного метода подсчета числа ошибок во множестве всех партий, касается не только ошибочной игры, но и безошибочной игры. Ведь возьмем, например, V-Последовательности-константы {**0; 0**}(для длины 2) и {**0; 0; 0; 0; 0**} (для длины 5).

Первая отражает 3 партии из начальной позиции в ничейные позиции после хода слона на *f5*, *g6*, или *h7*. Очевидно, что произведение числа ошибок (равное нулю из V-Последовательности) на число партий (здесь равное трем) в этом случае равно 0 и также формально удовлетворяет формуле вычисления числа ошибок во всех партиях (длины 2).

Вторая V-Последовательность-константа отражает безошибочную игру во всех партиях длины 5, и из произведения числа партий (а их, как показано в главном тексте, 4312) на 0 получается то же самое число 0, говорящее о безошибочной игре сторон.

Промежуточный вывод из всего этого состоит в том, что распределение партий по V-Последовательностям (следуемое из отображения «Партии → V-Последовательности») отражает как безошибочную, так и ошибочную игру сторон. Это будет детально обсуждаться в главном тексте и возможно уже и здесь (чуть ниже) а пока перейдем к другой идее использования V-Последовательностей, которая также будет в главном тексте детально обсуждаться.

14. Вероятно, главная идея использования V-Последовательностей заключалась бы (заключается, как будет установлено в главном тексте) в предложении эффективного метода нахождения оценок позиций. Здесь имеется много аспектов и проблем, поэтому осветим только некоторые. Именно, будем полагать, что мы не знаем оценку некоторых позиций (для нашего случая: Сиквела начальной позиции крепости), но все-таки знаем нечто об этом, в частности уже построенное распределение партий по V-Последовательностям на определенную глубину (называемое уже в предисловии-описании обложки или Общем Предисловии GV-Распределением).

a) Очевидно, что знание распределения партий по V-Последовательностям означает и знание оценки всех позиций этих партий. Например, для глубины 1 и 2 установлено, что оценка начальной позиции – «**0**», и из нее выходят 7 других позиций, три из которых – также оценки «**0**», четыре же других – оценки «**-1**». Этот факт можно вывести из простых соображений, но мы почему-то хотим использовать V-Последовательности. Как будет показано в главном тексте, использование V-Последовательностей наиболее эффективно для анализа на достаточно большой глубине, однако и на малой глубине можно предложить некоторые идеи ниже.

b) Например, это идея сравнения позиций в оценочном смысле исходя из их количественного распределения по V-Последовательностям. Возьмем две позиции оценки «**-1**», получающиеся из начальной после ходов слоном на *e4* и *d3* (здесь для этого пункта назовем их «первой» и «второй» соответственно).

Хотя и первая и вторая позиция имеют одну и ту же оценку, для начинающего шахматиста очевидно, что первая явно хуже другой. Критерием этого может например служить такое обстоятельство. При положении слона на *e4* черные забирают этого слона и объявляют на следующем ходу мат Белым. В случае же второй позиции, Черным, чтобы выиграть, надо еще догадаться сделать ход ладьей на *a2* (обязательно для выигрыша), а затем пойти ею на *d2* с двойным ударом на слона и мат (кроме хода на *d2* есть и другие выигрывающие ходы, но ход на *d2* быстрее).

c) Для шахматиста вышеприведенное рассуждение вводит дополнительные критерии для сравнения позиций в оценочном смысле, хотя надо понимать, что они V-Гомоморфны (или гомоморфны две партии, исходящие от той же начальной позиции и заканчивающиеся или первой или второй позицией) – в том смысле, что отображаются одной и той же V-Последовательностью {**0**; **-1**}.

Этим критерием могло бы быть (и действительно, является) расстояние до мата между первой и второй позициями: если расстояние меньше, то позиция «лучше». Другим критерием могло бы быть (и вероятно, является) расстояние до позиции баланса «ладья» (чем быстрее черные заберут слона, тем лучше). Не вдаваясь в дискуссию насчет этого (мы это сделаем чуть позже) поставим задачу выражения этих идей\критериев с помощью V-Последовательностей.

Логично было бы тогда сравнить эти позиции (первую и вторую) по их собственным распределениям партий по V-Последовательностям. Вероятно, для первой из них это распределение будет «лучше» по некоторым критериям или количественным характеристикам. Что ж, посмотрим.

d) Но здесь все просто. Распределениие по V-Последовательностям для первой позиции будет включать уже множество партий с позициями баланса «ладья» (после взятия слона ладьей), а распределение по V-Последовательностям для второй позиции пока еще не будет этого включать. Конкретно: для первой позиции и партий от нее длины 2 имеется партия с позицией баланса «ладья», а для второй позиции такой партии пока еще нет. Если допустить, что более быстрый выигрыш слона сулит Черным большее преимущество, то вроде бы мы тут удачно использовали идею V-Последовательностей.

e) На самом деле, абзац выше – есть наивное рассуждение: мы не V-Последовательности использовали, а очевидные факты о быстрой победе при более быстром взятии Черными слона. Чтобы использовать V-Последовательности нам нужно построить все партии и все V-Последовательности от каждой из предложенных позиций (первой и второй).

Для первой позиции распределение такое: имеется 14 партий, отражающихся V-Последовательностью {**-1**; **0**} и 1 партия - V-Последовательностью {**-1**; **-1**}.

Для второй позиции (при слоне на *d3*) имеется 17 партий V-Последовательности {**-1**; **0**} и 1 партия V-Последовательности {**-1**; **-1**}. Можно предложить критерий лучшей позиции: та из них лучше, где отношение числа безошибочных партий к числу всех партий больше (при данной длине партии, в данном случае равной 2).

f) Вычислим же это отношение. Для первой позиции это 1\14, а для второй 1\17. Получается, что первая позиция лучше второй. Затем можно попытаться улучшить (или адаптировать) и этот критерий, рассматривая более длинные партии.

Если черные в первой позиции берут слона, то Белые обречены сделать ход королем, и затем Черные могут или сразу его заматовать, или сделать любой другой ход, ведь все эти ходы очень устойчивы (Белые не смогут взять ладью Черных). Другими словами, все партии со взятием слона на *e4* (длины 5, начиная с начальной позиции) отражаются V-Последовательностью, с четырьмя «минус единицами» после первого нуля {**0**; **-1**;**-1**;**-1**; **-1**}.

В случае же позиции после ходов: «слон *d3*», «ладья *a2*», «король *b1*» из 18 черных ходов только 4 хода (ладьей на *b2*, *d2*, *f2*, *g2*) сохраняют оценку позиции как выигрышную для Черных.

Таким образом сравнивая первую и вторую позиции построением партий и V-Последовательностей на большую глубину и анализом соотношения числа правильных партий к числу всех партий мы улучшаем сравнение позиций. К этому выводу можно прийти или через простую идею сравнения адаптированных оценок разных Балансов или через более сложную идею использования V-Последовательностей. Однако, в конечном счете оказывается, что и эти последние V-Последовательности также обусловливают и предпочтение позиций Баланса «ладья» (см. следующий пункт) .

g) Вообше, как сказано в общем предисловии к Части *6*, распределение партий в трех-фигурных балансах «пешка», «ладья», «ферзь», от выигранных (для такой-то стороны) позиций может служить критерием сравнения позиций при той же оценке. Напоминаем (взято от Общего Предисловия), что отношение числа безошибочных партий к числу всех партий отражает как сравнительную силу фигур, так и большую оценку позиции шахматными программами в окончаниях с этими фигурами (с учетом, конечно, того, что при этом теоретическая оценка всегда одна и та же: если Белые выигрывают, то «**+1**»).

Последний абзац на самом деле отражает тот факт, что Черным при первой же возможности лучше сразу переходить в Баланс «ладья» (то есть просто взять слона). К этой идее можно прийти с помощью учения о V-Последовательностях, причем при этом мы не просто используем идею взятия фигуры, а рассматриваем все множество ее партий и все V-Последовательности, которые ими отображаются (хотя могли бы рассматривать и выборочные подмножества, согласно пункту *10.a.5*). Свидетельством этого, в частности, является тот факт, что безусловное взятие слона во всех позициях не всегда автоматически означает поддержание оценки позиции, - ведь возможен пат при взятии слона (этот факт будет использован при подготовке вывода об общем значении использования V-Последовательностей, см.ниже).

h) Методом вычисления отношения числа правильных партий к числу всех партий (при данной длине партии) можно сравнивать и «**0**» позиции.

Для этого Специального Предисловия (основной анализ будет сделан в главном тексте) возьмем, например, для сравнения следующие две белые позиции: позицию *1* (начальную позицию нашего примера крепости) и белую позицию с положением слона на *f5* (она может получиться, например, после ходов: «слон *h7*», «ладья *g2*», «слон *f5*», «ладья *e2*»). Назовем эти позиции «первой» и «второй» для данного пункта.

Соотношение числа правильных партий к числу всех партий (длины 2) для первой позиции равно 3/7. Соотношение числа правильных партий к числу всех партий для второй позиции равно 1/4 (только три хода из 12 от нее ничейны: «слон *b1*»: «слон *g6*» и «слон *h7*»). Видно, что первая позиция лучше второй. Хотя некоторым покажется, что тут кажущееся противоречие: ведь у белых фигур явно больше свободы...

Наверно, сам по себе этот критерий не всегда срабатывает, но существуют ли вообще такие критерии, которые используют для оценки позиций только статические ее факторы? Этот вопрос будет освещен в главном тексте.

15. Для иллюстрации эффективности использования V-Последовательностей (и всего, что с ними связано) в главном тексте построено отображение Партии - V-Последовательности для длин 1, 2, 3, 5 (для длины 4 оно дано в неявной форме, хотя доступно по запросу). Для создания этого отображения авторы использовали оценки позиций, предлагаемыми разными шахматными базами (или из других соображений). Это отображение будет дано ниже в одном из пунктов этого предисловия, здесь же скажем о дальнейшем использовании отображения согласно целей всего исследования, в частности, цели предложения эффективного метода нахождения оценок позиций, упомянутого в начале пункта 14.

Кроме уже установленных фактов насчет полезности использования V-Последовательностей (упрощенного расчета числа ошибок в партиях и сравнительного анализа оценок известных позиций по дополнительному критерию отношения числа безошибочных партий к числу всех партий) прямо ниже предлагаются некоторые другие факты и выводы.

a) Вывод о неправильности (нестабильности) множества партий. Этот вывод (который мы опишем ниже чуть подробнее) основан на следующем распределении партий по V-Последовательностям (для длины равной 5).

Распределение партий по V-Последовательностям (после конкретной строки стоят проценты числа партий от общего их числа, 15289, данного также ниже). Мы будем называть это распределение GV(5)-Распределением.

GV(5)-Распределение:

GV(5) = 3211 партий для V(5)={**0; -1; 0; -1; 0**}, - 21%

GV(5) = 487 партий для V(5)={**0; -1; 0; -1; -1**}, - 3.2%

GV(5) = 3402 партий для V(5)={**0; 0; 0; -1; 0**), - 22.2%

GV(5) = 24 партий для V(5)={**0; -1; -1; -1; 0**}, - 22.2%

GV(5) = 3455 партий для V(5)={**0; -1; 0; 0; 0**}, - 0.16%

GV(5) = 67 партий для V(5)={**0; -1; -1; -1; -1**}, - 0.44%

GV(5) = 331 партий для V(5)={**0; 0; 0; -1; -1**}, - 2.2%

GV(5) = 4312 партий для V(5)={**0; 0; 0; 0; 0**}, - 28.2%

Всего 15289 партий - 100%

b) Из распределения выше имеем важные данные для вывода выше.

1. Число правильных партий равно 4312 что составляет примерно 28% числа всех партий.

2. Число неправильных партий равно 10977, примерно 72% числа всех партий 15289.

3. Множество партий очень неправильно и очень нестабильно (если стабильность увязывать с правильностью). Эти три предложения называются Выводом 1 в главном тексте.

c) Вот аналогия вывода о неправильности (нестабильности).

У нас играют два малолетних ребенка, которые делают ходы произвольным образом, не задумываясь ни о какой-либо стратегии или обдуманных действиях (допустим, они выучились только делать ходы по шахматным правилам). Очевидно, что все партии и им отвечающие V-Последовательности, которые для них возможны, все-таки определены некоторым образом (например, Графом или V-Графом, как графом с уже присвоенными оценками его вершинам/позициям), но так как наши игроки (эти дети) не знают ничего об этом, то на первый взгляд, кажется, что вывод из этого очень малоинформационен.

Однако представим себе, что наши дети играют партии позициями уже с лишней ладьей у Черных (допустим, чисто случайно выигранной ребенком, игравшем Черными после неудачного хода ребенка, игравшего Белыми). Тогда число правильных партий резко возрастает, приближаясь к 100% (мы это вычислили в главном тексте и уже упоминали как в Общем Предисловии, так и в этом Специальном Предисловии). Тогда вся ситуация (множество партий с V-Последовательностями или их GV-Распределение) будет резко отличаться от ситуации распределения от нашей начальной позиции (скорее всего, об этом мы еще скажем позже).

d) Вывод о правильности (или наоборот, неправильности) игры конкретной стороны, Белых или Черных. Это очень интересный, большой (в объеме) и полезный вывод, который мы осветим в отдельном пункте. Здесь же только скажем о его связи с выводом об общей неправильности множества партий выше.

Вывод о неправильности всего множества партий не указывает конкретно, какая именно сторона вносит такой-то вклад в эту неправильность , - Белые или Черные. Это очевидно, если понимать, что неправильная партия есть партия как с любым числом ошибок, так и с любой причиной их,- неправильной игре Белых или Черных. Но нам хотелось бы знать конкретно, какая сторона совершает больше ошибок и причины этого. Поэтому мы и осветим этот вопрос чуть подробнее и основательнее в отдельном пункте ниже (а в главном тексте он, конечно, разобран полностью), - так как он и большой и полезный. Этот вывод, как мы покажем ниже, прямо следует из простых вычислений исходя из выше данного GV-Распределение партий по V-Последовательностям. Но здесь скажем о его связи с выводом о неправильности всех партий.

16. Для дальнейшего описания вывода о степени неправильности игры такой-то стороны нам необходимо осветить небольшой вопрос о позициях, или точнее, ситуациях, когда такая неправильность возможна.

a) Белые не могут совершить ошибку в проигранных для них позициях, - позициях с оценкой «**-1**». Это следует из Принципа Максимума: оценка белой позиции есть максимум оценок всех позиций, вытекающих из нее. Если оценка позиции - «**-1**», то все позиции, из нее выходящие – также оценки «**-1**»: ведь в предположении существования позиций с оценками больших в значении, чем «**-1**», оценка исследуемой позиции была бы также больше «**-1**». Кроме того, для нашего случая позиции-крепости оценок всего две (или «**0**» или «**-1**»), что означает, что оценка «**+1**» для белой (да и для черной) позиции невозможна.

b) Черные не могут совершить ошибку в ничейных для них позициях, - позициях с оценкой «**0**». Это следует из Принципа Минимума: оценка черной позиции есть минимум оценок всех позиций, вытекающих из нее. Если оценка позиции - «**0**», то все позиции, из нее выходящие, – также оценки «**0**»: ведь в предположении существования позиций с оценками меньших в значении, чем «**0**», оценка исследуемой позиции была бы также меньще «**0**» (снова: других оценок, кроме «**0**» и «**-1**» во всем Сиквеле, множестве выходящих позиций в любых партиях, - нет). Таким образом, оценка «**0**» для черной позиции означает, что Черные не могут выиграть, не могут усилить свою позицию, но и не могут совершить ошибку (оценки «**+1**» невозможна).

c) Могут ли Белые совершить ошибку в «абстрактно данной» позиции оценки «**0**»? Если отвлечься от конкретных свойств позиции, то ответ такой: конечно, могут, ведь по принципу Максимума среди выходящих позиций имеются позиции оценки «**0**», но возможно, имеются и позиции оценки «**-1**» (хотя это уже и не обязательно).

Если из рассматриваемой белой позиции оценки «**0**» следует хотя бы одна позиция оценки «**-1**», то Белые могут совершить ошибку (и совершают ее, если сделают ошибочный ход).

Тогда будем полагать, что имеется нетривиальная ситуация. Нетривиальная ситуация – это позиция, в которой сторона (в данном случае, Белые), могут совершить ошибку или белая позиция оценки «**0**», из которой следует хотя бы одна позиция оценки «**-1**».

d) Могут ли Черные совершить ошибку в «абстрактно данной» позиции оценки «**-1**»? Если отвлечься от конкретных свойств позиции, то ответ такой: конечно, могут, ведь по принципу Минимума среди выходящих позиций имеются позиции оценки «**-1**», но возможно, имеются и позиции оценки «**0**» (хотя это уже и не обязательно). Если из рассматриваемой черной позиции оценки «**-1**» следует хотя бы одна позиция оценки «**0**», то Черные могут совершить ошибку (и совершают ее, если сделают ошибочный ход). Тогда имеем нетривиальную ситуацию.

e) Таким образом, нетривиальная ситуация – это позиция, в которой сторона может совершить ошибку. Это - или белая позиция оценки «**0**», из которой следует хотя бы одна позиция оценки «**-1**», или черная позиция оценки «**-1**», из которой следует хотя бы одна позиция оценки «**0**».

f) В противоположность нетривиальной ситуации, тривиальная ситуация – есть такая позиция, которая окружена полностью себе подобными в оценке.

Для Белых это - или (белая) позиция с оценкой «**-1**» или (белая) позиция с оценкой «0», но из которой все выходящие позиции также оценки «**0**».

Для Черных это - или (черная) позиция с оценкой «**0**», или (черная) позиция с оценкой «-1», но из которой все выходящие позиции также оценки «**-1**».

g) Только в нетривиальных ситуациях сторона может совершить ошибку. В тривиальных ситуациях ошибки не возможны. Среди тривиальных ситуаций интересен вопрос о существовании таковых для белых позиций оценки «**0**», а для черных позиций - оценки «**-1**».

Оказывается, такие позиции в Сиквеле нашей начальной позиции существуют. К счастью, число таких позиций в сравнении с общим числом позиций относительно невелико и мы можем подсчитать число ошибок сторон исходя из V-Распределения партий по V-Последовательностям. Сделаем же это в следующем пункте.

h) Число черных позиций, где Черные имеют оценку "**-1**" (полагаем, что все они нетривиальные ситуации) равно: 331+67*2+3455+24*2+3402+487*2+3211*2=14766.

Это число вычислено из GV-Распределения (длины, равной 5) через сумму всех произведений чисел партий, отражаемых конкретной V-Последовательностью на число «**-1**» оценок в данной V-Последовательности.

Число же ошибок Черных из GV-Распределения равно числу неправильных ходов (ошибок) Черных =3455+24+3402+487+3211*2=13790.

Отношение числа ошибок Черных к числу всех нетривиальных ситуаций (тех, где Черные фактически могут совершить ошибку)=13790/14766=93% (округленно).

Число белых позиций, где Белые имеют оценку "**0**" (полагаем, что все они нетривиальные ситуации) равно: 4312*2+331*2+67+3455*2+24+3402*2+487*2+3211*2=30487.

Число же ошибок Белых из V-Распределения равно число неправильных ходов (ошибок) Белых=331+67+3455+24+3402+487*2+3211*2=14675.

Отношение числа ошибок Белых к числу всех нетривиальных ситуаций (тех, где Белые фактически могут совершить ошибку)=14675/30487=48% (округленно).

Подсчет этих ходов специальным методом (через GV-Распределение) есть Вывод *2*. Тут же вытекает и Вывод 3.

Игра именно Черных (а не Белых!) в общем случае более неправильна. Одним из следствий из этого вывода является тот факт, что Черные, более, чем Белые, обязаны пользоваться осмысленной стратегией в достижении своей цели.

16. В этом пункте дается краткое обоснование Вывода *4* и сам Вывод *4*.

Вывод 4 заключается в том, что из учения о V-Последовательностях (конкретно: анализа полученных результатов) следует идея предложения улучшенных Стратегий сторон (конкретно, например, для Черных: это Стратегия обязатльного взятия слона)

Ниже дано это краткое описание (конечно, подробно оно сделано в главном тексте).

а) Всего имеется 102 партий из трех позиций (одного полухода Белых и одного полухода Черных) . Число 102 включает в себя 57 правильных партий, 5 партий, где Белые совершили ошибку на первом своем ходу, а Черные ею. Воспользовались, и наконец 40 партий, где Белые совершили ошибку, а Черные е. невоспользовались.

Число партий среди них, где Черные действительно могли совершить ошибку (то есть число нетривиальных ситуаций), равно 40+5=45 (это те партии, которые имеют "**-1**" на втором месте в V-Последовательности).

Среди этих 45 партий есть 40 партий, где Черные совершают ошибку и 5 партий, где не совершают, таким образом степень ошибочности игры Черных равна 5/45=11% (примерно).
Заметим, что все 45 партий - это те, где Белые своим первым ходом совершают ошибку, идя слоном на поля *a2*, *c2*, *d3*, *e4*. Из этих четырех ходов три - очевидно плохие, так как слон подставляется под удар. Предположим, что Черные придерживаются стратегии взятия слона в любой момент, когда это возможно (другая версия: это правило действует только на первом ходу – см. ниже).

Это предположение можно оформить организационно, например, введением дополнительного правила игры в шахматы об обязательном взятии слона (это нужно для того, чтобы пока отвлечься от вопросов, "а откуда берется такая стратегия взятия?"). Тогда подсчитаем степень безошибочности игры Черных.

Для этого найдем число новых партий (партий, в которых по новым правилам Черные берут слона, если он подставляется под удар). Тогда оно будет равно 1 (после хода слона на *a2*) + 2 (после хода слона *c2* - ведь черные могут взять слона или королем, или ладьей)+18 (после хода слона на *d3*) +1 (после хода слона на *e4*)=22 партии.

Из этих 22 партий имеются 1+2+1+1=5 партий, где Черные играют правильно. Это то число, которое у нас и было в GV-Распределении для партий из трех позиций, но имеет смысл раскрыть детально, из чего оно состоит. А именно: после хода слона на *a2* имеется одна партия Черных, после хода слона на *c2* имеется 2 партии Черных, после хода слона на *d3* имеется 1 партия Черных (шахом ладьи на *a2*), после хода слоном на *e4* имеется одна партия Черных (по новым правилам обязательного взятия слона ладьей). Тогда степень правильности игры Черных равна 5/22=23% (примерно).

Получается, что степень правильности игры Черных выросла в 2 раза.

Аналогично можно сделать и для множества партий длиной в 5 позиций. Но так как партий здесь очень много, то в этом предисловии мы не будем этого делать. Вывод 4, пусть и кратко, но обоснован.

17. В завершении этого Специального Предисловия даем ниже список основных идей, результатов и выводов по результатам анализа примера крепости.

Список основных идейных результатов и выводов.

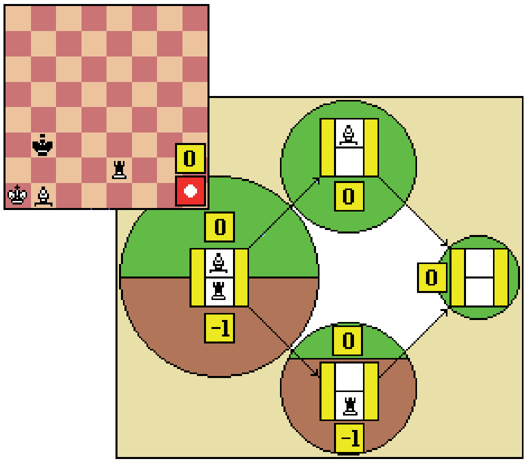
1. В результате исследования исходной позиции крепости (позиции 1 на обложке) и ее Сиквела построен Граф «повторяющегося» множества, изображенный на обложке.
2. Данный Граф есть подграф невообразимо сложного Графа всего Сиквела позиций, но на примере его было показано построение и применение важного учения о V-Последовательностях.
3. Так, было построение GV-Отображение между всеми партиями длины в 5 и менее позиций и V-Последовательностями.
4. Это отображение имеет важные количественные характеритстки, в частности, GV-Распределение.
5. Из GV-Распределения, в частности, следует, что множество партий длины 5 (да и меньших длин) очень неправильно, в том смысле, что большинство партий в нем – это ошибочные партии. Это есть Вывод *1*.
6. Вывод *2* заключается в том, что из GV-Распределения можно подсчитать число правильных и неправильных ходов во всех партиях, причем как для Белых, таки для Черных.
7. Вывод *3* заключается в том, что именно игра Черных более ошибочна, чем игра Белых.
8. Наконец, из анализа следует важный Вывод *4*, состояший в предложении лучшей стратегии игры каждой стороны. Конкретно же, применительно к Стратегии Черных, то это Стратегия безусловного взятия слона, когда он подставляется под удар.

Конец списка идейных результатов и выводов.

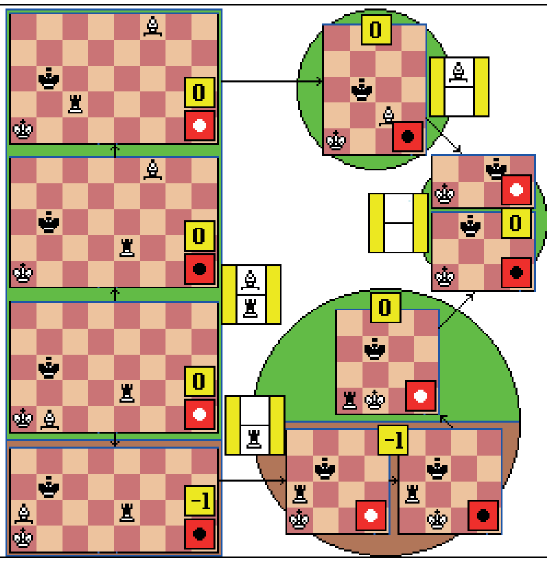
Авторы надеются, что данное Специальное Предисловие подвигнет многих читаелей к дальнейшему чтению книги, особенно его раздела с исследованием «крепости».

Приятного прочтения!

Math Theory of Chess. Part 6.
The “fortress” pages devoted to the front cover.



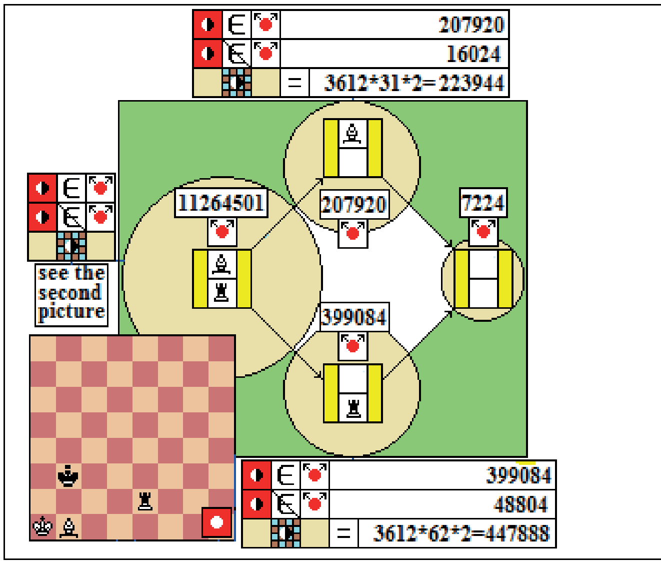
Chapter “*88*-fortress” (comment *1*). The first picture shows a main scheme which consists of four sets of positions of four different balances. These balances are:
1. “The white king and bishop against the black king and rook” (shortly: the “rook and bishop” balance).
2. “The white king and bishop against the black king” (shortly: the “bishop” balance).
3. “The white king against the black king and rook” (shortly: the “rook” balance).
4. “The white king against the black king” (shortly: the “K-K” balance). The second picture shows some transitions between positions illustrating these balances.



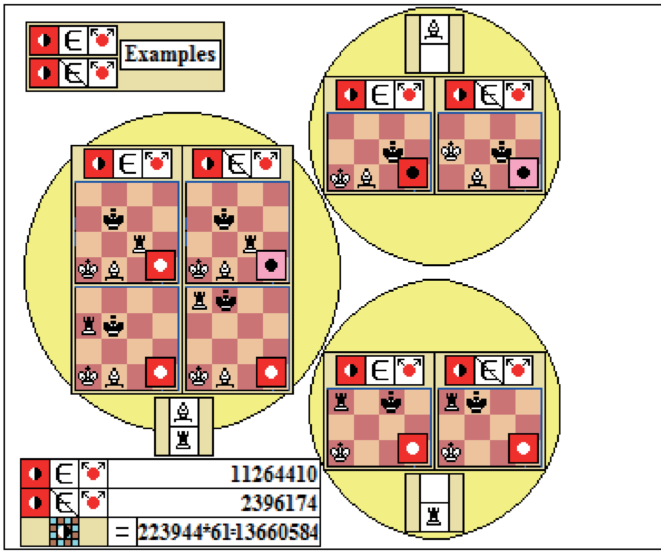
Глава “*88*-крепость” (комментарий *1*). Первый рисунок показывает главную схему, состоящую из 4 множеств позиций разных Балансов. Эти Балансы:
1. “Белый король и слон против черного короля и ладьи” (кратко: Баланс “слон и ладья”).
2. “Белый король и слон против черного короля” (кратко: Баланс “слон”).
3. “Белый король против черного короля и ладьи” (кратко: Баланс “ладья”).
4. “Белый король против черного короля” (кратко: “K-K” Баланс). Второй рисунок показывает некоторые переходы между позициями, иллюстрирующими эти Балансы.

1. We begin analyzing a very large part of this book, for which we even created a Special Preface. Pages given in this chapter one after another mostly reflect the contents of this preface. Also, the numbers of these pages, as all “picture pages”, continue the main numeration.

1. Мы начинаем анализ очень большой части книги, для которой даже сочинили специальное предисловие. Порядок страниц этой главы в основном отражает содержание этого предисловия. Также, номера этих страниц, как все «рисуночные страницы», продолжают главную нумерацию.



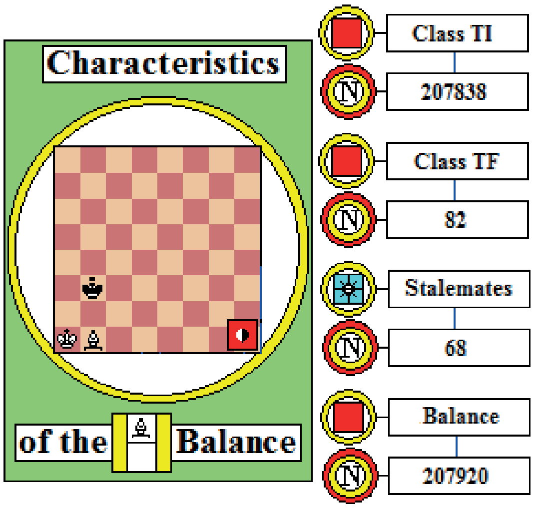
The first picture shows the numbers of the positions in all Balances in the Sequel of the initial position. Around the green big fragment there are small fragments (marked by *1*, *2*, *3*) with numbers of M-combinations for each Balance (comment *1*). M-Combination here is a configuration of pieces on the board with the following conditions:
1) Kings do not touch each other;
2) Other pieces occupy only places free from the kings;
3) A bishop may only occupy a light square.
M-Combination either may be an element of Sequel or may be not (examples are given in the second picture, comment *2*).



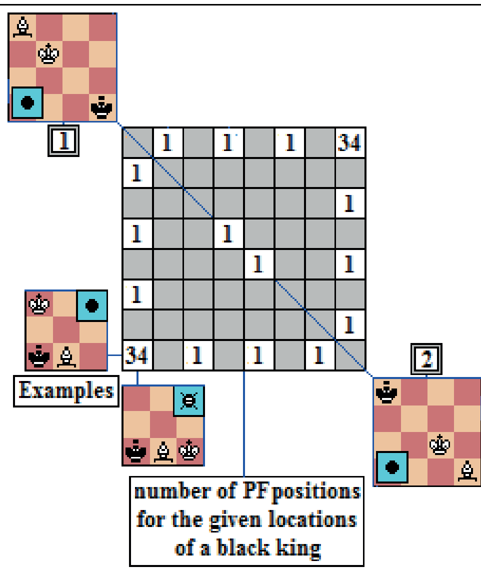
Первый рисунок показывает числа позиций во всех Балансах Сиквела начальной позиции. Вокруг большого зеленого фрагмента даны малые фрагменты *1*, *2*, *3*,- с числами М-комбинаций для каждого Баланса (комментарий *1*). М-комбинация - это расстановка фигур на доске со следующими условиями: *1*) Короли не соприкасаются друг с другом; *2*) Другие фигуры занимают только свободные от королей места: *3*) Слон занимает поле только белого цвета. М-комбинация может быть элементом Сиквела, а может и не быть им (примеры даны на втором рисунке, см. комментарий *2*).

1. For the Balance “bishop and rook” (fragment *3*) these numbers are given in the second picture. This Balance is calculated from Balance “bishop” by setting a rook on any of 61 free squares of the board. *2*. Some positions (with a pink mark) are even illegal. The others cannot be in the Sequel of the initial position.

1. Для Баланса «слон и ладья» (фрагмент *3*) эти числа даны на втором рисунке. Этот Баланс вычислен из Баланса «слон» выставлением на любое из 61 полей еще и ладьи. *2*. Некоторые позиции (с розовой меткой) вообще нелегальны. Другие позиции не могут возникнуть в Сиквеле исходной позиции.



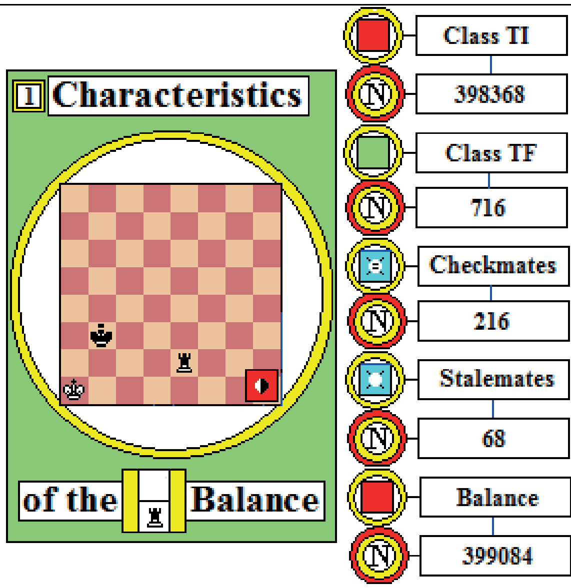
The first picture shows the basic non valuable characteristics of the Balance «bishop». In particular there are 207920 positions, which are divided into two classes: PI-positions and PF-positions. There are 82 PF-positions, including 68 stalemates. The second picture shows a scheme of calculations of PF-positions. In it for each square of the black king there shown the numbers of those positions. For example positions *1* and *2* are PF-positions because the last white moves in them were captures of a black rook by a white king.



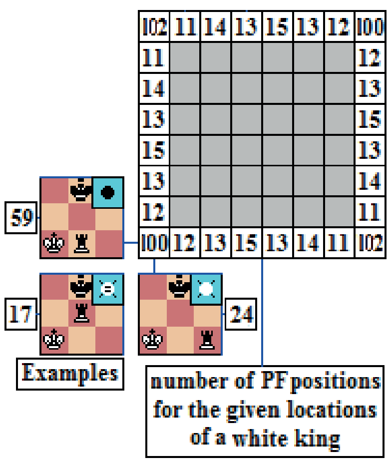
Первый рисунок показывает основные не оценочные характеристики Баланса «слон». В частности, в этом Балансе есть 207920 позиций, которые делятся на два класса: PI-позиции и PF-позиции. Имеется 82 PF-позиций, из них 68 – патовые. Второй рисунок показывает схему вычислений PF-позиций. В ней для каждого поля черного короля показаны числа этих позиций. Например, позиции *1* и *2* являются PF-позициями потому, что последним ходами Белых в них было только взятие черной ладьи королем.

With this page we begin showing detailed calculations of characteristics of Balances and the Sequel of the initial position. Detailed materials are available upon request.

С этой страницы мы начинаем показ вычислений характеристик Балансов и Сиквела начальной позиции. Подробные материалы доступны по запросу.



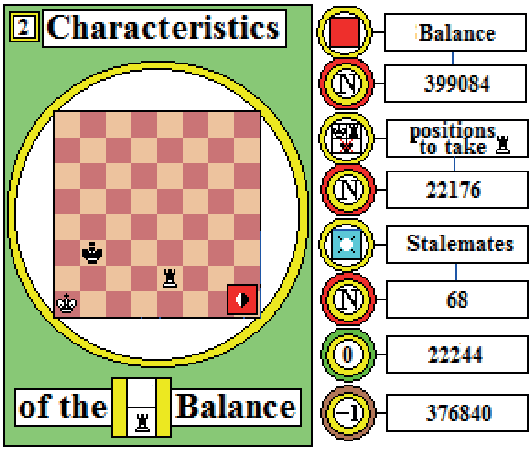
Please read the comment on the previous page. The first picture shows the basic non-valuable characteristics of the Balance «rook». In particular there are 398084 positions, which are divided into two classes: PI-positions and PF-positions. There are 716 PF-positions, including 216 stalemates and 68 stalemates. The second picture shows a scheme of calculations of PF-positions. In it for each square of the white king there shown the numbers of those positions (read the comment on this page).



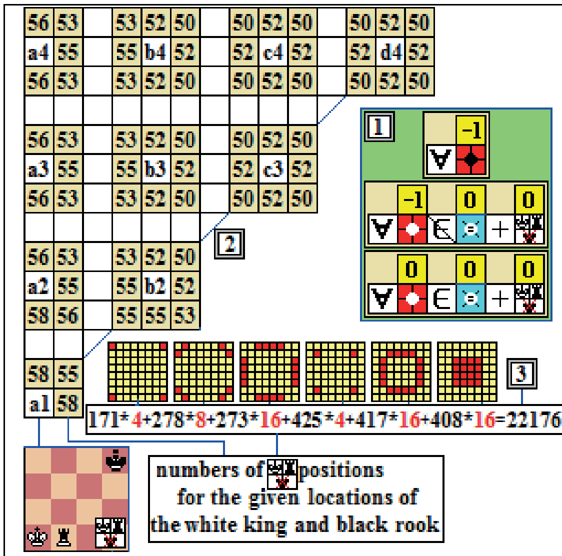
Прочтите комментарий на предыдущей странице. Первый рисунок показывает основные не оценочные характеристики Баланса «ладья». В частности, в этом Балансе есть 398084 позиций, которые делятся на два класса: PI-позиции и PF-позиции. Имеется 716 PF-позиций, из них 216 матовые, а 68 – патовые. Второй рисунок показывает схему вычислений PF-позиций. В ней для каждого поля белого короля показаны числа этих позиций (прочтите комментарий ниже).

This page continues analyzing a large part of this book, for which we even created a special preface. Pages given in this chapter one after another mostly reflect the contents of the preface. Detailed materials are available upon request.

Эта страница продолжает анализ большой части книги, для которой мы даже сочннили специальное предисловие. Порядок страницы этой главы в основном отражает содержание предисловия. Подробные материалы доступны по запросу.



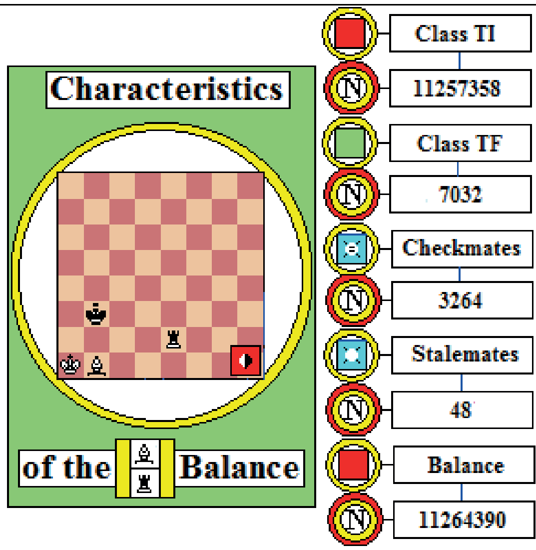
The first picture shows the basic valuable characteristics of Balance “rook”. Fragment *1* of the second picture shows that in this Balance all black positions are of «**-1**» value. White position has also value «**-1**», if it is not a stalemate or the position in which White can capture a rook (these positions are given under a special symbol). A calculation scheme for white positions where White can take a rook is given in fragments *2* and *3* of the second picture (comment *1*). For example, for a white king on *a1* and a black rook on *b1* there are 58 positions (locations of a black king).



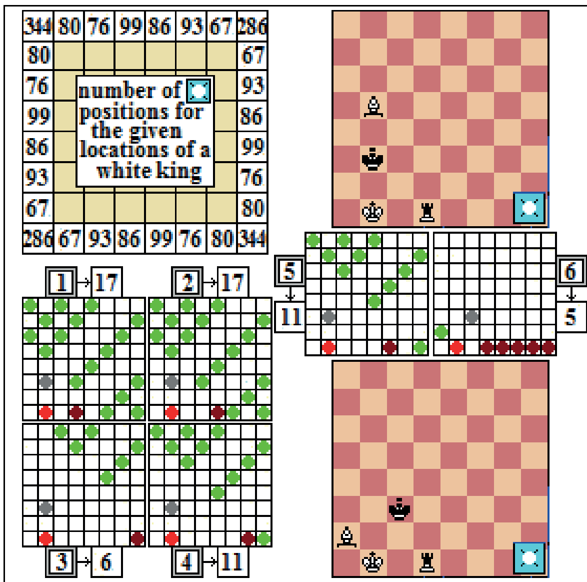
Первый рисунок показывает основные оценочные характеристики Баланса «ладья». Фрагмент *1* второго рисунка показывает, что в этом Балансе все черные позиции – оценки «**-1**». Если же позиция с очередью хода Белых, то она также оценки «**-1**», если только не принадлежит к или патовым позициям или позициям, в которых Белые могут взять ладью (эти позиции даны под специальным символом). Схема вычислений белых позиций, в которых Белые могут взять ладью дана во фрагментах *2* и *3* второго рисунка (комментарий *1*). Например, для белого короля на *a1* и черной ладьи на *b1* есть 58 позиций (расположений черного короля).

1. Fragment *2* shows only 1/8 part of the board, fragment *3* multiplies the numbers shown according to their distribution in the small fragments.

1. Фрагмент *2* показывает одну восьмую часть доски, а фрагмент *3* потом умножает эти числа согласно распределению в малых фрагментах доски.



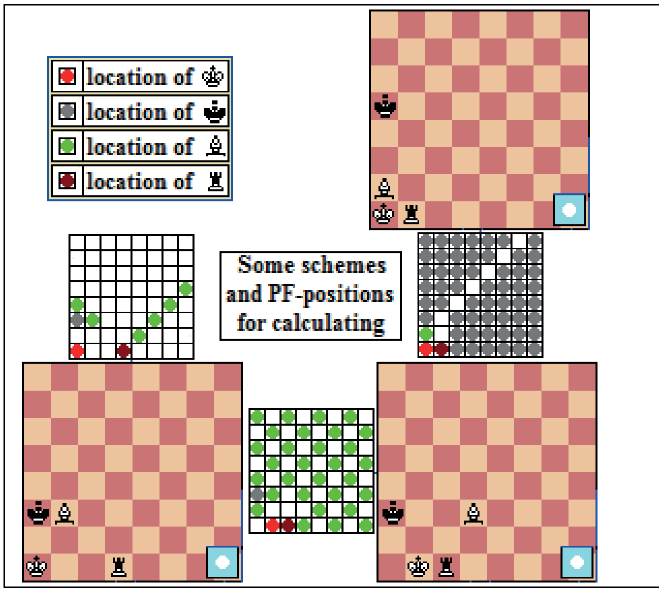
The first picture shows basic non-valuable characteristics of Balance «bishop and rook». A number of stalemates is 48 (comment *1*). The second picture shows a scheme of calculating checkmates. A basic fragment here is given in the left upper corner. It shows the numbers of checkmates for the given locations of a white king. For example for the location of the white king on *b1* (by a red color), a black king on *b3* or *c3* (by a gray color), and a rook on the first horizontal (by a brown color) there given the specific green locations of a bishop (to be a checkmate). Also there are two examples of checkmates. The different locations of both kings are represented in them.



Первый рисунок показывает основные неоценочные характеристики Баланса «слон и ладья». Число патовых позиций равно 48 (см. комментарий *1*). Второй рисунок показывает схему вычислений матовых позиций. Основной фрагмент здесь дан в левом верхнем углу, он показывает числа матовых позиций при данных положениях белого короля. Например для положения короля Белых на *b1* (красным цветом), черного короля (серым) а черной ладьи на первой горизонтали даны возможные зеленые положения слона (чтобы был мат). Также даны примеры матов двумя шахматными позициями. В них представлены разные расположения белого и черного королей.

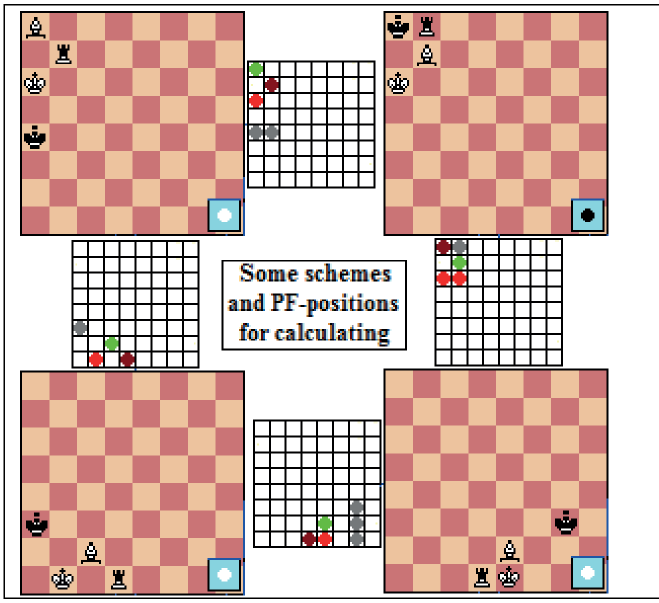
1. There are the following reasons for calculations: *a*) stalemate is possible only for a white king on *a1* (or *h8*) and a bishop on *a2*/*b1*, a black king on *c1*/*c2* (for a bishop on *a2*) or *a3*/*b3* for a bishop on *b1*; *b*) a rook pins a bishop from 6 squares of the line where the bishop is. Considering symmetry, we get 6*2*2*2=48 stalemates.

1. Подсчитано вот так: *a*) пат возможен только для белого короля на *a1* (или *h8*) и слона на *a2*/*b1*, черного короля на *c1*/*c2* (для слона на *a2*) или *a3*/*b3* для слона на *b1*; *b*) Ладья связывает слона из 6 полей той линии, где он находится. Учитывая симметрию, получаем 6*2*2*2=48 патовых позиций.



Both pictures on this page show the schemes of calculating a number of PF-positions (of the Balance "bishop and rook") not being checkmates and stalemates. In these schemes we used the specific colors given in the left upper corner of the first picture. For each scheme a concrete chess example is given.

There are some conclusions from this page. PF-positions are mostly the white check positions, where a bishop is forced to capture a rook. However there are some white PF-positions without a check and 8 black PF-positions (they are given in the upper part of the second picture).

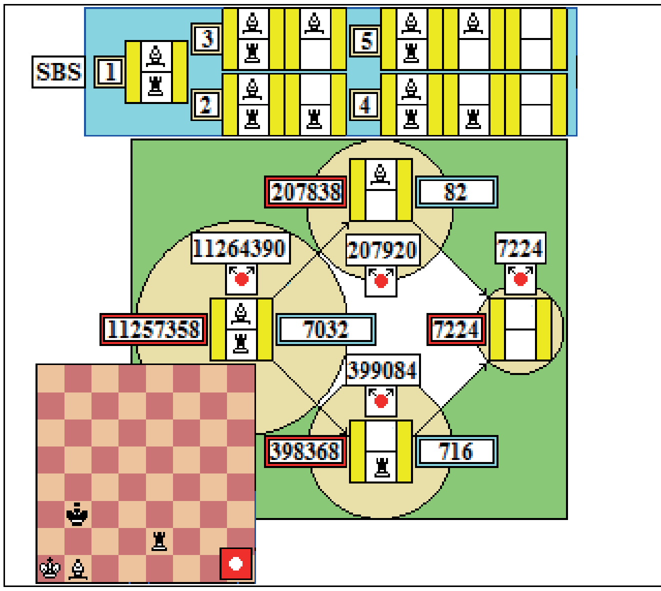


Два рисунка этой страницы показывают схемы вычисления числа PF-позиций (Баланса "слон и ладья"), не являющихся матами или патами. В этих схемах мы использовали специфические цвета, данные в левом верхнем углу первого рисунка. Для каждой схемы дан конкретный шахматный пример.

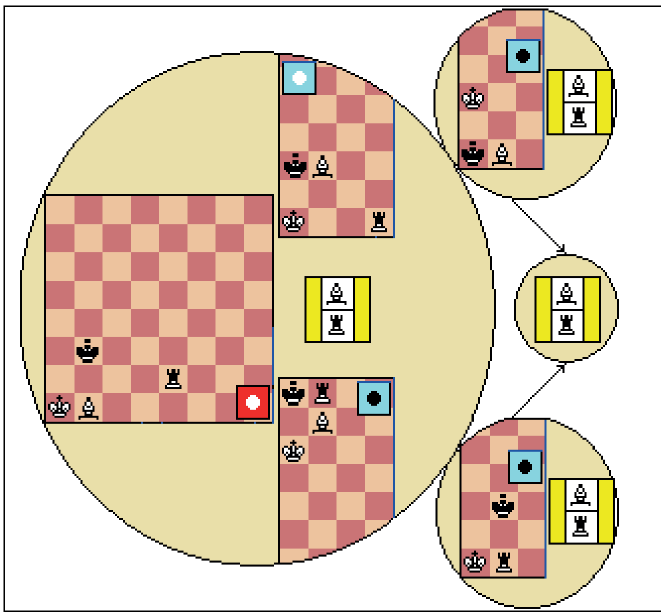
Имеются такие выводы из этой страницы. PF-позиции в основном – белые, где слон вынужден взять ладью. Однако, есть некоторые белые PF-позиции без шаха positions и 8 черных PF-позиций (они даны в верхней части второго рисунка).

This page devoted to the Balance "bishop and rook" continues analyzing a very large part of this book, for which we even created a special preface. Pages given in this chapter one after another mostly reflect the contents of the preface.

Эта страница, посвященная Балансу "слон и ладья", продолжает анализ большой части книги, для которой мы даже сочннили специальное предисловие. Порядок страниц этой главы в основном отражает содержание предисловия.



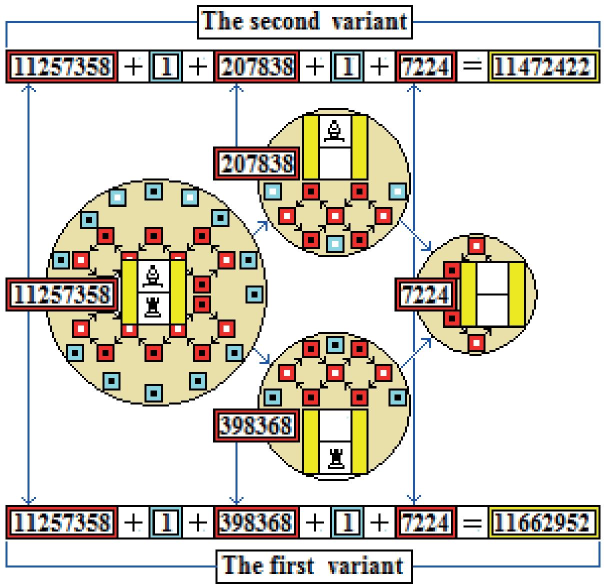
The lower green fragment of the first picture summarizes calculations of the numbers of PI amd PF-positions for each Balance of the Sequel of position *1*. The second picture shows some examples of these positions (comment *1*). Let's us a question: "What is the maximal number of the different positions in a game from position *1*?" To answer to this question we have to consider all different ways of costructing this game (so-called "maximal game" for reference). The upper blue fragment shows five SBS, Short Sequences of Balances, for which any game from position *1* has to belong (comment *2*).



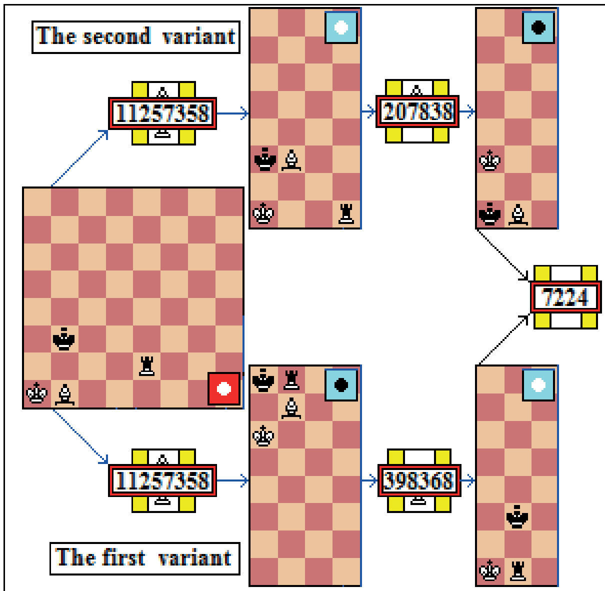
Зеленый нижний фрагмент первого рисунка подытоживает вычисления чисел PI и PF-позиций для каждого Баланса Сиквела позиции *1*. Второй рисунок показывает примеры этих позиций (комментарий *1*). Зададимся вопросом: "Какое максимальное число разных позиций в партии от позиции *1*?" Для ответа на этот вопрос мы должны рассмотреть все разные пути построения этой партии (так называемой "максимальной партии" для ссылки). Верхний голубой фрагмент показывает пять SBS, Короткой Последовательности Балансов, для которых любая партия от начальной позиции должна принадлежать (комментарий *2*).

1. Please compare this page with some first pages of this chapter and the next page. *2*. SBS is like STS - Short Sequence of Types, a record or Sequence of a game given by its different Types. Five different SBS here are numerated analogously their numeration in the special preface.

1. Сравните эту страницу с первыми страницами этой главы и со следующей страницей. *2*. SBS подобна STS – Короткой Последовательности Типов, записи партии разными Типами. Пять разных SBS здесь пронумерованы аналогично их нумерации в специальном предисловии.



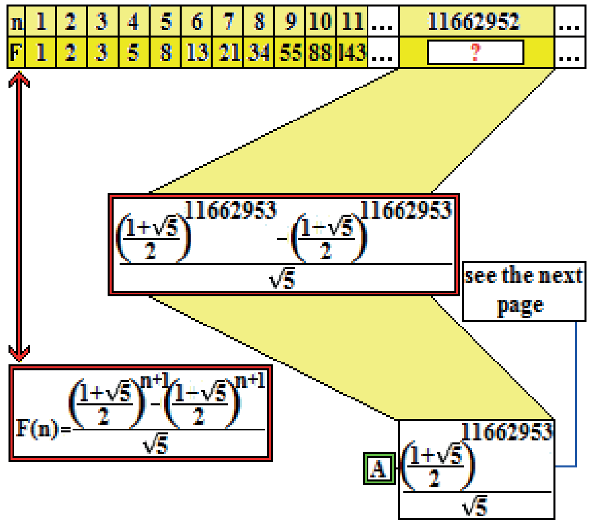
The first picture shows two variants of creating the “maximal game”, a game with the maximal number of different positions. Each variant contains all PI and PF-positions of the Balance “bishop and rook”. Having passed them we then reach a PF-position in this Balance in order from this PF-position to enter the Balances “rook” or «bishop» (for the first and second variants respectively, comment *1*). Having passed PI positions of the Balances just mentioned we find inside them PF-positions to enter КК-Balance (for increasing a number of all positions). So, there are more than 10 million different positions in a “maximal game”.



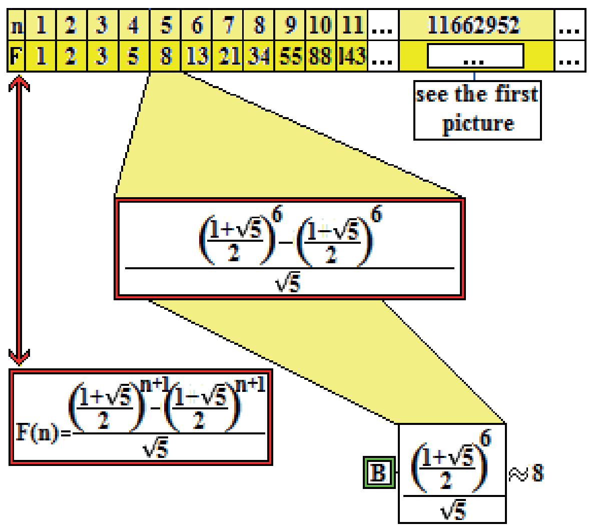
Первый рисунок показывает два варианта создания «максимальной партии», - партии, содержащей максимально возможное количество разных позиций Сиквела. Каждый вариант включает все PI amd PF-позиции Баланса “слон и ладья”. Обойдя их, мы можем достигнуть некоторой PF-позиции в этом Балансе, чтобы от нее вступить в Баланс “ладья” или Баланс «слон» (для первого и второго варианта соответственно, комментарий *1*). Обойдя все PI позиции уже этих Балансов, мы находим внутри их PF-позиции, чтобы войти в КК-Баланс (чтобы увеличить число позиций еще больше). Так, существует более чем 10 миллионов разных позиций в «максимальной партии».

1. Since a maximal game of the first, lower variant passes through the Balance “rook” (containing more PI-positions than the Balance “bishop”), a number of its positions is more than a number of positions of a maxinal game reflecting the second, upper variant.

1. Так как «максимальная партия» первого, нижнего, варианта проходит через Баланс “ладья” (содержащий больше PI-позиций, чем Баланс “слон”), число всех позиций по этому варианту больше числа позиций «максимальной партии» по второму, верхнему, варианту.



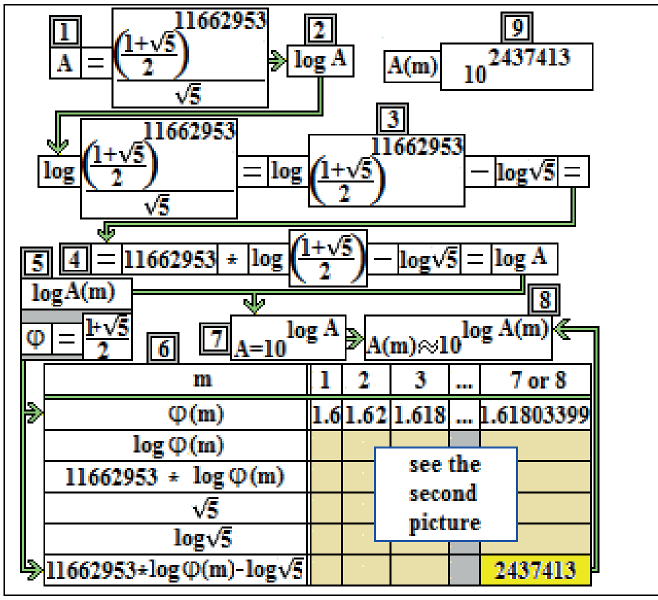
Please read comment *1*. Let's estimate a number of V-Sequences for the "maximal" games with **11662952** positions. The first picture shows the basic stages of calculating this number by the Fibonacci formula. We have rounded a central part of the formula by deleting "the second negative half", which gives a small part to a final result. This result we will come to the scientific form (see the next page; it approximately equals $\mathbf{10^{2437413}}$). It, in particular, explains our decision of limiting the number of positions in a game for proper analysis.



Прочтите комментарий *1*. Оценим же число V-Последовательностей для "максимальной партии" с **11662952** позициями. Первый рисунок показывает основные стадии вычисления этого числа через формулу Фибоначчи. Мы округлили центральную часть формулы удалением "второй минусовой половины", которая дает лишь малый довесок к конечному результату. Этот результат мы приведем к научной форме, - см. следующую страницу (он примерно равен $\mathbf{10^{2437413}}$). Это, в частности, и объясняет наше решение об ограничении числа позиций в партии для проведения приемлимого анализа.

1. We have limited analyzing games from the initial position *1* by length **n=5**. For this parameter a number of V-Sequences is **8**, as shown in the second picture. Number **8** is easily calculated by the Fibonacci sequence, yet one can apply the analytical form of it. Please return to the main text.

1. Мы примем решение ограничить анализ партий с начальной позиции *1* длиной **n=5**. Для этого параметра число V-Последовательностей равно **8**, как показано на втором рисунке. Число **8** легко вычисляется из последовательности Фибоначчи, хотя можно применить и аналитическую форму выражения. Вернитесь к главному тексту.



Please read comment *1*.
1. The beginning of a whole process;
2. The use of logarithm of A, base 10, “log A”;
3. Logarithm of ratio of two numbers is a difference of their logarithms;
4. Logarithm of *p*-power of a number is a *p*-times the logarithm of that number;
5. The use of approximate values A(m), where *m* – a number of significant figures in logarithm representations;
6. A table of parts as function of m;
7. A reverse representation of A by its logarithm;
8. The same procedure with the use of approximate calculations;
9. A final result in form of $A=10^{\log A(m)}$.

So: $A=\mathbf{10}^{2437413}$.

6 Table of calculations

m	1	2	3	...	7 or 8
Φ(m)	1.6	1.62	1.618		1.6180339
log Φ(m)	0.20	0.210	0.2090		0.2089876
11662953 * log Φ(m)	2332590	2449220	2437557		2437413
√5	2.2	2.24	2.236		2.2360679
log√5	0.35	0.349	0.3495		0.3494850
11662953*log Φ(m)– –log√5	2332590	2449220	2437557		2437413

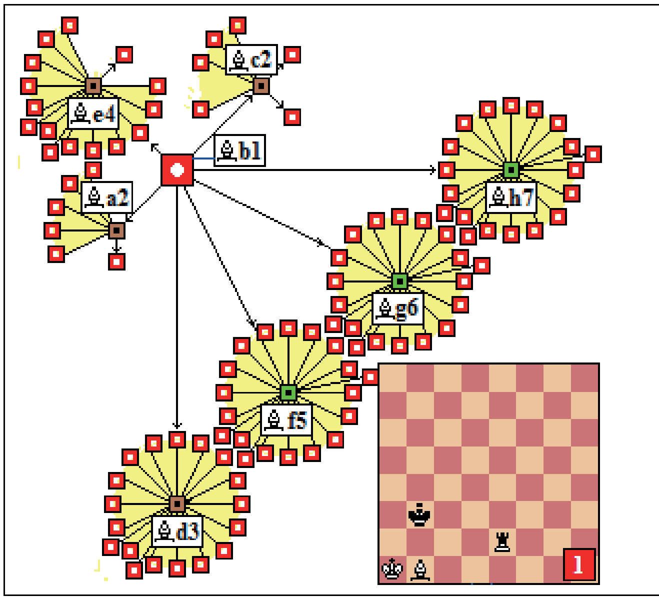
n	...	11662952	...
F	...	$\approx 10^{2437413}$	...

Прочтите комментарий *1*.
1. Начало всего процесса;
2. Использование логарифма A, “log A”;
3. Логарифм дроби как разность логарифмов числителя и знаменателя;
4. Логарифм степени как произведение показателя на логарифм числа;
5. Использование приблизительных значений A(m), где m - число значащих цифр в представлении частей логарифмов;
6. Таблица частей как функция от m;
7. Обратное представление числа A по его логарифму;
8. То же с использованием приближений;
9. Окончательный ответ в форме $A=10^{\log A(m)}$.

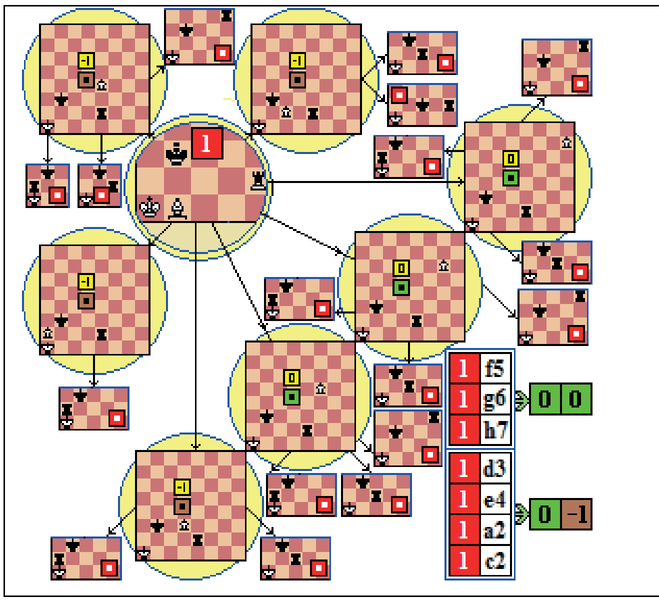
Итак: $A=\mathbf{10}^{2437413}$.

1. Two pictures of this page show a scheme of calculating *A* (from the previous page). The scheme is based on logarithms and consists of 9 stages. Stage *6* is given larger in the second picture.

1. Два рисунка этой страницы показывают схему и этапы вычисления числа *A* (из предыдущей страницы). Схема основана на применении логарифмов и состоит из 9 этапов. Этап *6* дан крупнее на втором рисунке.



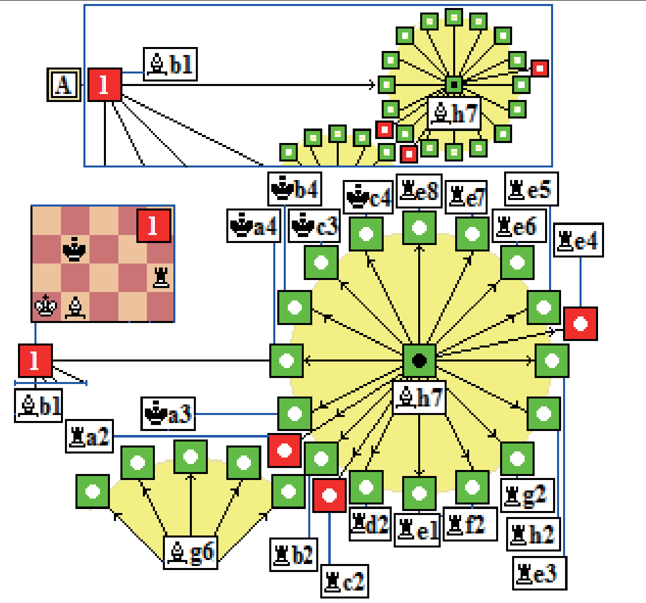
The first picture shows a reflection of a main graph of the front cover of the book. We see seven main circles reflecting seven locations (moves) of a white bishop in the initial position (comment *1*). Four moves of a white bishop (to *a2*, *c2*, *d3*, and *e4* squares) are losing for White. In particular the move of a black rook to *a2* after the bishop move to *d3* is the only one to win for Black. Three others (to *f5*, *g6*, and *h7* squares) are good ones as they keep a value of the initial position (which is “**0**”) intact. The second picture illustrates these circles and other fragments in details. Since the main circles cover only the positions of the repeating subset, some other positions are shown in the second picture. Also it shows seven games of the length **n=2**.



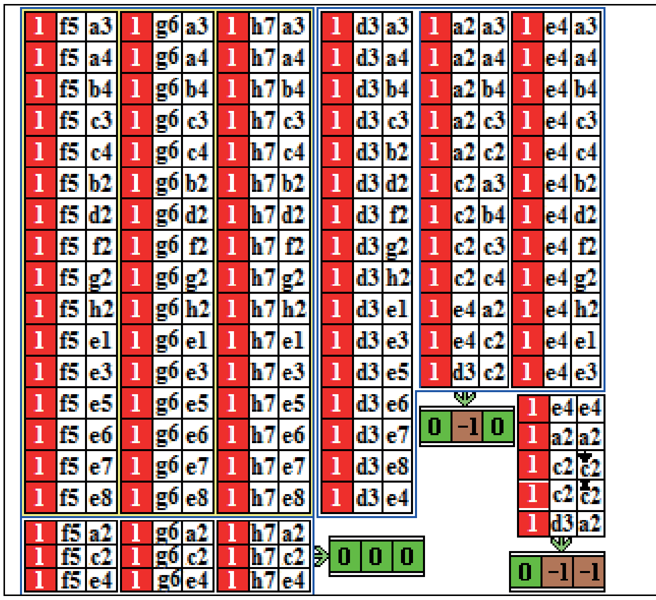
Первый рисунок показывает отражение графа обложки книги. Мы видим 7 главных кругов, отражающих 7 расположений (ходов) белого слона из исходной позиции (комментарий *1*). 4 хода белого слона (на *a2*, *c2*, *d3*, *e4*) проигрывают для Белых. В частности, ход ладьей на *a2* после хода слоном *d3* единствен для выигрыша Черных. Три других хода слона (на *f5*, *g6*, *h7*) – хорошие, так как поддерживают оценку “**0**” начальной позиции. Второй рисунок иллюстрирует эти круги и другие фрагменты подробно. Так как круги покрывают только позиции повторяющегося множества, некоторые другие позиции даны на втором рисунке. Он также показывает партии длины **n=2**.

1. The main circles are the circles (or their parts) on the yellow background. The full circle consists of 16 positions (Black has either 5 king moves and 11 rook moves or 4 king moves and 12 rook moves). These moves form the so-called repetition set when sides return to the initial position as soon as possible (in four moves or five positions). Some next pages detail it concretely.

1. Главные круги (или их части) - на желтом фоне. Полный круг имеет 16 позиций (Черные имеют 5 ходов королем и 11 ладьей; или 4 королем и 11 ладьей). Все эти ходы образуют так называемое повторяющееся множество, когда стороны возвращаются в начальную позицию чем скорее (в 4 хода или 5 позиций). Другие страницы это конкретно подтверждают.



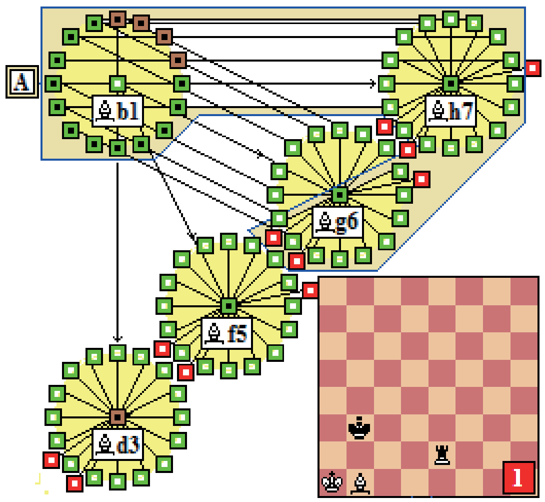
Fragment *A* in the first picture shows the main *h7* circle reflecting the locations and moves of the black pieces after a white bishop goes from position *1* to position *70* (comment *1*). This circle has 16 green positions on a yellow background and 3 red positions near them (comment *2*). The second picture shows all 102 games (for **n=3**) sorted by the specific V-Sequences. These games are distributed as follows. There are 57 games reflected by the V-sequence {“**0**”; “**0**”; “**0**”}. There are 40 games reflected by the V-sequence {“**0**”; “**0**”; “**0**”}. There are 5 games reflected by the V-sequence {“**0**”; “**-1**”; “**-1**”}.



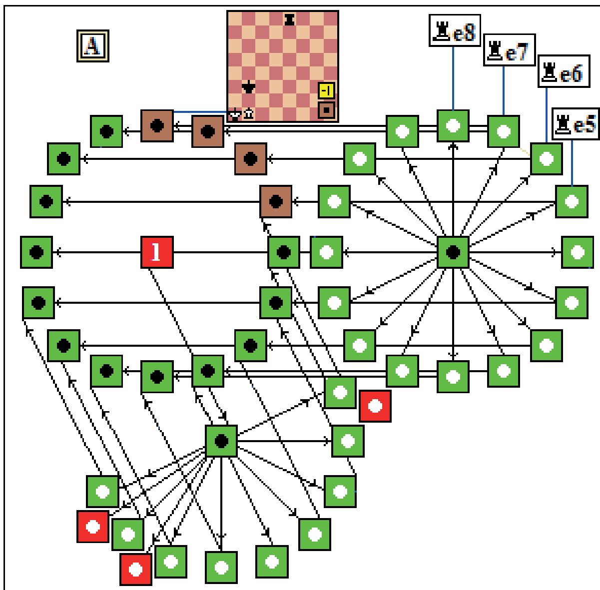
Фрагмент *A* первого рисунка показывает главный *h7* круг, отражающий расположения или ходы черных фигур после хода слона на от позиции *1* к позиции *70* (комментарий *1*). Этот круг имеет 16 зеленых позиций на желтом фоне и 3 красные позиции около них (комментарий *2*). Второй рисунок показывает все 102 партии длины **n=3**, отсортированных специфическими V-Последовательностями. Эти партии распределены так. 57 партий отражаются V-последовательностью {“**0**”; “**0**”; “**0**”}. 40 партий отражаются V-последовательностью {“**0**”; “**0**”; “**0**”}. 5 партий - V-последовательностью {“**0**”; “**-1**”; “**-1**”}.

1. Analogously if the white bishop goes to *g6* (forming position *60*) or *f5* (forming position *50*), we will have two other main circles with 16 green positions and 3 red positions near them (see the previous page). *2*. They reflect locations (moves) of a black rook to *a2*, *c2*, and *e4*.

1. Аналогично, если слон идет на *g6* (образуя позицию *60*) или *f5* (позицию *50*), мы будем иметь два других главных круга с 16 зелеными позициями и 3 красными около них (см. предыдущую страницу). *2*. Они отражают расположения (ходы) черной ладьи на *a2*, *c2*, *e4*.



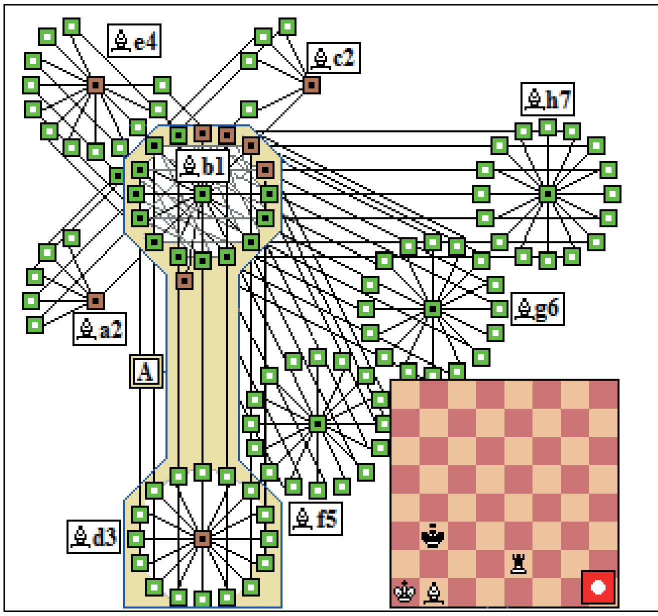
Again, the first picture shows a reflection of a main graph of the front cover of the book. But this time we have painted in a gray color fragment *A* to be discussed in details and given larger in the second picture. It includes two main circles for locations *b1* and *h7* of the white bishop (comment *1*). The essential feature of these two circles is the existence of the specific positions based on locations of a black rook on *e5*, *e6*, *e7*, and *e8* squares. For *h7*-circle the positions are of "**0**" value (comment *2*). But for the main *b1*-circle the positions are of "**-1**" value since Black can give a check on a-file and win a white bishop (but doing so means abandoning the repetition set according to our agreement to show only the specific subgraph of positions).



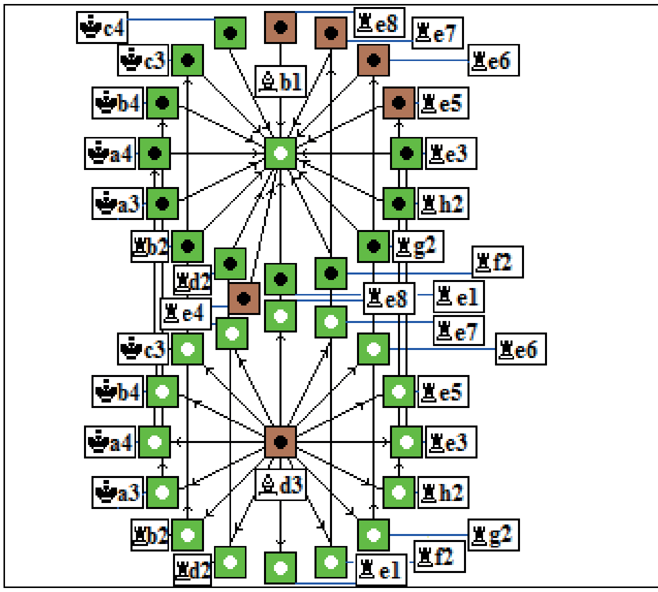
Снова, первый рисунок показывает отражение графа обложки. Но в этот раз мы пометили серым фрагмент *A* для обсуждения детально на втором рисунке. Он включает два главных круга для расположений *b1* и *h7* слона (комментарий *1*). Особенность этих двух кругов в существовании специфических позиций, основанных на расположениях черной ладьи на *e5*, *e6*, *e7*, *e8*. Для *h7*-круга позиции - "**0**" оценки (комментарий *2*). Но для главного *b1*-круга эти позиции - "**-1**" оценки, так как Черные могут дать шах по *a*-вертикали и выиграть слона (но это означает отказ от повторения согласно нашей договоренности показывать только специальный подграф позиций).

1. A part of circle "*g6*" is analogous in properties, so it is not being discussed here. *2*. All positions in this circle are of "**0**" value since Black cannot decrease a value of the central position of this main circle (by the way, it concerns any position).

1. Часть круга "*g6*" аналогична в свойствах, поэтому здесь не обсуждается. *2*. Все позиции в этом круге - оценки "**0**", так как Черные не могут уменьшить оценку центральной позиции главного круга (кстати, это касается любой позиции).



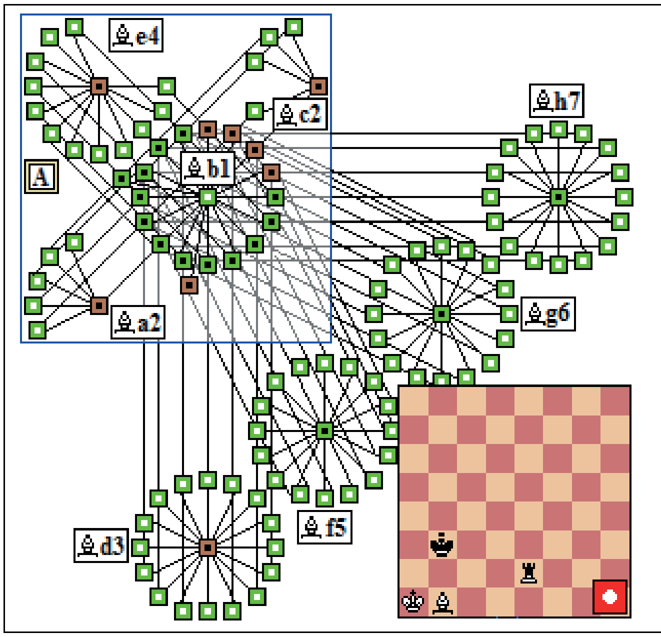
Again, the first picture shows a reflection of a main graph of the front cover of the book. We have marked and painted fragment *A* to be discussed in details and given larger in the second picture. Fragment *A* includes two main circles for the locations *b1* and *d3* of the white bishop. The essential features of fragment *A* are: *1*) A central position of *d3*-circle is of “**-1**” value (comment *1*); *2*) This *d3*-circle has 16 positions on the yellow background reflecting locations (moves) of the black pieces after the White first bishop move to *d3* (comment *2*); *3*) The *b1*-circle has a specific “**-1**” position (not on the yellow background) reflecting a location of the black rook on *e4* (comment *3*).



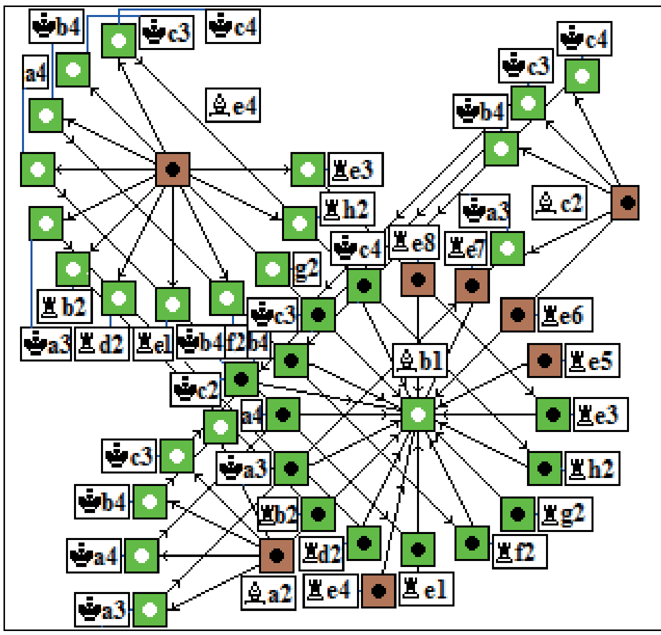
Снова, первый рисунок показывает отражение графа обложки. Серый фрагмент *A* (на втором рисунке) включает 2 главных круга для расположений слона: на *b1* и *d3*. Особенности фрагмента *A*: *1*) центральная позиция *d3*-круга - “**-1**” оценки (комментарий *1*); *2*) Этот *d3*-круг имеет 16 позиций на желтом фоне, отражающий расположения (ходы) черных фигур после первого хода белого слона на *d3* (комментарий *2*); *3*) *b1*-круг имеет специфическую “**-1**” позицию (не на желтом фоне), отражающую расположение черной ладьи на *e4* (комментарий *3*).

1. That is because Black can win in this position by moving his rook to *a2* and then delivering the double attack by moving a rook to *d2* (to mate or capture a bishop). *2*. Almost all locations of the black pieces coincide with the locations of them for *h7*-circle. The location of a black king on *c4* is replaced by the rook on *e4*. *3*. This position has “**-1**” value (Black can win by a rook to *a4*).

1. Это так потому, что Черные могут выиграть ладей *a2* и затем двойным ударом на *d2* (для мата или выигрыша слона). *2*. Почти все расположения черных фигур совпадают с такими же для *h7*-круга. Расположение черного короля на *c4* заменяется ладьей *e4*. *3*. Эта позиция имеет “**-1**” оценку (Черные могут выиграть шахом ладьей на *a4*).



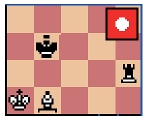
This page is devoted to the defective main circles of fragment *A* (given larger and in details in the second picture). Fragment *A* includes the following main circles: *a*) *a2*-circle with 5 positions; *b*) *e4*-circle with 12 positions; *c*) *c2*-circle with 4 positions; *d*) *b1*-circle with 16 positions (comment *1*). There are some features of fragment *A*: *1*) All central positions of the defective circles are of "**-1**" value (comment *2*); *2*) This *e4*-circle has 12 positions since *e5*, *e6*, *e7*, and *e8* squares are not available for the black rook; *3*) there are two additional positions located near the main circles: the position where a black king on *c2* (after the White first bishop move to *a2* and his return to *b1*) and the position with a black rook on *e4* and a bishop on *b1* (see comment *3* of the previous page).



Эта страница посвящена неполным главным кругам фрагмента *A* (второй рисунок). Он включает: *а*) *a2*-круг с 5 позициями; *b*) *e4*-круг с 12 позициями; *c*) *c2*-круг с 4 позициями; *d*) *b1*-круг с 16 позициями (комментарий *1*). Такие черты фрагмента *A*: *1*) Все центральные позиции неполных кругов - "**-1**" оценки (комментарий *2*); *2*) *e4*-круг имеет 12 позиций, так как *e5*, *e6*, *e7*, *e8* поля недоступны для ладьи; *3*) есть две дополнительные позиции около главных кругов: позиция, где черный король на *c2* (после хода слоном на *a2* и его возвращения *b1*) и позиция с ладьей на *e4* и слоном на *b1* (см. комментарий *3* предыдущей страницы).

1. The defective circle is either: *a*) one of the circles (sectors) reflecting locations (moves) of a black king in response of the bishop checks to *a2* and *c2*; or: *b*) the circle consisting of 12 positions (moves) of Black after the bishop move to *e4*. *2*. In these positions Black in order to win has to capture a bishop immediately.

1. Неполный круг есть круг или: *а*) один из кругов (секторов), отражающих расположения (ходы) черного короля в ответ на шахи слона с *a2* или *c2*; или: *b*) круг из 12 позиций (ходов) Черных после хода слоном на *e4*. *2*. В этих позициях Черные, чтобы выиграть, должны взять слона сразу.



10	111	812	40	425	826	30	335	836							70	711	812
10	113	814	40	427	828	30	337	838							70	713	814
10	115	816	40	429	830	30	339	840							70	715	816
10	117	818	40	431	832	30	341	842							70	717	818
10	145	846	40	433	834	30	343	844							70	719	820
20	211	812	30	311	812	50	511	812				60	621	822	70	721	822
20	215	816	30	313	814	50	513	814	60	617	818	60	623	824	70	723	824
20	217	818	30	315	816	50	515	816	60	619	820	60	625	826	70	725	826
20	219	820	30	317	818	50	517	818	50	533	834	60	627	828	70	727	828
40	419	820	30	321	822	50	519	820	50	535	836	60	629	830	70	729	830
40	417	818	30	323	824	50	521	822	50	537	838	60	631	832	70	731	832
40	415	816	30	325	826	50	523	824	50	539	840	60	633	834	70	733	834
40	413	814	30	327	828	50	525	826	50	541	842	60	635	836	70	735	836
40	411	812	30	329	830	50	527	828	60	611	812	60	637	838	70	737	838
40	421	822	30	331	832	50	529	830	60	613	814	60	639	840	70	739	840
40	423	824	30	333	834	50	531	832	60	615	816	60	641	842	70	741	842

The first picture shows all 85 games of the repetition set (comment *1*). These games are given by/with the following features: *1*) all games begin and end with the same position, position *1* (due to space problem position *1* itself is not shown); *2*) all 111 positions in the games are numerated by the specific numbers and given in the second picture; *3*) all positions in the games are colored by the specific colors corresponding to their values (the green ones are of “**0**”; the brown ones are for “**-1**”); *4*) all games are sorted by the second positions in increasing order; and: *5*) most importantly the games are distributed by the specific V-Sequences (comment *2*).

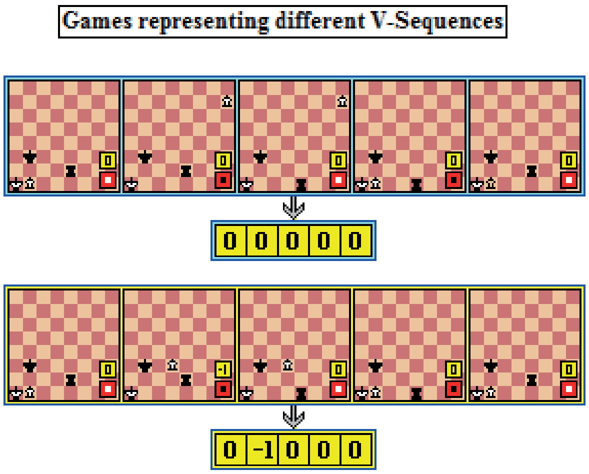
111	♚a3	115	♚b4	145	♚c2	211	♚a3	219	♚c4	844	♜e4
113	♚a4	117	♚c3			215	♚b4	217	♚c3	846	♚c2

711	♚a3	611	♚a3	511	♚a3	311	♚a3	411	♚a3	834	♜e3	70	h7
713	♚a4	613	♚a4	513	♚a4	313	♚a4	413	♚a4	832	♜h2	60	g6
715	♚b4	615	♚b4	515	♚b4	315	♚b4	415	♚b4	830	♜g2	50	f5
717	♚c3	617	♚c3	517	♚c3	317	♚c3	417	♚c3	828	♜f2	40	e4
719	♚c4	619	♚c4	519	♚c4	343	♜e4	419	♚c4	826	♜e1	30	d3
721	♜b2	621	♜b2	521	♜b2	321	♜b2	421	♜b2	824	♜d2	20	c2
723	♜d2	623	♜d2	523	♜d2	323	♜d2	423	♜d2	822	♜b2	10	a2
725	♜e1	625	♜e1	525	♜e1	325	♜e1	425	♜e1	812	♚a3	1	b1
727	♜f2	627	♜f2	527	♜f2	327	♜f2	427	♜f2	814	♚a4		
729	♜g2	629	♜g2	529	♜g2	329	♜g2	429	♜g2	816	♚b4		
731	♜h2	631	♜h2	531	♜h2	331	♜h2	431	♜h2	818	♚c3		
733	♜e3	633	♜e3	533	♜e3	333	♜e3	433	♜e3	820	♚c4		
735	♜e5	635	♜e5	535	♜e5	335	♜e5			836	♜e5		
737	♜e6	637	♜e6	537	♜e6	337	♜e6			838	♜e6		
739	♜e7	639	♜e7	539	♜e7	339	♜e7			840	♜e7		
741	♜e8	641	♜e8	541	♜e8	341	♜e8			842	♜e8		

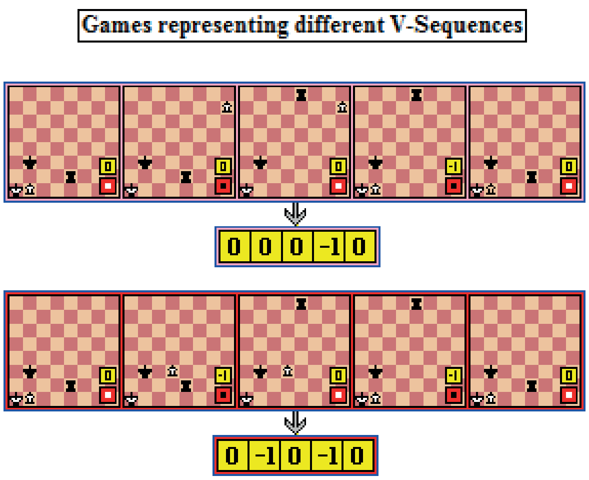
Первый рисунок показывает все 85 партий повторяющегося множества (комментарий *1*). Эти партии даны в таких свойствах: *1*) все партии начинаются и кончаются одной и той же позицией *1* (из-за недостатка места сама она не показана); *2*) все 111 позиций в партиях пронумерованы специальными числами и показаны на втором рисунке; *3*) все позиции в партиях даны в таких-то цветах, соответствующих их оценкам (зеленые - “**0**”; коричневые - “**-1**” оценки); *4*) все партии отсортированы вторыми позициями с возрастающими по номерам порядке; *5*) партии распределены по специфическим V-Последовательностям (комментарий *2*).

1. It is better to consider this page with the front cover and its short description. *2*. 36 games are reflected by V-sequence {“**0**”; “**0**”; “**0**”; “**0**”; “**0**”}; 32 games - V-sequence {“**0**”; “**-1**”; “**0**”; “**0**”; “**0**”}; 12 games - V-sequence {“**0**”; “**-1**”; “**0**”; “**0**”; “**0**”}; 5 games - V-sequence {“**0**”; “**-1**”; “**0**”; “**-1**”; “**0**”}. All of these games and V-sequences are shown in the front cover.

1. Лучше рассматривать эту страницу обложкой и ее описанием. *2*. 36 партий отражены V-последовательностью {“**0**”; “**0**”; “**0**”; “**0**”; “**0**”}; 32 партии - {“**0**”; “**-1**”; “**0**”; “**0**”; “**0**”}; 12 партий - {“**0**”; “**-1**”; “**0**”; “**0**”; “**0**”}; 5 партий {“**0**”; “**-1**”; “**0**”; “**-1**”; “**0**”}. Все эти партии и V-последовательности показаны на фронтальной обложке.



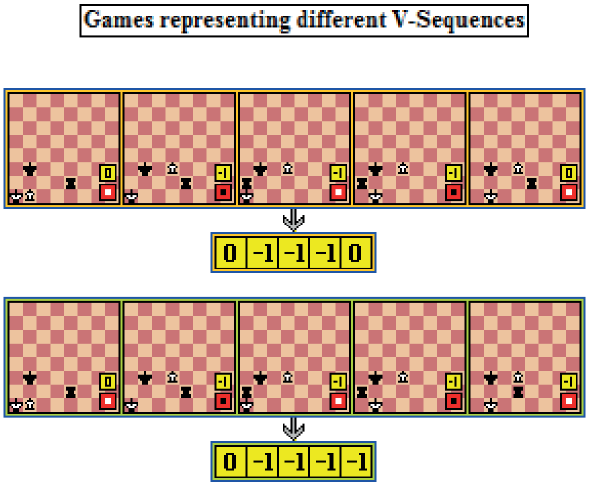
Authors have calculated all games of length **5** from the initial position *1* and reflected each of to them by the concrete V-Sequence. This and the next page show some representatives of games distinguished by different V-Sequences (comment *1*).



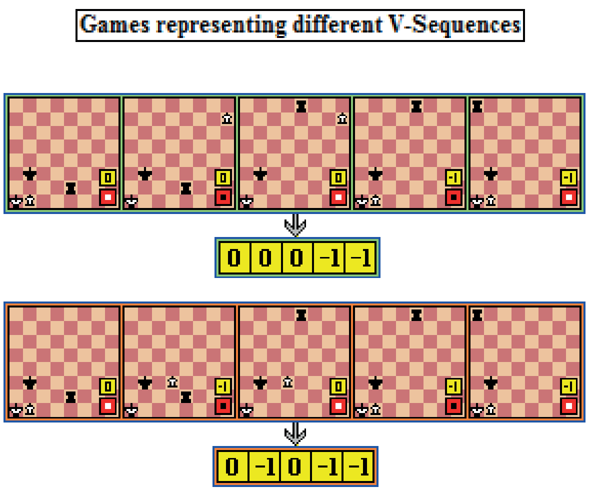
Авторы нашли все партии длины **5** от начальной позиции *1* и отразили каждую из них конкретной V-Последовательностью. Эта и следующая страницы показывают некоторых представителей партий различающихся разными V-Последовательностями (комментарий *1*).

1. Authors have created GV-Mapping for all games of length **n=5**. All results are available upon request. Also the pictures of this page show games of the repetition set (see the Preface-description of the front cover).

1. Авторы создали GV-Отображение для всех партий длины **n=5**. Все результаты доступны по запросу. Также, рисунки на этой странице показывают партии повторяющегося множества (см. Предисловие-Описание фронтальной обложки).



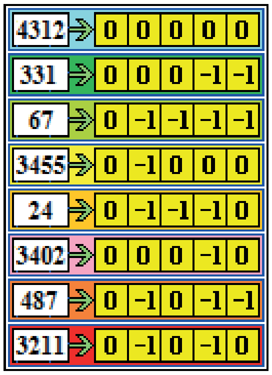
Authors have calculated all games of length **5** from the initial position *1* and reflected each of to them by the concrete V-Sequence. This and the previous page show some representatives of games distinguished by different V-Sequences (comment *1*).

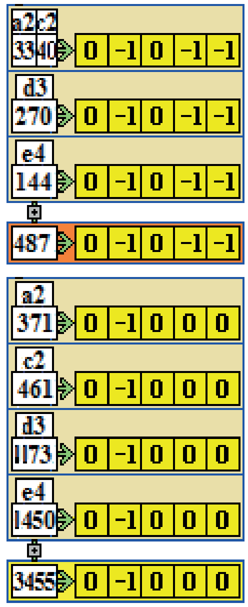


Авторы нашли все партии длины **5** от начальной позиции *1* и отразили каждую из них конкретной V-Последовательностью. Эта и предыдущая страницы показывают некоторых представителей партий различающихся разными V-Последовательностями (комментарий *1*).

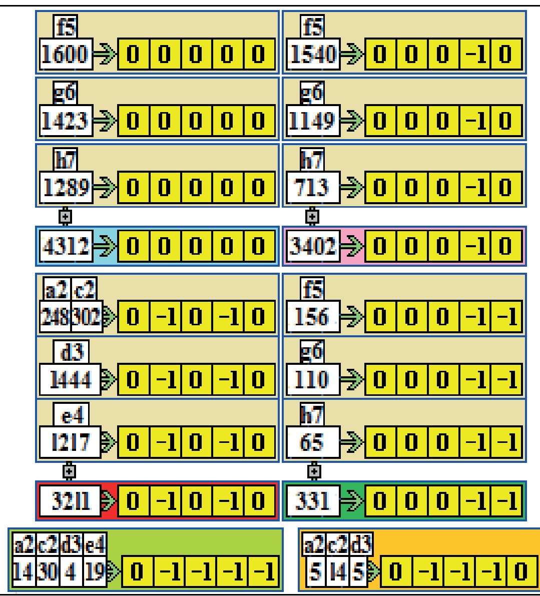
1. Authors have created GV-Mapping for all games of length **n=5**. All results are available upon request. Also the pictures of this page show games of the repetition set (see the Preface-description of the front cover).

1. Авторы создали GV-Отображение для всех партий длины **n=5**. Все результаты доступны по запросу. Также, рисунки на этой странице показывают партии повторяющегося множества (см. Предисловие-Описание фронтальной обложки).





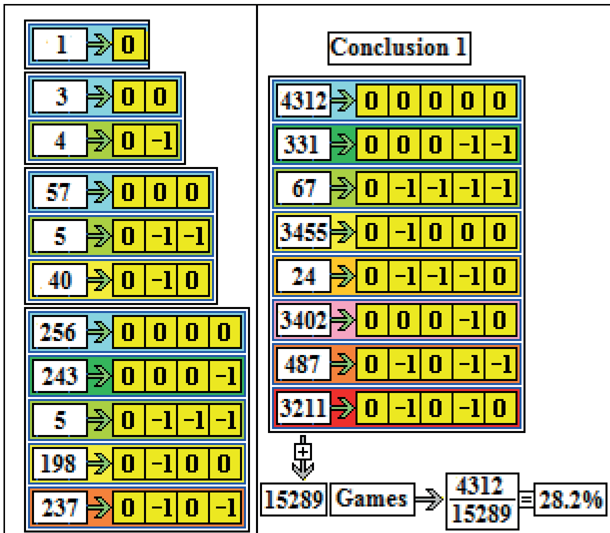
This page summarizes all calculations made up to this moment (comment *1*). The left part of the first picture gives the GV-Distribution for **n=5** from the initial position. Its right part and the second picture detail this GV-Distribution by showing some specific inner sets. For example (see the second picture), there are 4312 correct games mapped by the V-Sequence {“**0**”; “**0**”; “**0**”; “**0**”; “**0**”}. Inside this set of 4312 games there are three subsets of games characterized by the locations of the white bishop after its first moves to *f5*, *g6*, and *h7*. Thus there are 1600 games in which the bishop moves to *f5*, 1423 games in which it moves to *g6*, and 1289 games in which it moves to *h7*.



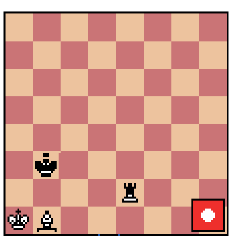
Эта страница подытоживает все вычисления. Левая часть первого рисунка дает GV-Распределение для **n=5** от начальной позиции. Правая часть ее и весь второй рисунок подробно показывают GV-Распределение по таким-то множествам. Например (см. второй рисунок), есть 4312 правильных партий, отражаемых V-Последовательностью {“**0**”; “**0**”; “**0**”; “**0**”; “**0**”}. Внутри этого множества есть три подмножества, характерные расположениями слона после первого его хода: *f5*, *g6*, и *h7*. Так, есть 1600 партий, в которых слон двигается на *f5*, 1423 - на *g6*, и 1289 партий - на *h7*.

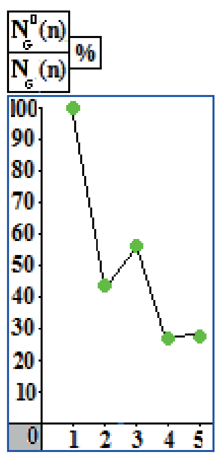
This page is necessary for the conclusions discussed on the four pages that follow. These conclusions correspond to the Conclusions expressed in some paragraphs of the Special Preface.

Эта страница необходима для выводов, обсуждаемых на четырех следующих страницах. Сами Выводы соответствуют Выводам в некоторых последних параграфах Специального Предисловия.



The left part of the first picture gives GV-Distributions for lengths **n=1, 2, 3, 4**; the right part shows the GV-Distribution for **n=5**. The sum of all numbers of games (for every specific V-Sequence) equals 15289. That yields a ratio of the number of correct games to the number of all games equal to 4312\15289, or approximately 28.2% of all games (the second picture shows a graph of the "ratio"-function for different **n**). The number 28.2% reflects the fact that most games played in the Sequel of the initial position are mistaken games (comment *1*). That is Conclusion *1* from the big section of the exploration devoted to "the fortress".

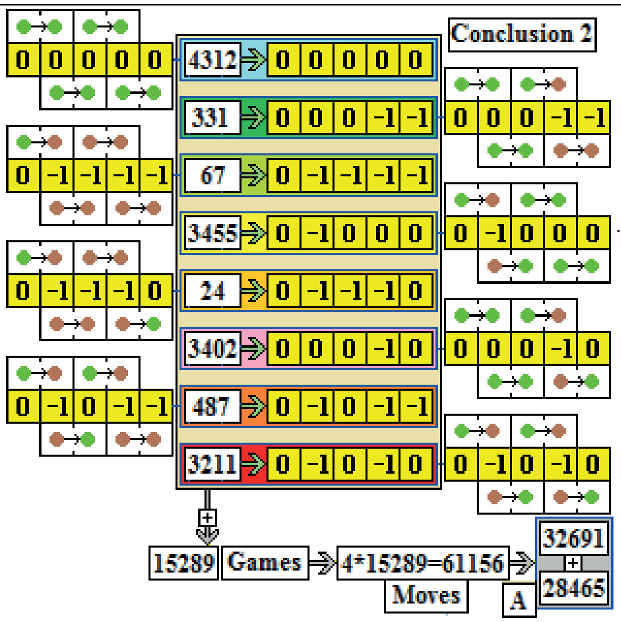




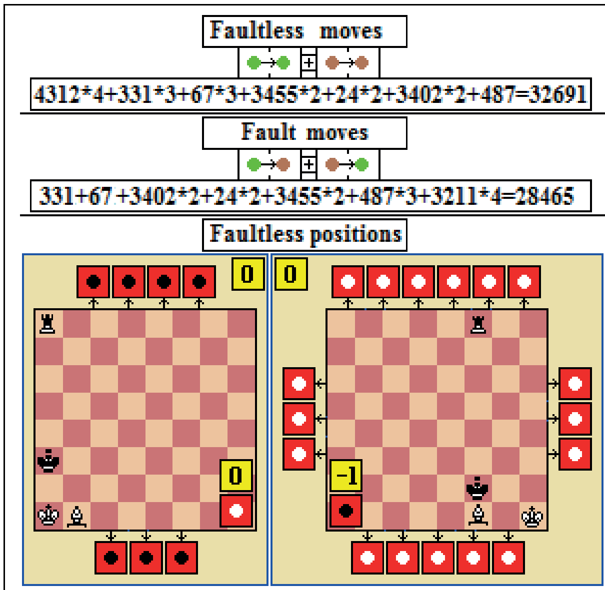
Левая часть первого рисунка дает GV-Распределения для длин **n=1, 2, 3, 4**; правая часть – для **n=5**. Сумма всех количеств (для каждой конкретной V-Последовательности) равна 15289 партий. Это дает отношение числа правильных партий ко всем партиям, равному 4312\15289 или приблизительно 28.2% всего числа партий (второй рисунок показывает график функции «отношения» для разных **n**). Число 28.2% отражает тот факт, что большинство партий – ошибочны (см. комментарий ниже). Это есть Вывод *1* из всего большого раздела о крепости.

1. 28.2% means that the play of both sides is very erratic and unstable. Here is an analogy. There are two children who play a game only according to chess rules (suppose they have just learned how to play). Their play is accidental and completely disordered. But it is obvious that such play is stipulated by a Graph of Sequel.

1. 28.2% означают, что игра двух сторон очень хаотична и нестабильна. Вот аналогия. Есть два ребенка, играющих партию лишь по шахматным правилам (положим, они только выучили правила). Их игра случайна и полностью неупорядочена. Очевидно, что такая игра обусловлена Графом Сиквела.



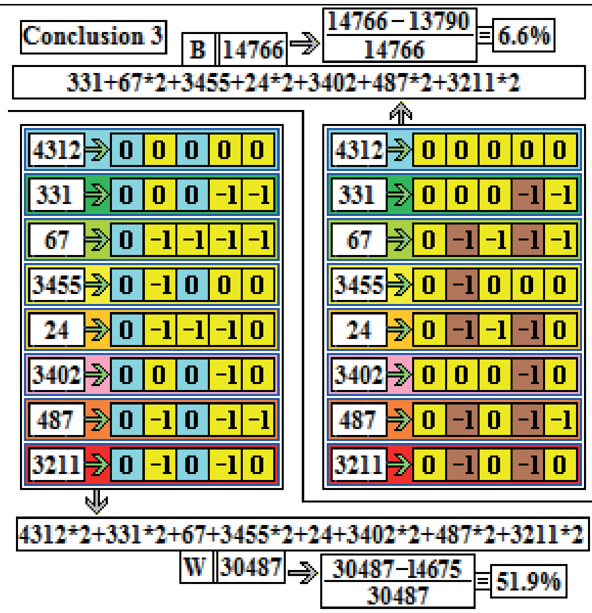
15289 games contain 61156 moves. Among them there are 32691 flawless moves and 28465 mistaken moves (see the first picture, the upper part of the second picture, and comment *1*). The lower part of the second picture also shows two specific flawless positions. The left white position of value “**0**” has all emerging positions with the same value. The right black position of value “**-1**” has all emerging positions with the same value. These two positions belong to the so-called class of trivial situations. The idea of a trivial situation (when a mistake is impossible from the situation/position since it is surrounded by positions of the same value) and a non-trivial situation (when there is a position of another value emerging from the given position) will be used on the next page for Conclusion *3*.



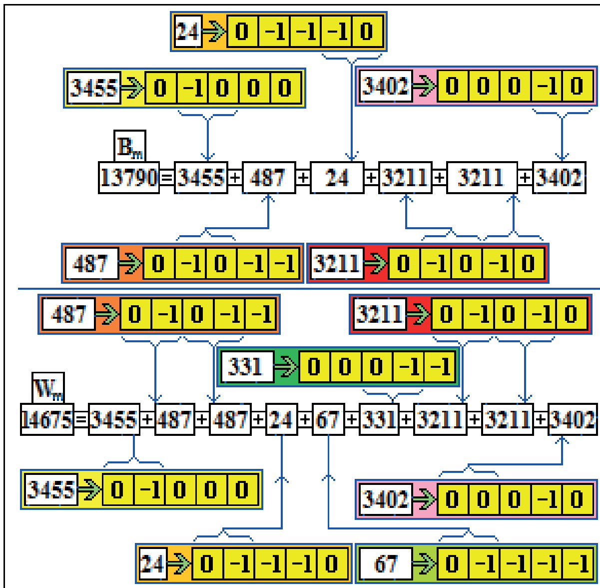
15289 партий содержат 61156 ходов, 32691 безошибочных и 28465 ошибочных (см. первый и рисунок, верхнюю часть второго и комментарий *1*). Нижняя часть второго рисунка показывает две безошибочные позиции. Левая, оценки “**0**”, имеет все выходящие позиции той же оценки. Правая, оценки “**-1**”, имеет все выходящие позиции той же оценки. Эти позиции принадлежат классу тривиальных ситуаций. Идея тривиальной ситуации (когда ошибка невозможна из ситуации\позиции, так как она полностью окружена позициями той же оценки и нетривиальной (когда есть позиция другой оценки, исходящая из данной) рассмотрена на другой с. для вывода *3*.

1. The first picture symbolically shows the flawless moves by two connected dots of the same color and the mistaken moves by two dots of different colors. The upper part of the second picture calculates the numbers of these moves. Counting these moves by the specific method (through GV-Distribution) is conclusion *2*.

1. Первый рисунок символически показывает безошибочные ходы двумя связными точками одного цвета, а ошибочные ходы – точками разного цвета. Верхняя часть второго рисунка вычисляет числа этих ходов. Подсчет этих ходов специальным методом (через GV-Распределение) есть Вывод *2*.



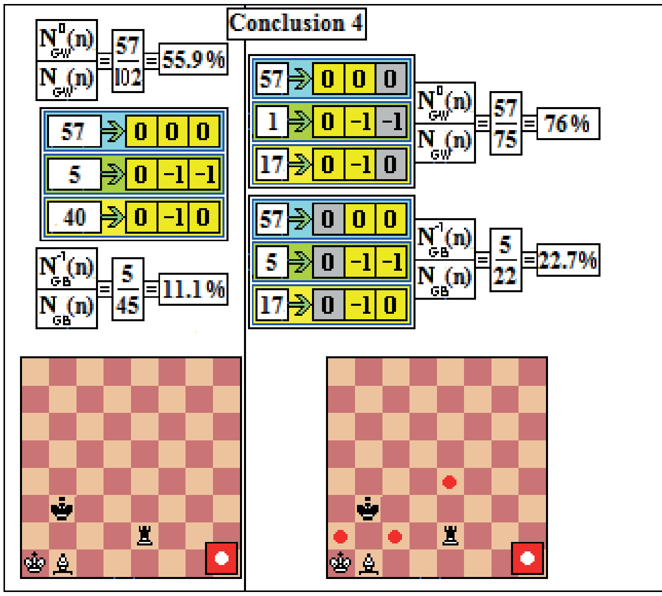
We want to find out which side's play is more erroneous than the other's. In order to do this we have to calculate *a*) all non-trivial situations (simply: positions, comment *1*) for both sides; *b*) all faulty moves in these situations (positions) and *c*) the ratio between the numbers in "b" and "a". Stage "a" is calculated from the first picture for the white and black non-trivial situations. Stage "b" is calculated in the second picture by adding the products of mistakes in the specific V-Sequences by the number of games reflected by these V-Sequences (comment *2*). Conclusion *3* consists in the fact that Black's play is more erroneous than White's play.



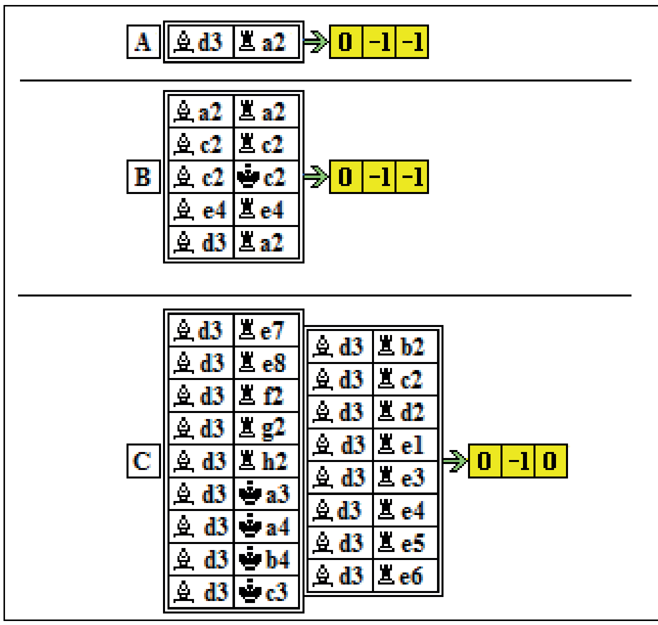
Мы хотим найти, игра какой стороны (Белых или Черных) более ошибочна. Для этого мы вычислим: *a*) все нетривильные ситуации (проще: позиции, комментарий *1*) для обоих сторон; *b*) все ошибочные ходы в этих ситуациях (позициях) и *c*) отношение между числами в "b" и "a". Стадия "a" вычислена из первого рисунка для белых и черных ситуаций. Стадия "b" вычислена на втором рисунке сложением произведений числа ошибок в специфических V-Последовательностях на число партий, отражаемых ими (комментарий *2*). Вывод *3* заключается в том, что именно игра Черных более ошибочна, чем игра Белых.

1. For White those are "**0**" and given on the blue background. For Black those are "**-1**" and given on the brown background. *2*. We admit that in all white "**0**" positions and all black "**-1**" positions the sides can make a mistake. This admission may be wrong but the discrepancy is very insignificant (the number of the specific positions like the ones on the previous page is very small).

1. Для Белых это "**0**", данные на голубом фоне. Для Черных это "**-1**" на коричневом фоне. *2*. Мы допускаем, что во всех белых "**0**" позициях и всех черных "**-1**" позициях стороны могут ошибиться. Это допущение может быть неправильным, но отклонение очень мало (очень мало позиций, аналогичных тем, что на предыдущей странице).



Please read comment *1*. The left part of the first picture concerns the existing (accidental) Strategies for White and Black (page *930*). The right part concerns their new Strategies. The new White Strategy consists in the fact that White does not move his bishop to the square where it will be captured. The new Black Strategy consists in the fact that Black always captures the bishop on those squares. For both existing and new Strategies we counted the ratios of the numbers of correct games to all games. These ratios are denoted by $N_{GW}^{0}(n)$ and $N_{GB}^{-1}(n)$ for White and Black, respectively (comment *2*). Conclusion *4* is that the study of V-Sequences offers new, better Strategies for sides.



Прочтите комментарий *1*. Левая часть первого рисунка касается существующих (случайных) Стратегий сторон (с. *930*). Правая – новых Стратегий для Белых и Черных. Новая Белая Стратегия состоит в том, что Белые не ходят слоном на поле, где он будет взят. Новая Черная Стратегия состоит в том, что они всегда берут слона на этих полях. Как для существующих, так и новых Стратегий мы подсчитали оношения числа правильных партий ко всем партиям. Эти отношения обозначены как $N_{GW}^{0}(n)$ и $N_{GB}^{-1}(n)$ для Белых и Черных соответственно (комментарий *2*). Вывод *4* заключается в том, что учение о V-Последовательностях предлагает новые лучшие Стратегии игрокам.

1. From Conclusion *3* it follows that Black is the side which requires the better Strategy. On this page we offer ~~the~~ new Strategies for both Black and White. For simplicity we analyze the example only for **n=3**. *2*. Fragments A, B, and C of the second picture show some games used for calculating the ratios.

1. Из Вывода *3* следует, что именно Черные есть сторона, которая требует лучшей Стратегии. На этой странице мы предлагаем новые Стратегии и для Черных, и для Белых. Для простоты мы анализируем случай только **n=3**. *2*. Фрагменты A, B, C второго рисунка показывают некоторые партии, используемые для вычисления отношений.

A list of the basic definition to Part 6.

1. The Structure and characteristics of this List.

For three following notions:

V-Sequence,

GV-Mapping,

GV-Distribution,-

The List contains the following special definitions and\or detailing factors:

The Most General Definition;

The Most General Parameters;

The Most General Kinds;

The Most General Characteristics;

The Basic and/or other parameters;

The basic and/or other kinds depending on the basic and/or other parameters;

The Basic and/or other characteristics.

2. Boundaries of contents of the List.

a) For The Most General Definitions, The Most General Parameters, and The Most General Characteristics of finite objects this List is complete (for some objects their definitions are united in one);

b) For all other types of finite objects\notions mentioned above the List fully reflects only the objects using two values. For the objects using three values – see Part 7. For infinite objects there given only minimal information (see also other parts of the book).

1. Структура и порядок построения данного Списка.

Для трех следующих понятий:

V-Последовательность,

GV-Отображение,

GV-Распределение,-

Список содержит такие типы специальных определений и\или уточняющих факторов:

Наиболее Общее Определение;

Наиболее Общие Параметры;

Наиболее Общие Виды;

Наиболее Общие Характеристики;

Основные или другие параметры;

Основные или другие виды в зависимости от основных или других параметров;

Основные или другие характеристики;

2. Пределы применимости данного Списка.

a) Для Наиболее Общих Определений, Наиболее Общих Параметров и Наиболее Общих Характеристик конечных объектов данный Список полон (для некоторых объектов их определения объединены в одно);

b) Для всех других типов вводных данных (конечных объектов\понятий выше) Список полностью отражает лишь объекты, использующие две оценки. Для объектов, использующих три оценки – см. Часть 7. Для бесконечных объектов даны лишь минимальные сведения (или см. другие разделы книги).

V-Sequence (The Most General Definition). A Sequence consisting of only values and reflecting the values of positions in a game.
V-Последовательность (Наиболее Общее Определение). Последовательность, состоящая только из оценок и отражающая оценки позиций партии.

GV-Mapping (The Most General Definition). Mapping (a function) between games and a V-Sequences, for that each game corresponds to exactly one V-Sequence.
GV-Отображение (Наиболее Общее Определение). Соответствие (функция) между каждой партией и V-Последовательностью, при которой каждой партии ставится в соответствие единственная V-Последовательность.

GV-Distribution (The Most General Definition). A distribution into sets of games reflected by the same V-Sequence.
GV-Распределение (Наиболее Общее Определение). Распределение по множествам партий, отражающихся одной и той же V-Последовательностью.

V-Homomorphism (of games and positions, in comparison to each other). V-Homomorphism is Homomorphism (mapping) between elements of a set, - either a set of positions or a set of games, - and an object associated with this set: a value or V-Sequence respectively. V- Homomorphism of games is the expansion of V-Homomorphism of positions on V-Homomorphism of games.
V-Гомоморфизм (партий и позиций, в их сравнении между собой). V-Гомоморфизм есть гомоморфизм (соответствие) между элементами некоторого множества (или множества позиций или множества партий) и некоторого объекта, связанным с этим множеством (оценки или V-Последовательности соответственно). V-Гомоморфизм партий есть расширение V-Гомоморфизма с позиций на партии.

V-Homomorphism of games. V-Homomorphic set of games. V- Homomorphic games (equal definitions). V- Homomorphism of games is V- Homomorphism between games of same length and the same V-Sequence, reflecting these games. V- Homomorphic set is a set of games reflected by the same V-Sequence. Games of this set are V- Homomorphic games.
V-Гомоморфизм партий. V-Гомоморфное множество партий. V-Гомоморфные партии (равносильные определения). V-Гомоморфизм партий есть V-Гомоморфизм между партиями одинаковой длины и одной и той V-Последовательностью, отражающей эти партии. V-Гомоморфные множество есть множество партий, отражающихся одной и той же V-Последовательностью. Партии этого множества есть V-Гомоморфные партии.

The Most General Parameters and The Most General Kinds of V-Sequence, GV-Mapping, GV-Distribution (concerning the “The Most General” definitions of these objectsов). The Most General Parameters (for all finite objects being discussed): Parameter: «length *n*» (of a game and/or V-Sequence). The Most General Parameters (for infinite games and/or V-Sequences): Parameter «Cardinality of a set» (either of games or V-Sequences). The Most General Kinds (for all finite objects): V(n)-Sequences; GV(n)-Mappings; GV(n)-Distributions are kinds of these objects being discussed for any fixed *n*. The Most General Sub-Kinds (for V-Sequences): 1. V-Sequence-constants, consisting of only one value; 2. V-Sequences consisting of only two values; 3. V-Sequences consisting of three values; 4. V-Sequences with a definitive pattern (consisting of two or three values).
Наиболее Общие Параметры и Наиболее Общие Виды V-Последовательности, GV-Отображения, GV-Распределения (относятся к «Наиболее Общим Определениям этих объектов»). Наиболее Общие Параметры (для всех конечных обсуждаемых объектов): Параметр «длина *n*» (партии и V-Последовательности). Наиболее Общие Параметры (для бесконечных партий и V-Последовательностей): Параметр «Мощность множеств» (мощность множества партий и мощность множества V-Последовательностей). Наиболее Общие Виды (для всех конечных объектов): V(n)-Последовательности; GV(n)-Отображения; GV(n)-Распределения – виды всех обсуждаемых объектов при любых конечных фиксированных *n*. Наиболее Общие ПодВиды (для V-Последовательностей): 1. V-Последовательности-константы, состоящие из только одной оценки; 2. V-Последовательности, состоящие из только двух оценок; 3. V-Последовательности, состоящие из трех оценок; 4. V-Последовательности, с определенным узором построения (состоящие из двух или трех оценок).

The Most General Characteristics of V-Sequence, GV-Mapping, GV-Distribution (concerning the "Most General Definitions" of these objects). The Most General Characteristics (for all finite objects being discussed): A) For V-Sequence: 1. Building V-Sequence is obeyed by the Principles of Maximum and Minimum; 2. Contains at maximum three possible values; 3. A length of V-Sequence coincides with a length of a game being reflected; 4. A number of V-Sequences for a given length is defined by the concrete formulae (see "the basic formulae for a number of V-Sequences"); B) For GV-Mapping: 1. This mapping is the function between a set of games and a set of V-Sequences, with the following properties: 2. For each game there is a V-Sequence, 3. That V-Sequence is unique. C) For GV-Distribution: 1. This Distribution shows a number of games, reflected by every specific V-Sequence. The Most General Characteristics (for infinite games and/or V-Sequences) - see an independent definition if any.
Наиболее Общие Характеристики V-Последовательности, GV-Отображения, GV-Распределения (относятся к «наиболее общим определениям этих объектов»). Наиболее Общие Характеристики (для всех конечных обсуждаемых объектов): А) Для V-Последовательности: 1. Построение последовательности подчиняется Принципам Максимума и Минимума; 2. Состоит максимум только из трех возможных оценок; 3. Длина V-Последовательности совпадает с длиной отражаемой ею партии; 4. Число V-Последовательностей при данной длине определяется по конкретным формулам (см. «основные формулы для числа V-Последовательностей»); В) Для GV-Отображения: 1. Данное отображение есть соответствие между множеством партий и множеством V-Последовательностей, с дополнительными характеристиками: 2. каждой партии ставится в соответствие некоторая V-Последовательность, которая: 3. единственна во множестве всех V-Последовательностей. С) Для V-Распределения: 1. Показывает числа партий, отражаемых каждой V-Последовательностью. Наиболее Общие Характеристики (для бесконечных партий и V-Последовательностей): см. отдельное определение, если таковое есть.

Principle of Maximum. One of the important principles of *SV* concerning white positions and consisting in the fact that a value of a given white position is a maximum of values of the positions emerging from this given position.
Принцип Максимума. Один из важных принципов *SV*, касающихся белых позиций и заключающийся в факте того, что оценка данной белой позиции есть максимум оценок позиций, возникающих от данной позиции.

Principle of Minimum. One of the important principles of *SV* concerning black positions and consisting in the fact that a value of a given black position is a minimum of values of the positions emerging from this given position.
Принцип Минимума. Один из важных принципов *SV*, касающихся черных позиций, и заключающийся в факте того, что оценка данной черной позиции есть минимум оценок позиций, возникающих от данной позиции.

Principles of Maximum and Minimum (for a V-Sequence). Two important Principles of the study about V-Sequences, consequences of Principle of Maximum (for a white position) and principle of Minimum (for a black position), stipulating a Structure of a V-Sequence and consisting in the following facts: 1. If V-Sequence begins with a value reflecting a white position, then all values further standing on even places are no more than all values standing directly left to them; all values standing on odd places (but the first one) are no less than values standing directly left to them. 2. If V-Sequence begins with a value reflecting a black position, then all values further standing on even places are no less than all values standing directly left to them; all values standing on odd places (but the first one) are no more than values standing directly left to them.
Принципы Максимума и Минимума (для V-Последовательности). Два важных принципа учения о V-Последовательностях, следствия Принципов Максимума (для белой позиции) и Минимума (для черной позиции), обусловливающие построение V-Последовательностей и заключающиеся в следующем: 1. Если V-Последовательность начинается с оценки, отражающей белую позицию, то все оценки, стоящие далее на четных местах, - не больше оценок, стоящих непосредственно слева от них; а оценки, стоящие на нечетных местах (кроме самой первой), не меньше оценок, стоящих непосредственно слева от них. 2. Если V-Последовательность начинается с оценки, отражающей черную позицию, то все оценки, стоящие далее на четных местах, - не меньше оценок, стоящих непосредственно слева от них; а оценки, стоящие на нечетных местах (кроме самой первой), не больше оценок, стоящих непосредственно слева от них.

The basic parameters for V-Sequences, GV-Mapping, GV-Distribution, as well as for games involved in building these objects (in connection with the definition «Kinds of V-Sequences, GV-Mappings, and GV-Distributions depending on the parameters»). a1) A completely given initial position, including: 1. its chess contents (FEN-string); 2. its turn to move ее очередь хода; 3. its value; 4. a set of values of positions of its Sequel; a2) Not completely given position (without chess content), including only: 2. its turn to move; 3. its value; 4. a set of values of positions of its (abstract) Sequel; a3) A completely given initial position with unknown value including: 1. its chess content (FEN-string); 2. its turn to move; 3. a set of values of positions of its Sequel; a4) A position without any parameters given in items “a” above; b1) a length of games from an initial position n (coinciding with a length of V-Sequence and participating in building GV-Mappings и GV-Distributions) – for the finite object; b2) Cardinality of sets involved (for infinite objects).
Основные параметры для V-Последовательностей, GV-Отображения, GV-Распределения, а также для партий, вовлеченных в создание указанных трех типов объектов (см. определение «виды V-Последовательностей, GV-Отображений, GV-Распределений в зависимости от параметров»). a1) Полностью заданная начальная позиция, включающая: 1. ее шахматное определение (FEN строка); 2. ее очередь хода; 3. оценку; 4. множество оценок позиций ее Сиквела; a2) Не явно заданная начальная позиция (без шахматного определения), включающая только 2. очередь хода; 3. оценку; 4. множество оценок позиций ее (абстрактного) Сиквела; a3) полностью заданная начальная позиция с неизвестной оценкой, включающая: 1. ее шахматное определение (FEN строка); 2. очередь хода; 3. множество оценок позиций ее Сиквела; a4) Без каких-либо заданных в пунктах «а» параметрах; b1) длина партий от начальной позиции n (совпадающей с длиной V-Последовательности, и участвующая в создании соотвествующих GV-Отображений и GV-Распределений) – для конечных объектов; b2) Мощность вовлеченных множеств (для бесконечных объектов).

Kinds of finite V-Sequences, GV-Mappings, GV-Distributions depending on the parameters V-Sequences (for parameters *a1* or *a2*, *b1*): V- Sequences, beginning with the definitive value (according to *a1.2* or *a2.2*), consisting состоящие of two or three values (according to *a1.4* or *a2.4*), and the length *n* (according to *b1*). GV-Mappings and GV-Distributions (for parameters *a1.1* and *b1*): GV-Mapping, with the completely defined games of length *n* (domain) and the completely defined V- Sequences of the same length (codomain); is recorded as: $GV_{\text{initial position}}(n)$; GV-Distribution, as a distribution of games into V- Sequences of length *n*, is recorded as GV(n)-Distribution; GV-Mappings and GV-Distributions (for parameters *a1.2*): are not defined. V- Sequences (for parameters *a3*, *b1*): V- Sequences, beginning with any value and consisting of any values (according to parameter *a3.3*) of length *n*. GV-Mappings and GV-Distributions (for parameters *a3*, *b1*): GV-Mappings, with the completely defined games of length *n* (domain) and not completely defined V-Sequences (codomain – see item *a4* below). GV-Distributions are not defined. All objects above (for parameters *a4* and *b1*): see these objects in the definitions “The Most General Kinds” and “The Most General Characteristics”.
Виды конечных V-Последовательностей, GV-Отображений, GV-Распределений в зависимости от параметров. V-Последовательности (для параметров *a1* или *a2*, *b1*): V-Последовательности, начинающиеся с определенной оценки (согласно *a1.2* или *a2.2*), состоящие из двух или трех оценок (согласно *a1.4* или *a2.4*), и длины *n* (согласно *b1*). GV-Отображения и GV-Распределения (для параметров *a1.1* и *b1*): GV-Отображение, с полностью находимыми партиями длины *n* (областью определения) и полностью вычисляемыми V-Последовательностями той же длины (областью значений); записывается как: $GV_{\text{initial position}}(n)$; GV-Распределение как распределение партий по V-Последовательностям длины *n*, записывается как GV-Распределение (n); GV-Отображения и GV-Распределения (для параметров *a1.2*): не определены. V-Последовательности (для параметров *a3*, *b1*): V-Последовательности, начинающиеся с любой оценки и состоящие из любых оценок (по параметру *a3.3*) длины *n*. GV-Отображения и GV-Распределения (для параметров *a3*, *b1*): GV-Отображения, с полностью находимыми партиями длины *n* (областью определения) и не конкретно вычисляемыми V-Последовательностями (областью значений как из пункта *a4* ниже). GV-Распределения не определены. Все объекты заглавия (для параметров пунктов *a4* и *b1*): См. эти объекты в определениях «Наиболее Общие Виды» и «Наиболее Общие Характеристики».

The Basic formulae for a number of V-Sequences (consider together with the "Kinds of finite V-Sequences depending on the parameters").

1. A number of V-Sequences with two values and stipulated by the basic parameters mentioned in the definition «Kinds of finite V-Sequences depending on the parameters» is defined by Fibonacci Sequence, the initial parameters of that agree with the basic parameters of V-Sequences, and is expressed by two recurrent formulae:

A) **F(n)=F(n-1)+F(n-2)** (for the initial parameters **1** and **2** for **n=1** and **n=2** respectively).

B) **F(n)=F(n-1)+F(n-2)** (for the initial parameters **1** and **1** for **n=1** and **n=2** respectively).

2. A number of V-Sequences with three values and stipulated by the basic parameters mentioned in the definition «Kinds of finite V-Sequences depending on the parameters» is defined by Fibonacci Sequence, the initial parameters of that agree with the basic parameters of V-Sequences, and is expressed by three recurrent formulae.

A) **F(n)=2*F(n-1)+F(n-2)-F(n-3)**

(for the initial parameters **1**, **3**, **6** for **n=1**, **n=2**, **n=3** respectively).

B) **F(n)=2*F(n-1)+F(n-2)-F(n-3)**

(for the initial parameters **1**, **2**, **5** for **n=1**, **n=2**, **n=3** respectively).

C) **F(n)=2*F(n-1)+F(n-2)-F(n-3)**

(for the initial parameters **1**, **1**, **3** for **n=1**, **n=2**, **n=3** respectively).

Основные формулы для числа V-Последовательностей (совместно с «Видами конечных V-Последовательностей в зависимости от параметров»).

1. Число V-Последовательностей из двух оценок и заданных основными параметрами, указанными в определении «Виды конечных V-Последовательностей в зависимости от параметров» определяется Последовательностью Фибоначчи, начальные параметры которой согласованы с основными параметрами V-Последовательностей и выражается двумя рекуррентными формулами.

A) **F(n)=F(n-1)+F(n-2)** (при начальных параметрах **1** и **2** при **n=1** и **n=2** соответственно).

B) **F(n)=F(n-1)+F(n-2)** (при начальных параметрах **1** и **1** при **n=1** и **n=2** соответственно).

2. Число V-Последовательностей из трех оценок и заданных основными параметрами, указанными в определении «Виды конечных V-Последовательностей в зависимости от параметров» определяется T-Последовательностью, начальные параметры которой согласованы с основными параметрами V-Последовательностей и выражается тремя рекуррентными формулами.

A) **F(n)=2*F(n-1)+F(n-2)-F(n-3)**

(при начальных параметрах **1**, **3**, **6** для **n=1**, **n=2**, **n=3** соответственно).

B) **F(n)=2*F(n-1)+F(n-2)-F(n-3)**

(при начальных параметрах **1**, **2**, **5** для **n=1**, **n=2**, **n=3** соответственно).

C) **F(n)=2*F(n-1)+F(n-2)-F(n-3)**

(при начальных параметрах **1**, **1**, **3** для **n=1**, **n=2**, **n=3** соответственно).

Excerpts from the lists of the basic definitions to previous Parts.

A Position. An element of a chess game; a stable chess object, characterized by a concrete configuration of pieces on a chess board (see “Diagram”), a definite turn to move, and some other special properties, including the privilege to castle or make an en passant capture.
Позиция. Элемент шахматной партии, устойчивый шахматный обьект, характеризующийся конкретным расположением фигур на шахматной доске (Диаграмма), определенной очередью хода и некоторыми специальными свойствами, включая права на рокировки и взятия на проходе.

A final position. A position in which one side does not have any legal moves; in other words, this side is either checkmated or stalemated.
Финальная позиция. Позиция, в которой одна сторона не имеет ходов; по-другому, эта сторона заматована или запатована.

The Original position. The very first position of any game in Chess.
Первоначальной позиции. Самая первая позиция любой партии в Шахматах.

Sequel (of the given position). The set of positions emerging from the given one (in any number of moves).
Сиквел (данной позиции). Множество позиций, возникающих из данной (в любое число ходов).

Sequel of the Original position. The set of all legal positions in Chess.
Сиквел Первоначальной позиции. Множество всех легальных позиций в Шахматах.

Prequel (of the given position). The set of positions leading to the given one (in any number of moves).
Приквел (данной позиции). Множество позиций, ведущих в данную (в любое число ходов).

A Type (of the given position). A set of positions connected with the given position in any of the following ways: a) All positions in the set are mutually reachable between each other and the given position; b) The set is an Intersection of Sequel and Prequel of the given position.
Тип (данной позиции). Множество позиций, связанных с данной любым из следующих способов: a) Все позиции в этом множестве взаимно достижимы между собой и с данной позицией; b) Данное множество есть Пересечение Сиквела и Приквела данной позиции.

Graph of a Type. A graph of positions of a Type.
Граф Типа. Граф позиций Типа.

Position PF. A position which cannot be repeated in a game.
Позиция PF. Позиция, которая не может быть повторена в партии.

Position PI. A position which can be repeated in a game.
Позиция PI. Позиция, которая может быть повторена в партии.

TF Type. A Type consisting of only one PF position.
TF Тип. Тип, состоящий из только одной PF позиции.

TI Type. A Type consisting of PI positions.
TI Тип. Тип, состоящий из PI позиций.

S-method and S-Version (in MTC, Math Theory of Chess). S-method is a record and method of analyzing a game by a sequence of positions. S-Version is a part of MTC based on S-method.
S-метод и S-Версия (в МТС, Математической Теории Шахмат). S-метод есть запись и метод анализа партии через последовательность позиций. S-Версия есть часть МТС, основанная на S-методе.

***I*-Chess.** An imaginary form of Chess with some special rules, among which the most essential are: a) Absence of the draw rules of three-time repetition and 50 moves. b) Possibility of infinite games. c) All finite games necessarily end only with final positions (thus draw agreements and resignations are prohibited).
***I*-Шахматы (*I*-Chess).** Воображаемая Игра Шахмат с некоторыми специальными правилами, среди которых наиболее существенными являются: a) Отсутствие ничейных правил трехкратного повторения и 50 ходов. b) Разрешение бесконечных партий. c) Все конечные партии необходимо кончаются только финальными позициями (запрещение соглашения на ничью или сдачи партии).

***A*-Chess.** One of the two forms of Chess in *S*-Version (the other is *I*-Chess), where any game (from *I*-Chess) may be stopped with some result. In comparison with *I*-Chess, *A*-Chess contains two features: “Stop” and *SV* - System of Values.
***A*-Шахматы (*A*-Chess).** Одна из двух форм Шахмат в *S*-Версии (другая - *I*-Chess), где любая партия (из *I*-Chess) может быть остановлена с некоторым результатом. В сравнении с *I*-Chess *A*-Chess содержит две особенности: «Стоп» и *SV*, Систему Ценностей.

Default rules of Chess. A set of rules governing the movement of chess pieces and the building of games. This set of rules is the same set as in *I*-Chess; in particular, individual games are built independently of any outside human factors.
Установленные заранее Правила игры в Шахматы. Набор правил о движении шахматных фигур и построения партий. Этот набор правил – один и тот же, как и в *I*-Chess, в частности, отдельные партии строятся независимо от каких-либо человеческих факторов.

“Stop”. The procedure and\or possibility of ending a game at any moment, independently on any human factors. “Stop” is one of the two specific features of *A*-Chess (the other is *SV*, System of Values).
«Стоп». Процедура и\или возможность окончания партии в любой момент независимо от каких-либо человеческих факторов. «Стоп» является одной из двух особенностей *A*-Chess (другая – *SV*, Система Ценностей).

System of Values (*SV*) of *A*-Chess (“-1; 0; +1”, or the Basic Scale). A System of Values where any position has only one of the following values: “**-1**”; “**0**”; “**+1**”. It is distinguished by the following values for some positions: Positions where White is checkmated have value “**–1**”. Positions where Black is checkmated have value “**+1**”. Stalemate positions have value “**0**”. *P3* positions (positions Sequel of which does not contain any final position) have value “**0**”. Values of other positions have to be determined according to the principles of SV (the Basic Scale).
Система Оценок (*SV*) FIDE *A*-Chess (“-1; 0; +1”, или Основная Шкала). Система Оценок, где любая позиция имеет только одну из следующих оценок: “**-1**”; “**0**”; “**+1**”. Она отличается следующими оценками для некоторых позиций: Позиции, где белые заматованы, имеют оценку “**-1**”. Позиции, где черные заматованы, имеют оценку “**+1**”. Патовые позиции имеют оценку “**0**”. *P3* позиции (позиции, Сиквел которых не содержит никаких финальных позиций) имеют оценку “**0**”. Оценки других позиций должны быть определены согласно принципам SV (Основная Шкала).

***STW*/*STB* (global) White/Black Strategy.** A subset of all segments of games with two elements, beginning by a white/black position and ending by a black/white position (segments consisting of only one white/black final position are also included in *STW/STB*). The White/Black Strategy is usually considered as global one; it consists of local strategies *STWn*/*STBn*. This notion is given with the capital letter; if it is given with a small letter it usually refers to strategy in common sense.
***STW*, (глобальная) Белая/Черная Стратегия.** Подмножество всех отрезков партий с двумя элементами, начинающихся белой/черной позицией и кончающихся черной/белой позицией (отрезки, состоящие только из одной белой/черной финальной позиции, также включены в *STW/STB*). *STW*/*STB* обычно рассматривается глобальной; она состоит из локальных стратегий *STWn*/*STBn.* Это понятие дается с большой буквы, если оно дано с малой буквы, то обычно относится к общепринятому понятию стратегии.

A Value of a position in *A*-Chess (in a wide sense). A characteristic of a position expressing the existence of the White/Black Strategy with regard to some specific classes of positions, including white/black checkmate positions.
Оценка позиции в A-Chess (в широком смысле). Характеристика позиции, выражающая существование Белой/Черной Стратегии относительно некоторых специфических классов позиций, включая белые/черные матовые позиции.

A Value “+1” of a white position in *A*-Chess. A characteristic of a position expressing the existence of the White Strategy leading to a black checkmate position for any Black Strategy.
Оценка “+1” белой позиции в *A*-Chess. Характеристика позиции, выражающая существование Белой Стратегии, ведущей в черную матовую позицию для любой Черной Стратегии.

A Value “-1” of a white position in *A*-Chess. A characteristic of a position expressing the existence of the Black Strategy leading to a white checkmate position for any White Strategy.
Оценка “-1” белой позиции в *A*-Chess. Характеристика позиции, выражающая существование Черной Стратегии, ведущей в черную матовую позицию для любой Белой Стратегии.

A Value “+1” of a black position in *A*-Chess. A characteristic of a position expressing the existence of the White Strategy leading to a black checkmate position for any Black Strategy.
Оценка “+1” черной позиции в *A*-Chess. Характеристика позиции, выражающая существование Белой Стратегии, ведущей в черную матовую позицию для любой Черной Стратегии.

A Value “-1” of a black position in *A*-Chess. A characteristic of a position expressing the existence of the Black Strategy leading to a white checkmate position for any White Strategy.
Оценка “-1” черной позиции в *A*-Chess. Характеристика позиции, выражающая существование Черной Стратегии, ведущей в белую матовую позицию для любой Белой Стратегии.

A Value “0” of a white/black position in *A*-Chess (a wide definition). A characteristic of a position expressing the existence of the White/Black Strategy which: a) Prevents Black/White from the reach of a white/black checkmate position; b) Does not lead to a black/white checkmate position for some Black/White Strategy.
Оценка “0” белой/черной позиции в *A*-Chess (широкое определение). Характеристика позиции, выражающая существование Белой/Черной Стратегии, которая: a) Предотвращает Черных/Белых от достижения белой/черной позиции. b) Не приводит к черной/белой матовой позиции для некоторой Черной/Белой Стратегии.

A Value “0” of a position of one side in *A*-Chess (the “cannot lose/cannot win” definition). A characteristic of a position expressing the existence of a Strategy of a side which: a) Prevents the other side from the reach of a checkmate position of this side (“cannot lose”); b) Does not lead to a checkmate position of the other side (“cannot win”).
Оценка “0” позиции одной стороны в *A*-Chess («не может проиграть/не может выиграть» определение). Характеристика позиции, выражающая существование Стратегии одной стороны, которая: a) Предотвращает другую сторону от достижения матовой позиции этой стороны («не может проиграть»); b) Не приводит к матовой позиции другой стороны («не может выиграть»).

A repetition position. A position (obviously, of *PI* class), beginning and ending a segment of positions.
Повторяющаяся позиция. Позиция (очевидно, *PI* класса), начинающая и кончающая какой-либо отрезок позиций.

A set of segments with a repetition position (a repetition set). A set of segments beginning and ending with the same, repetition position.
Множество отрезков с повторяющейся позицией (повторяющееся множество). Множество отрезков, начинающихся и кончающихся одной и той же, повторяющейся позицией.

A white/black checkmate/stalemate position. A checkmate/stalemate position where White/Black is checkmated/stalemated.
Белая/черная матовая/патовая позиция. Матовая/патовая позиция, где Белые/Черные заматованы/запатованы.

A repetition "+1" set (of segments of positions). A repetition set, elements of which consist of only "**+1**" positions.
Повторяющееся "+1" множество (отрезков позиций). Повторяющееся множество, отрезки которого состоят из только "**+1**" позиций.

A repetition "-1" set (of segments of positions). A repetition set, elements of which consist of only "**-1**" positions.
Повторяющееся "-1" множество (отрезков позиций). Повторяющееся множество, отрезки которого состоят из только "**-1**" позиций.

A repetition "+1" White Strategy. A "**+1**" White Strategy, which forms a "**+1**" repetition set for any Black Strategy.
Повторяющаяся "+1" Белая Стратегия. "**+1**" Белая Стратегия, образующая "**+1**" повторяющееся множество для любой Черной Стратегии.

A repetition "-1" Black Strategy. A "**-1**" Black Strategy, which forms a "**-1**" repetition set for any White Strategy.
Повторяющаяся "-1" Черная Стратегия. "**-1**" Черная Стратегия, образующая "**-1**" повторяющееся множество для любой Белой Стратегии.

A "0" repetition set. A repetition set, segments of which consist of only "**0**" positions.
"0" повторяющееся множество. Повторяющееся множество, отрезки которого состоят только из "**0**" позиций.

A Stalemate Strategy of one side. A Strategy of one side leading to a stalemate position for any Strategy of the other side.
Патовая Стратегия одной стороны. Стратегия одной стороны, ведущая в патовую позицию для любой Стратегии другой стороны.

A *P3* Strategy of one side. A Strategy of one side leading to a *P3* position for any Strategy of the other side.
***P3* Стратегия одной стороны.** Стратегия одной стороны, ведущая в *P3* позицию для любой Стратегии другой стороны.

A Correct Play (a general understanding). A set of games (or segments of games) consisting of positions of the same, constant values.
Правильная Игра (общее понимание). Множество партий (или отрезков партий), состояших из позиций одних и тех же, постоянных оценок.

A V-Correct Play (a general understanding, three basic cases). There are three basic cases: **“+1”** Correct Play; **“0”** Correct Play, and **“-1”** Correct Play consisting of **“+1”**, **“0”**, **“-1”** positions, respectively, success**ive**ly connected by chess rules.
V-Правильная Игра (общее понимание; три основных случая). Существуют три основных случая: **“+1”** Правильная Игра; **“+0”** Правильная Игра и **“-1”** Правильная Игра, состоящих из последовательно соединенных шахматными правилами **“+1”**, **“0”**, **“-1”** позиций соответственно.

An Ideal Play (a general understanding). A part of the Correct Play based on the ideas of Ideal Attainability and Ideal Strategies of sides. There are the following basic cases: “**+1**” Ideal play, ”**-1**” Ideal play which are subsets of the “**+1**” and “**-1**” Correct play (games and their segments) respectively regardless of any additional conditions. “**0**” Ideal play is a part of **“0”** Correct play stipulated by some necessary conditions or agreements. This definition contains the notions, the detailed definitions of which are given in Part 4.
Идеальная Игра (общее понимание). Часть Правильной Игры основанной на идеях Идеальной Достижимости, Идеальных Стратегиях сторон и других. Существуют следующие основные случаи: “**+1**” Идеальная игра, ”**-1**” Идеальная игра, которые есть подмножества “**+1**” и “**-1**” Правильной игры (партий и их отрезков) соответственно и независимо от любых дополнительных условий. “**0**” Идеальная игра есть часть **“0”** Правильной игры, обусловленная некоторыми необходимыми условиями или соглашениями. Это определение содержит понятия, полные определения которых даны в Части 4.

A mistake (in a game or SG, a segment of a game; a general understanding). a) Two consecutive positions of a game (or SG) having different values, or: b) The change of a value of a position.
Ошибка (в партии или SG, отрезок партии; общее понимание). а) Две позиции, стоящие рядом в партии (или SG), и имеющие разные оценки, или: б) Изменение оценки позиции.

Value Color Scheme. A graphic representation of three values of positions given by three different colors of areas (often in the same picture).
Оценочная Цветная Схема. Графическое представление трех оценок позиций, данное тремя разными цветами областей (часто на одном и том же рисунке).

The correspondence between the chess Forms (objects, notions) and notions of graph theory (list 1). There are the following main correspondences. 1. A position corresponds to a vertex of a graph. 2. A move corresponds to a directed edge of a directed graph. 3. A white/black position corresponds to a color vertex (a white/black vertex in a specific background). 4. A set of white/black positions corresponds to a 2-colors graph. 5. A Value position corresponds to a vertex in the specific color background. 6. Areas of **"+1"** (winning for White) and **"-1"** (losing for White) positions correspond to the blue or brown areas of Graph(s). Areas of **"0"** positions correspond to the green areas of Graph(s). Areas of positions of unspecified or unknown values correspond to the red or gray color areas of Graph(s).
Соответствие между шахматными Формами (объектами, понятиями) и понятиями теории графов (список 1). Есть такие главные соответствия. 1. Позиция соответствует вершине графа. 2. Ход соответствует направленному ребру ориентированного графа. 3. Белая/черная позиция соответствует цветной вершине (белой/черной вершине на специфическом фоне). 4. Множество белых/черных позиций соответствует 2-цветному графу. 5. Оценочная позиция соответствует вершине на специфическом цветном фоне. 6. Области **"+1"** (выигранных для Белых) и **"-1"** (проигранных для Белых) позиций соответствуют голубым или коричневым областям Графа. Области **"0"** позиций соответствуют зеленым областям Графа. Области позиций с неопределенными или неизвестными оценками соответствуют красным или серым областям Графа.

A Material Balance (simply: Balance). A set of white and black pieces of the specific kinds (locations of pawns do not affect a Material Balance but their promotions change it). For the endings without pawns a Balance coincides with a Structure.
Материальный Баланс (просто: Баланс). Множество белых и черных фигур специфических видов (расположения пешек не влияют на Материальный Баланс, но превращения меняют его). Для окончаний без пешек Баланс совпадает со Структурой.

Sequence of Types (Balances); STL (SBL). A record of a game by a sequence of Types (Balances) corresponding to the positions in the game in a strict order. The definition above refers to the STL (SBL) – the Long Sequence of Types (Balances), where its length is equal to the length of the game. There is also STS (SBS) – the Short Sequence of Types (Balances), when a record of such Sequence reflects only different Types (Balances).
Пследовательность Типов (Балансов); STL (SBL). Запись партии последовательностью Типов (Балансов), соответствующих позициям партии в строгом порядке. Определение выше относится к STL (SBL) – Длинной Последовательности Типов (Балансов), где ее длина равна длине партии. Существует также STS (SBS) – Короткая Последовательность Типов (Балансов), когда запись такой Последовательности отражает только разные Типы (Балансы).

A legal position. A position which can emerge from the Original position (in any number of moves).
Легальная позиция. Позиция, которая может возникнуть от Первоначальной позиции (в любое число ходов).

An illegal position. A position which cannot emerge from the Original position.
Нелегальная позиция. Позиция, которая не может возникнуть от Первоначальной позиции.

Continuum. The cardinality (amount of elements) of an infinite set of 1-0 sequences. Continuum is a kind of uncountable set.
Континуум. Мощность (количество элементов) бесконечного множества 1-0 последовательностей. Континуум есть вид несчетного множества.

Uncountable set. A set which cannot be put in the correspondence with a countable set (for example with a set of natural numbers).
Несчетное множество. Множество, которое нельзя поставить в соответствие со счетным множеством (например, с множеством натуральных числел).

Excerpts from FIDE rules of Chess.

Excerpts from FIDE rules of Chess.

1.1 The game of chess is played between two opponents who move their pieces alternately on a square board called a 'chessboard'. The player with the white pieces commences the game. A player is said to 'have the move', when his opponent's move has been made.

1.2 The objective of each player is to place the opponent's king 'under attack' in such a way that the opponent has no legal move which would avoid the 'capture' of the king on the following move. The player who achieves this goal is said to have 'checkmated' the opponent's king and to have won the game. The opponent whose king has been checkmated has lost the game.

1.3 If the position is such that neither player can possibly checkmate, the game is drawn.

2.1 The chessboard is composed of an 8x8 grid of 64 equal squares alternately light (the 'white' squares) and dark (the 'black' squares). The chessboard is placed between the players in such a way that the near corner square to the right of the player is white.

2.2 At the beginning of the game one player has 16 light-colored pieces (the 'white' pieces); the other has 16 dark-colored pieces (the 'black' pieces): These pieces are as follows: a white king, a white queen, two white rooks, two white bishops, two white knights, eight white pawns, a black king, a black queen, two black rooks, two black bishops, two black knights, eight black pawns.

3.1 It is not permitted to move a piece to a square occupied by a piece of the same color. If a piece moves to a square occupied by an opponent's piece the latter is captured and removed from the chessboard as part of the same move. A piece is said to attack an opponent's piece if the piece could make a capture on that square.

3.2 The bishop may move to any square along a diagonal on which it stands.

3.3 The rook may move to any square along the file or the rank on which it stands.

3.4 The queen may move to any square along the file, the rank or a diagonal on which it stands.

3.5 When making these moves the bishop, rook or queen may not move over any intervening pieces.

3.6 The knight may move to one of the squares nearest to that on which it stands but not on the same rank, file or diagonal.

3.7 a. The pawn may move forward to the unoccupied square immediately in front of it on the same file or:

b. On its first move the pawn may move as in (a); alternatively it may advance two squares along the same file provided both squares are unoccupied, or:

c. The pawn may move to a square occupied by an opponent's piece, which is diagonally in front of it on an adjacent file, capturing that piece.

d. A pawn attacking a square crossed by an opponent's pawn which has advanced two squares in one move from its original square may capture this opponent's pawn as though the latter had been moved only one square. This capture may only be made on the move following this advance and is called an 'en passant' capture.

e. When a pawn reaches the rank furthest from its starting position it must be exchanged as part of the same move for a queen, rook, bishop or knight of the same color. The player's choice is not restricted to pieces that have been captured previously. This exchange of a pawn for another piece is called 'promotion' and the effect of the new piece is immediate.

3.8. a. There are two different ways of moving the king, by:

i. moving to any adjoining square not attacked by one or more of the opponent's pieces or:

ii. 'castling'. This is a move of the king and either rook of the same color on the same rank, counting as a single move of the king and executed as follows: the king is transferred from its original square two squares towards the rook, then that rook is transferred to the square the king has just crossed;

(1) Castling is illegal:

a) if the king has already moved or:

b) with a rook that has already moved.

(2) Castling is prevented temporarily

a. if the square on which the king stands, or the square which it must cross, or the square which it is to occupy, is attacked by one or more of the opponent's pieces.

b. if there is any piece between the king and the rook with which castling is to be effected.

3.8 b. The king is said to be 'in check', if it is attacked by one or more of the opponent's pieces, even if such pieces cannot themselves move.

3.9 No piece can be moved that will expose its own king to check or leave its own king in check.

5.1 a. The game is won by the player who has checkmated his opponent's king. This immediately ends the game, provided that the move producing the checkmate position was a legal move.

b. The game is won by the player whose opponent declares he resigns. This immediately ends the game.

5.2 a. The game is drawn when the player to move has no legal move and his king is not in check. The game is said to end in 'stalemate'. This immediately ends the game, provided that the move producing the stalemate position was legal.

b. The game is drawn when a position has arisen in which neither player can checkmate the opponent's king with any series of legal moves. The game is said to end in a 'dead position'. This immediately ends the game, provided that the move producing the position was legal.

c. The game is drawn upon agreement between the two players during the game. This immediately ends the game.

d. The game may be drawn if any identical position is about to appear or has appeared on the chessboard at least three times.

e. The game may be drawn if each player has made the last 50 consecutive moves without the movement of any pawn and without the capture of any piece.

Выдержки из правил Шахмат FIDE.

1.1 Партия в Шахматы играется между двумя соперниками, которые ходят своими фигурами по очереди на квадратной доске, называющейся «шахматная доска».

1.2 Цель игры каждого игрока заключается в размещении короля соперника «под атакой» таким образом, что противник не будет иметь легальных ходов, которые бы избежали гибели короля следующим ходом. Игрок, который добивается этой цели, матует соперника и выигрывает партию. Соперник, чей король заматован, проигрывает партию.

1.3 Если позиция такова, что ни один из игроков не может заматовать, то партия ничейна.

2.1 Шахматная доска состоит из квадратной сетки 8x8 на 64 равных чередующихся в цвете клеток, белых и черных (называемых полями). Шахматная доска размещается между игроками так, что ближайшее к игроку поле справа является белым.

2.2 Вначале игры один игрок имеет 16 белых фигур, а второй – 16 черных фигур. Это фигуры: белый король, белый ферзь, две белые ладьи, два белых слона, два белых коня, восемь белых пешек, черный король, черный ферзь, две черные ладьи, два черных слона, два черных коня, восемь черных пешек.

3.1 Запрещено ходить фигурой на поле, занятое фигурой того же цвета, если фигура ходит на поле, занятое фигурой другого цвета, последняя берется и удаляется с доски как часть одного хода. Говорят, что фигура атакует другую фигуру, если она может ее взять.

3.2 Слон может ходить на любое поле по диагонали, на которой находится.

3.4 Ферзь может ходить на любое поле по диагонали, вертикали, горизонтали, на которой находится.

3.5 При совершении хода ферзь, ладья и слон не могут перепрыгивать другие фигуры.

3.6 Конь может ходить на ближайшее к месту нахождения поле, но не на одной с ним диагонали, вертикали или горизонтали.

3.7 a. Пешка может ходить вперед на незанятое поле непосредственно впереди ее на той же вертикали.

b. На своем первом ходу она может пойти или на одно поле (как в пункте «a»), или на два поля, при условии, что эти поля свободны.

c. Пешка может ходить на поле, занятое чужой фигурой, которое диагонально впереди ее на одно поле, беря эту фигуру.

d. Пешка, атакующая поле, пересеченное чужой пешкой, пошедшей на два поля со своей начальной позиции, может взять эту пешку, как если бы последняя сделала только простой ход. Это взятие может быть сделано только на следующем ходу и называется «взятием на проходе».

e. Когда пешка достигает последней горизонтали, она должна быть заменена на ферзя, ладью, слона, или коня, как часть одного и того же хода. Выбор игрока не ограничен фигурами, которые уже были взяты. Эта замена пешки на другую фигуру называется «превращением», и действие новой фигуры начинается немедленно.

3.8 a. Имеются два разных способа движения короля.

i. Ход на любую соседнюю клетку, не атакованную фигурой соперника или:

ii. «рокировка». Это ход короля и любой ладьи того же цвета на одной горизонтали, считающийся как один ход и выполняющийся так: король движется со своего первоначального поля два поля по направлению к ладье, а ладья перемещается на поле, только что пройденное королем.

(1) Рокировка нелегальна:

a) если король уже ходил или:

b) с ладьей, которая уже ходила.

(2) Рокировка временно невозможна

a. Если поле, на котором стоит король, или поле, которое он должен пересечь, или поле, на котором он должен быть после рокировки, атаковано какой-либо фигурой соперника.

b. Если между королем и ладьей, участвующей в рокировке, имеются другие фигуры.

3.8 b. Говорят, что король находится «под шахом», если он атакован фигурой противника, даже если эта фигура сама не может ходить.

3.9 Ни одна фигура не может ходить, выставляя короля под шах или оставляя короля под шахом.

шахом.

5.1 a. Партия выигрывается игроком, который матует короля соперника. Это немедленно прекращает партию, при условии, что последний ход был легальным.

b. Партия выигрывается игроком, соперник которого сдается. Это немедленно прекращает партию.

5.2. a. Партия ничейна, когда игрок, который должен ходить, не имеет ни одного легального хода и его король не под шахом. Это называется: партия кончилась патом. Это немедленно заканчивает партию, при условии, что последний ход, ведущий в патовую позицию, был легальным.

c. Партия ничейна между игроками по соглашению. Это немедленно прекращает партию.

d. Партия может быть ничейна, если одна и та же позиция может появиться или появилась по крайней мере три раза.

e. Партия может быть ничейна, если каждый игрок сделал последние 50 ходов без движения пешек или взятия фигур.